

Исадыков А.Н., Иванов М.А.,
Жаугашева С.А.,
Нурбакова Г.С.,
Сайдуллаева Г.Г., Мукушев Б.А.

**Дикварковое состояние $a_0(980)$
мезона и вычисление
его ширины распада
в ковариантной модели кварков**

В данной работе исследована кварковая структура и механизм формирования связанного состояния $a_0(980)$ мезона. В последнее время кварковая структура скалярного мезона $a_0(980)$ вызывает большой интерес. Поэтому в нашей работе были вычислены ширины радиационных распадов для дикваркового состояния $a_0(980)$ мезона при разных значениях размера мезона в рамках ковариантной модели кварков, которая является эффективным квантополевым подходом к адронным взаимодействиям, основанным на лагранжиане взаимодействия адронов с их составляющими кварками. В рамках данной модели все пороговые сингулярности, соответствующие рождению кварков устраняются введением инфракрасного обрезания в пространстве параметров Фока-Швингера. В качестве свободных параметров в данной модели применяются конституэнтные массы кварков, параметр инфракрасного обрезания и параметры, описывающие эффективный размер адронов. Полученные результаты отличаются от экспериментальных данных на порядок. Тем самым предполагаем, что $a_0(980)$ мезон является тетракварковой системой.

Ключевые слова: дикварк, ковариантная модель кварков, скалярный мезон, ширина распада, тетракварк.

Issadykov A.N., Ivanov M.A.,
Zhaugasheva S.A.,
Nurbakova G.S.,
Saidullaeva, G.G., Mukushev B.A.
**Di-quark state of $a_0(980)$ meson
and its decay width calculation in
covariant quark model**

In paper we study the quark structure and mechanism of the formation of a $a_0(980)$ meson's bound state. Recently, the quark structure of the scalar meson $a_0(980)$ arouses great interest. Therefore, in our work we calculated the width of radiative decays for diquark states of $a_0(980)$ meson at different values of meson's size in the covariant quark model, which is the effective quantum field approach to hadron interactions based on lagrangian interaction of hadrons with their constituent quarks. In this model there are no threshold singularity corresponding to the birth of the quarks due to introducing the infrared cutoff in the space of Fock-Schwinger parameters. The model has several free parameters: the mass of constituent quarks, the infrared cutoff parameter and the parameter that describe effective size of hadrons. The results obtained differ from the experimental data on the order. Thus assume that $a_0(980)$ meson is tetraquark system.

Key words: diquark, covariant quark model, scalar meson, decay width, tetraquark.

Исадықов А.Н., Иванов М.А.,
Жауғашева С.А.,
Нұрбақова Г.С.,
Сайдуллаева Г.Г., Мүкүшев Б.А.

**$a_0(980)$ мезонының дикварктік
күйі және кварктардың коварианттық моделінде оның ыдырау
енін есептеу**

Бұл жұмыста $a_0(980)$ мезонының кварктық құрылымы және байланыс күйі түзелуінің механизмі зерттелінген. $a_0(980)$ мезоны соңғы кезде кварктық құрылымы бойынша үлкен қызығушылық тудырған скалярлық мезондардың бірі. Сол себептен, осы жұмыста кварктардың коварианттық моделі аясында $a_0(980)$ мезонының әртүрлі өлшемі үшін ыдырау ені есептелінді. Кварктардың коварианттық моделі – адрондардың әсерлесуін сипаттайтын эффективті кванттық өріс тәсілі болып табылады. Модель адрондар мен адрондарды құрайтын кварктардың әсерлесу лагранжианының негізінде құрылған. Осы модель аясында кварктардың пайда болуына тиісті барлық табалдырық сингулярлықтар Фок-Швингер кеңістік параметрінде инфрақызылдық кесу енгізілуімен жойылады. Кварктардың коварианттық моделінде тәуелсіз параметрлер ретінде кварктардың конституэнттық массалары, инфрақызылдық кесу параметрі және адрондардың эффективті өлшемін сипаттайтын параметр қолданылады. Алынған нәтижелер тәжірибелік деректерден біршама аз. Сондықтан $a_0(980)$ мезоның тетракварк жүйесі екенін жорамалдаймыз.

