

Исманов Ю.Х., Сагымбаев А.А.

**Голографический эффект
Тальбота в научном
голографическом кино**

В статье рассматривается эффект Тальбота в его голографическом проявлении. Эффект Тальбота в обычном виде хорошо известен. Однако его особенности применительно к голографии не были исследованы. В рассматриваемой статье приведены результаты таких исследований. Аналитически показано, что при восстановлении голограммы одномерной линейной решетки, помимо возникновения мнимого и действительного изображений решетки во всех трех порядках дифракции, включая нулевой порядок, восстанавливаются также и последовательности их саморепродукций. Причем все эти последовательности простираются в область действительных изображений, что позволяет наблюдать их без использования специальной оптики. Показано, что запись голограммы линейной решетки, восстановление которой дает последовательности саморепродукций этой решетки во всех трех порядках дифракции, возможна при произвольном расстоянии между объектом и плоскостью фотопластинки, а не только на расстояниях кратных постоянной Тальбота. На основе установленного эффекта нами разработана уникальная по своим свойствам модель многоканального широкогодиапазонного голографического интерферометра, обладающего четырьмя выходными каналами различной чувствительности. В статье приведены результаты, полученные на компьютерной модели этого интерферометра.

Ключевые слова: эффект Тальбота, саморепродукция, голограмма, интерферометр.

Ismanov Y.H., Sagynbaev A.A.

**Talbot holographic effect in
scientific holomovie**

The article deals with the Talbot effect in its holographic manifestation. Ordinary Talbot effect is known well. However, its properties in holography not been investigated. In the article presents the results of such researches. Analytically shown that the reproduction of the hologram of one-dimensional linear grating, in addition to the emergence of virtual and real images of the grating in the three diffraction orders restores the sequence of their self-reproductions also. And all of these sequences extend to the space of real images that allows you to watch them without the use of special optics. On the basis of established effect authors developed a model of unique multi-channel wide-range holographic interferometry having four output channels with different sensitivity. The paper presents the results obtained on a computer model of the interferometer. This interferometer is able to operate in real time. This fact allows to receive interference patterns in all channels of the interferometer.

Key words: Talbot effect, self-reproduction, hologram, interferometer.

Исманов Ю.Х., Сағымбаев А.А.

**Ғылыми голографиялық
кинодағы Тальботтың
голографиялық әсері**

Мақалада голографиялық көрініске Тальбот әсері қарастырылған. Тальбот әсері кәдімгі кезде жақсы танымал. Бірақ голографияда оның ерекшелері зерттелмеген. Ұсынып отырған мақалада осындай зерттеулердің нәтижелері келтірілген. Бірөлшемді сызықты торда голограмманы қайта қалпына келтіру кезінде дифракцияның барлық үш ретінде, нольдік ретімен қоса, тордың жалған және шын кескіндері пайда болумен қатар өзінің репродукциялар тізбегі қайта қалпына келтіретіні аналитика түрде көрсетілген. Осы тізбектердің барлығы шын кескіндер аумағына қарай созылады, осындай жағдай кескіндерді арнайы оптиканы қолданусыз көруге мүмкіндік береді. Дифракцияның барлық үш ретінде сызықты тордың қайта қалпына келтіру өзінің репродукциялар тізбегін беретін осы тордың голограммасын жазу объект пен фотопластинаның жазықтық арасындағы қашықтығы тек Тальбот тұрақтысына еселік емес және де ерікті арақашықтықта болу мүмкіндігі көрсетілген. Біз анықтаған эффект негізінде қасиеттері бірегей көп каналды кең жолақты голографиялық интерферометрдің моделі құрастырылды. Интерферометр сезімталдығы өзгеше төрт шығыс каналды. Мақалада осы интерферометрдің компьютерлік моделі арқылы алынған нәтижелер көрсетілген.

Түйін сөздер: Тальбота эффектiсi, өздік репродукция, голограмма, интерферометр.