Түйін сөздер: дикварк, кварктардың коварианттық моделі, скалярлық мезон, ыдырау ені, тетракварк.

ДИКВАРКОВОЕ СОСТОЯНИЕ $a_0(980)$ МЕЗОНА И ВЫЧИСЛЕНИЕ ЕГО ШИРИНЫ РАСПАДА В КОВАРИАНТНОЙ МОДЕЛИ КВАРКОВ

Введение

Исследование скалярных мезонов является одним из интересных направлений в физике элементарных частиц. Эксперименты проводятся в крупных центрах, таких как ЦЕРН (Женева) и КЕК (Цукуба). Полученные экспериментальные данные по состоянию скалярных мезонов, их модам распада и т.д. отображены в работах [1, 2]. Для описания экспериментальных результатов используются многочисленные теоретические подходы, которые приведены в нескольких работах [3, 4], и тем самым вызывает большой интерес физиков во всем мире. Исследования данных мезонов позволяет лучше понимать SM и дает возможность глубже понять структуру и механизм взаимодействия фундаментальных составляющих частиц микромира. Такие исследования также позволят продвинуться в понимании происхождения ароматов кварков и механизмов нарушения CP -симметрии.

Экспериментальные данные [1, 2], полученные на ускорителях за последнее десятилетие, разнятся с более ранними результатами [5]. Важно знать кварковую структуру мезонов для описания процессов проходящих с их участием. Например, распад тяжелого B мезона $B \rightarrow a_0(980)l^- \bar{\nu}_l$ и т.д. Основные различия двухкварковых и четырехкварковых систем является отношение полных ширин распадов. Данная работа посвящена проверке структуры $a_0(980)$ мезона.

Описание скалярного мезона $a_0(980)$

В данной работе мы изучаем состояние скалярного мезона $a_0(980)$, состоящего из двух кварков.

$a_0(980)$ мезон, старое название δ мезон, легкий не имеющий «аромата» мезон ($S = C = B = 0$). Квантовые числа мезона $I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{++})$. Мезон состоит из смешанного состояния u , d и s кварков [6]. Масса мезона $m_{a_0(980)} = 980 \pm 20$ МэВ. Имеет моды распада $a_0(980) \rightarrow \eta\pi$ и $a_0(980) \rightarrow K\bar{K}$.

Полная ширина распада $\Gamma = 50 \div 100$ МэВ. В данной работе ширина распада скалярного мезона была вычислена в ковариантной модели кварков.

Ковариантная модель кварков

Ковариантная модель кварков является эффективным квантовополевым подходом к адронным взаимодействиям, основанным на лагранжиане взаимодействия адронов с их составляющими кварками. Знание соответствующего интерполирующего кваркового тока позволяет вычислить самосогласованным образом матричные элементы физических процессов. Константа связи адронов с их интерполирующими кварковыми токами определяется из условия связности $Z_H=0$, предложенного в работах [7, 8] и в дальнейшем используемого во многих разделах физики частиц [9]. Здесь Z_H есть константа перенормировки волновой функции адрона. В случае простейшего скалярного (псевдоскалярного) бесспинового поля данное условие записывается в виде:

$$Z_H = 1 - g_H^2 \Pi'_H(m_H^2) = 0, \quad (1)$$

где $\Pi'_H(m_H^2)$ есть производная массового оператора, соответствующего в лидирующем по $1/N_c$ – разложению собственной энергетической диаграмме на рис. 1.

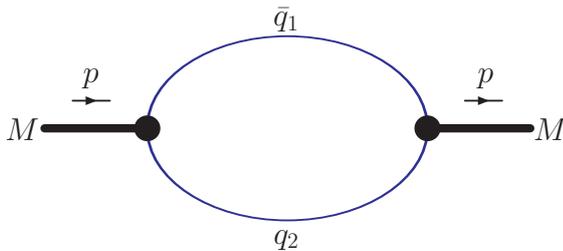


Рисунок 1 – Собственная энергетическая диаграмма адрона, состоящего из кварка и антикварка

В ковариантной модели кварков эффективным образом вводится инфракрасное обрезание в пространстве параметров Фока-Швингера, по которым проводится интегрирование в выражениях для матричных элементов. Такая процедура позволяет устранить все пороговые сингулярности, соответствующие рождению кварков, и тем самым гарантировать конфайнмент кварков. В модели отсутствуют ультрафиолетовые расходимости благодаря вершинным адрон-кварковым формфакторам, которые описывают нелокальную структуру адронов. Ковариантная модель кварков содержит несколько свободных параметров: массы конституэнтных кварков, параметр инфракрасного обрезания, который характеризует область конфайнмента, и параметры, которые описывают эффективный размер адронов.

Лагранжиан кварк-адронного взаимодействия

В этом разделе описаны краткие теоретические предпосылки, лежащие в основе ковариантной кварковой модели. Отправной точкой является релятивистский – инвариантный лагранжиан, описывающий взаимодействие некоторого адрона с его составляющими кварками. При этом адронное состояние описывается полем $H(x)$, удовлетворяющим соответствующему свободному уравнению движения, а кварковая часть представляет собой интерполирующий кварковый ток $J_H(x)$ с квантовыми числами данного адрона

$$L_{int}(x) = g_H H(x) \cdot J_H(x) + h.c. \quad (2)$$

Отметим, что в случае тождественных частиц, т.е. когда античастица совпадает с частицей (π^0 – мезон, ϕ – мезон, и т.п.), эрмитово-сопряженная часть совпадает с первоначальным лагранжианом и поэтому ее нужно опустить. В случае простейших кварк-антикварковых состояний (мезонов) интерполирующий кварковый ток записывается в виде:

$$J_M(x) = \int dx_1 \int dx_2 F_M(x; x_1, x_2) \bar{q}_2(x_2) \Gamma_M q_1(x_1). \quad (3)$$

Здесь Γ_M – матрица Дирака, обеспечивающая нужные квантовые числа для мезона:

I – скаляр, $i\gamma^5$ – псевдоскаляр, γ^μ – вектор, $\gamma^\mu \gamma^5$ – аксиал, $\sigma^{\mu\nu} = (i/2)(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$ – тензор. Вершинная функция F_M эффективно описывает

распределение кварков внутри мезона. В принципе она может быть связана с амплитудой Бете – Солпитера, но на данном этапе будем считать ее феноменологической функцией. Из требования трансляционной инвариантности следует,

что эта функция должна удовлетворять соотношению $F_M(x+a; x_1+a, x_2+a) = FM(x; x_1; x_2)$, где a – произвольный 4-х вектор. Выбираем сле-

дующую форму для функции F_M , удовлетворяющую данному условию:

$$F_M(x; x_1, x_2) = \delta(x - x_1\omega_1 - x_2\omega_2)\Phi_M((x_1 - x_2)^2), \quad (4)$$

где $\omega_i = m_{q_i} / (m_{q_1} + m_{q_2})$. Данный выбор соответствует выделению системы центра масс двух кварков и умножению на функцию Φ_M , зависящей лишь от квадрата относительной координаты. От функции Φ_M требуется достаточно быстрое убывание ее Фурье - образа в евклидовой области.

Инфракрасный конфейнмент

В этом пункте изложим способ введения конфейнмента в развиваемую модель, т.е. способ устранения пороговых сингулярностей, соответствующих рождению кварков. Порого-

вые сингулярности возникают вследствие того, что используем свободные пропагаторы кварков при построении фейнмановских диаграмм, описывающих те или иные матричные элементы физических процессов.

Рассмотрим произвольную фейнмановскую диаграмму, состоящую из n кварковых пропагаторов S , l петель с импульсными переменными интегрирования k , m вершин с гауссовыми вершинными функциями Φ . В пространстве Минковского данная диаграмма может быть представлена в виде:

$$\Pi(p_1, \dots, p_m) = \int [d^4 k] \prod_{i=1}^m \Phi_{i+n}(-K_{i+n}^2) \prod_{i_3=1}^n S_{i_3}(\tilde{k}_{i_3} + v_{i_3}), \quad (5)$$

здесь

$$K_{i+n}^2 = \sum_{i_2} (\tilde{k}_{i+n}^{(i_2)} + v_{i+n}^{(i_2)})^2,$$

где 4-х вектора \tilde{k}_i являются линейными комбинациями петлевых переменных интегрирования k_i , а вектора v_i являются линейными комбинациями внешних импульсов. Опустили возможные произведения матриц Дирака, поскольку они не зависят от импульсных переменных. Для простоты все внешние импульсы выбраны входящими в вершины так, что $\sum_{i=1}^m p_i = 0$.

Далее используем представление Фока-Швингера для свободного пропагатора кварка

$$S(k) = (m + k) \int_0^\infty d\beta e^{-\beta(m^2 - k^2)}. \quad (6)$$

Без ограничения общности выбираем вершинные функции в виде гауссовых экспонент:

$$\Phi_{i+n}(-K^2) = \exp[\beta_{i+n} K^2], \quad i = 1, \dots, m, \quad (7)$$

где параметры $\beta_{i+n} = s_i = 1/\Lambda_i^2$ характеризуют размеры адрона. В результате подынтегральное выражение в уравнении (5) приобретает вид гауссовой экспоненты, умноженной на полином степени n по переменным интегрирования, полученный из произведения числителей кварковых пропагаторов. Показатель экспоненты имеет форму $kak + 2kr + R$, где a есть $l \times l$ матрица, составленная из произведения параметров β_i так, что $a^T = a$, вектор r размерности l составлен из внешних импульсов, а R является квадратичной формой из внешних импульсов. Тензорные интегралы по петлевым переменным вычисляются с помощью операции дифференцирования

$$k_i^\mu e^{2kr} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r_{i\nu}} e^{2kr}. \quad (8)$$

Представление (8) позволяет выполнить интегрирование по всем петлевым переменным с помощью перехода к евклидовому пространству

$$k^0 \rightarrow ik_4, k^2 \rightarrow -k_E^2$$

$$\int \left[\frac{d^4 k}{\pi^2 i} \right]^l \exp \{ kak + 2kr + R \} = \frac{1}{|a|^2} \exp \{ -ra^{-1}r + R \}, \quad (9)$$

где $|a| = \det a$, a^{-1} – обратная матрица. Получившаяся гауссова экспонента может быть «пронесена» через операцию дифференцирования с помощью формулы:

$$\frac{\partial}{\partial r_{i\mu}} e^{-ra^{-1}r} = e^{-ra^{-1}r} \left(-2(a^{-1}r)_i^\mu + \frac{\partial}{\partial r_{i\mu}} \right). \quad (10)$$

Окончательное дифференцирование может быть выполнено с помощью многократного использования коммутационного соотношения

$$\left[\frac{\partial}{\partial r_{i\mu}}, r_j^\nu \right] = \delta_{ij} g^{\mu,\nu}. \quad (11)$$

$$\Pi = \int_0^\infty dt t^{n-1} \int_0^1 d^n \alpha \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) F(t\alpha_1, \dots, t\alpha_n). \quad (14)$$

Если кинематические переменные, соответствующие данной диаграмме, таковы, что появляется пороговая точка ветвления, то интеграл (14) начинает расходиться при $t \rightarrow \infty$. Однако, если обрезать интегрирование на верхнем пре-

$$\Pi^c = \int_0^{1/\lambda^2} dt t^{n-1} \int d^n \alpha \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i \right) F(t\alpha_1, \dots, t\alpha_n). \quad (15)$$

Параметр обрезания λ называется параметром инфракрасного обрезания. Отметим, что область малых значений переменной интегрирования $t \sim 0$ соответствует области больших значений петлевых импульсных переменных и поэтому называется ультрафиолетовой областью. Следует отметить, что в ковариантной модели кварков ультрафиолетовые расходимости отсутствуют благодаря вершинным функциям, быстро убывающим в евклидовой области. Таким образом, инфракрасное обрезание удаляет

После интегрирования по петлевым импульсным переменным и выполнения вышеописанной операции дифференцирования, выражение для фейнмановской диаграммы в уравнении (5) записывается в виде:

$$\Pi = \int_0^\infty d^n \beta F(\beta_1, \dots, \beta_n), \quad (12)$$

где F есть получившееся подынтегральное выражение. Удобно перейти к интегрированию по симплексу с помощью «вставки» единицы в подынтегральное выражение

$$1 = \int_0^\infty dt \delta \left(t - \sum_{i=1}^n \beta_i \right), \quad (13)$$

и последующей замены переменных $\beta_i = t\alpha_i$

деле, то это обеспечит отсутствие любых пороговых сингулярностей в данной диаграмме, поскольку полученный интеграл абсолютно сходится для любого набора кинематических переменных:

все возможные пороговые сингулярности, которые в нашем случае связаны с рождением кварков. Это означает, что инфракрасное обрезание эффективно обеспечивает конфайнмент кварков [10].

Параметры модели

Вначале определим число свободных параметров в ковариантной кварковой модели в случае мезонов, рассматриваемых как кварк-антикварковые состояния. Для данного мезона H_i

имеется константа связи g_{H_i} , параметр Λ_{H_i} , две из возможных четырех величин конституэнтных масс кварков m_{q_j} ($m_u = m_d, m_s, m_c, m_b$) и универсальный параметр инфракрасного обрезания (конфайнмента) λ . Легко посчитать, что в случае n_H мезонов имеется $2n_H + 5$ свободных параметров. Условие связанности накладывает n_H ограничений на число модельных параметров, что символически можно записать как

$$f_{H_i}(g_{H_i}, \Lambda_{H_i}, m_{q_i}, \lambda) = 1. \quad (16)$$

Данное условие может быть использовано, чтобы исключить константу связи g_H из числа свободных параметров. Остальные $n_H + 5$ параметров определяются с помощью фитирования по экспериментальным данным.

Результаты лучшего фита были достигнуты при значениях свободных параметров модели, приведенные в (17).

m_u	m_s	λ	
0.2	0.4	0.1	Γ
41	28	81	эВ

(17)

Численные результаты

В данной работе мы использовали значения массы $a_0(980)$ мезона равной $m_{a_0(980)} = 990$ МэВ. Вычисления сделаны для определения ширины

распада $a_0(980)$ мезона. Результаты вычислений приведены в таблице 1. В таблице приведены ширины распада для моды $a_0(980) \rightarrow K\bar{K}$.

Таблица 1 – Ширина распада $a_0(980)$ в ковариантной модели кварков

Мода распада	$\Gamma_{\text{теор}}, \text{ГэВ}$					$\Gamma_{\text{эксп}}, \text{ГэВ}$
	$\Lambda=0.75$	$\Lambda=0.85$	$\Lambda=1$	$\Lambda=1.2$	$\Lambda=1.5$	
$a_0(980) \rightarrow K\bar{K}$	0.002829	0.002905	0.002984	0.003051	0.003103	0.05

Полученные данные приведены для разных значений (ГэВ) параметра Λ , который обозначает размер мезона. В настоящий момент невозможно определить размер $a_0(980)$ мезона экспериментально, в связи с этим мы варьируем параметр Λ в разумных пределах.

Из полученных теоретических результатов видно, что они на порядок отличаются от экспериментальных значений. Из этого можно предположить, что скалярные резонансы ($J^{PC} = 0^{++}$) с массами в области 1 ГэВ могут быть тетракварковыми системами, так как основные различия дикварковых и тетракварковых систем является отношение полных ширин распадов скалярных мезонов.

Выводы

В данной работе мы изучали состояние скалярного мезона $a_0(980)$ как мезона, состоящего из двух кварков. Были получены значения ширины распада для моды $a_0(980) \rightarrow K\bar{K}$. Полученные теоретические результаты на порядок отличаются от экспериментальных значений. Из этого можно предположить, что скалярные резонансы ($J^{PC} = 0^{++}$) с массами в области 1 ГэВ могут быть тетракварковыми системами, так как основным отличием дикварковых и тетракварковых систем является отношение полных ширин распадов скалярных мезонов.

В пользу тетракваркового состояния $a_0(980)$ мезона свидетельствуют работы других авторов, приведем лишь некоторые из них [11-

16]. В последующих работах планируется вычислить значения ширин распада $a_0(980)$ мезона как мезона, состоящего из четырех кварков.

References

- 1 Aaij R. et al. LHCb Collaboration // *Phys.Rev.Lett.* – 2013. – Vol. 111, no.19. – P.191801.
- 2 Klempt E. and Zaitcev A. Glueballs, Hybrids, Multiquarks. Experimental facts versus QCD inspired concepts” [arXiv:0708.4016[hep-ph]].
- 3 Amsler C. et al. Note on Scalar Mesons below 2 GeV // Particle Data Group. – 2014. – 21p.
- 4 Amsler C. and Tornqvist N.A. Mesons beyond the naive quark model // *Phys.Rept.* – 2004. – Vol.389. – P.61-117.
- 5 Particle Properties Date // *Rev.Mod.Phys.* – 1980. – No.2, CERN.
- 6 <http://pdg.lbl.gov/2014/tables/rpp2014-tab-mesons-light.pdf>
- 7 Ivanov M.A., Santorelli P. and Tancredi N. The Semileptonic form-factors of Band D mesons in the quark confinement model // *Eur. Phys. J. A.* – 2000. – Vol.9. – P.109.
- 8 Ivanov M.A., Körner J.G. and Santorelli P. The Semileptonic decays of the B meson // *Phys. Rev. D.* – 2001. – Vol.63. – P.074010.
- 9 Faessler A. et al. The Exclusive rare decays $B \rightarrow K(K^*) \bar{l}l$ and $B_c \rightarrow D(D^*) \bar{l}l$ in a relativistic quark model // *Eur. Phys. J. direct C.* – 2002. – Vol.4. – P.18.
- 10 Dineykhon M., Ivanov M.A., Saidullaeva G.G. Exotic States and Rare B_s -Decays in the Covariant Quark Model // *PEPAN.* – 2012. – Vol. 43, no.6.
- 11 Wagner M. et al. Investigation of light and heavy tetraquark candidates using lattice QCD // *J.Phys.Conf.Ser.* – 2014. – Vol. 503. – P. 012031.
- 12 Vijande J., Fernandez F., Valcarce A. and Silvestre-Brac B. Tetraquark bound states in a constituent quark model and the nature of the $a_0(980)$ and $f_0(980)$ // [arXiv:0206.263[hep-ph]].
- 13 Achasov N.N. and Kiselev A.V. Once more about the $K K^-$ molecule approach to the light scalars // *Phys.Rev. D.* – 2007. – Vol.76. – P.077501.
- 14 Wussow M. and Grau N. Determination of the Quark Content of Scalar Mesons Using Hydrodynamical Flow in Heavy Ion Collisions // *Phys.Rev. C.* – 2011. – Vol.84. – P.054902.
- 15 Daldrop J.O. et al. [ETM Collaboration] Lattice investigation of the tetraquark candidates $a_0(980)$ and κ // arXiv:1211.5002[hep-lat].
- 16 Abdel-Rehim A. et al. Investigation of the tetraquark candidate $a_0(980)$: technical aspects and preliminary results // arXiv:1410.8757[hep-lat].