¹Кыргызский государственный университет строительства, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова, Кыргызская Республика, г. Бишкек

²Государственное агентство связи при Правительстве КР, Кыргызская Республика, г. Бишкек
*E-mail: i_yusupjan@mail.ru

ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ТАЛЬБОТА В НАУЧНОМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОМ КИНО

Некоторые особенности эффекта Тальбота в голографии

Голографический эффект Тальбота, в его самом общем виде был обнаружен в процессе развития метода бесщелевой радужной голографии [1]. В работах [1-2] показано, что при восстановлении отбеленной голограммы линейной решетки белым светом как в проходящем, так и в отраженном свете на плоскости голограммы восстанавливается радужное изображение решетки. Однако при освещении этой же голограммы когерентной волной восстанавливаются мнимое и действительное изображения решетки и, кроме того, последовательности их саморепродукций, и это при том, что положение решетки при записи ее голограммы абсолютно произвольно по отношению к плоскости голограммы. Как будет видно из последующих расчетов, это никоим образом не влияет на возможность восстановления изображений решетки. Наоборот, более общий подход позволяет показать, что при восстановлении голограммы решетки происходит восстановление мнимого и действительного изображений решетки в ± 1 порядках дифракции, причем эти изображения и соответствующие им последовательности саморепродукций видны одновременно, в отличие от обычных голографических изображений.

И не менее важным моментом является то, что последовательность изображений решетки восстанавливается также и в нулевом порядке дифракции.

Рассмотрим схему записи голограммы решетки.

Функция пропускания решетки может быть представлена как Фурье-разложение вида

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp(2\pi j m x / d), \quad (1.1)$$

где d – период решетки.

Если решетка освещается плоской волной вида

$$u_0(x, y, z) = a \exp(jkz) \quad (1.2)$$

где $\kappa = 2\pi/\lambda$ – волновой вектор, λ – длина падающей волны, z – ось, вдоль которой расп-

ространяется волна, a – амплитуда освещающей волны, то поле вблизи плоскости голограммы имеет вид

$$u_z(x, y, z) = c \exp(jkx \sin \theta) \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp[j2\pi \times (\frac{mx}{d} - \frac{m^2 \lambda z}{2d^2})], \quad (1.3)$$

где c – некоторый постоянный множитель.

В качестве объектной волны возьмем плоскую волну, падающую перпендикулярно плоскости голограммы, т. е. направление распространения волны совпадает с направлением оси z :

$$u_R = A \exp(jkz), \quad (1.4)$$

где A – амплитуда опорной волны.

Согласно методу Габора [3], функцию пропускания решетки можно представить в виде суммы $t = t_0 + t_m$, где t_0 – постоянная составляющая функции пропускания решетки (с нулевой пространственной частотой), а t_m – дифрагированная составляющая, или составляющая с ненулевой частотой. В соответствии с выражением (1.3) для объектного поля на расстоянии z от плоскости решетки

$$t_0 = a_0, t_m = \sum_{m=-\infty, m \neq 0}^{\infty} a_m \exp[j2\pi (\frac{mx}{d} - \frac{m^2 \lambda z}{2d^2})]. \quad (1.5)$$

Коэффициент пропускания такой голограммы, записанной при указанных выше условиях, имеет вид

$$\begin{aligned} \tau(x, y) \sim I(x, y) = & A \exp(jkz) c^* \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp[-j2\pi (\frac{mx}{d} - \frac{m^2 \lambda z}{2d^2})] \exp(-jkx \sin \theta) + \\ & + A \exp(-jkz) c \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \exp[j2\pi (\frac{mx}{d} - \frac{m^2 \lambda z}{2d^2})] \exp(jkx \sin \theta) + \frac{\lambda^4}{4\pi^2} a_0^2 + \frac{\lambda^4}{4\pi^2} a_0 \times \\ & \times \sum_{m=-\infty, m \neq 0}^{\infty} a_m \exp[-j2\pi (\frac{mx}{d} - \frac{m^2 \lambda z}{2d^2})] + \frac{\lambda^4}{4\pi^2} a_0 \sum_{m=-\infty, m \neq 0}^{\infty} a_m \exp[j2\pi (\frac{mx}{d} - \frac{m^2 \lambda z}{2d^2})]. \end{aligned} \quad (1.6)$$

При освещении такой голограммы исходной опорной волной $u_R = A \exp(jkz)$ за ней возникают три дифракционных порядка, определяемых

значением угла θ между направлениями распространения объектной и опорной волн (рис.1).

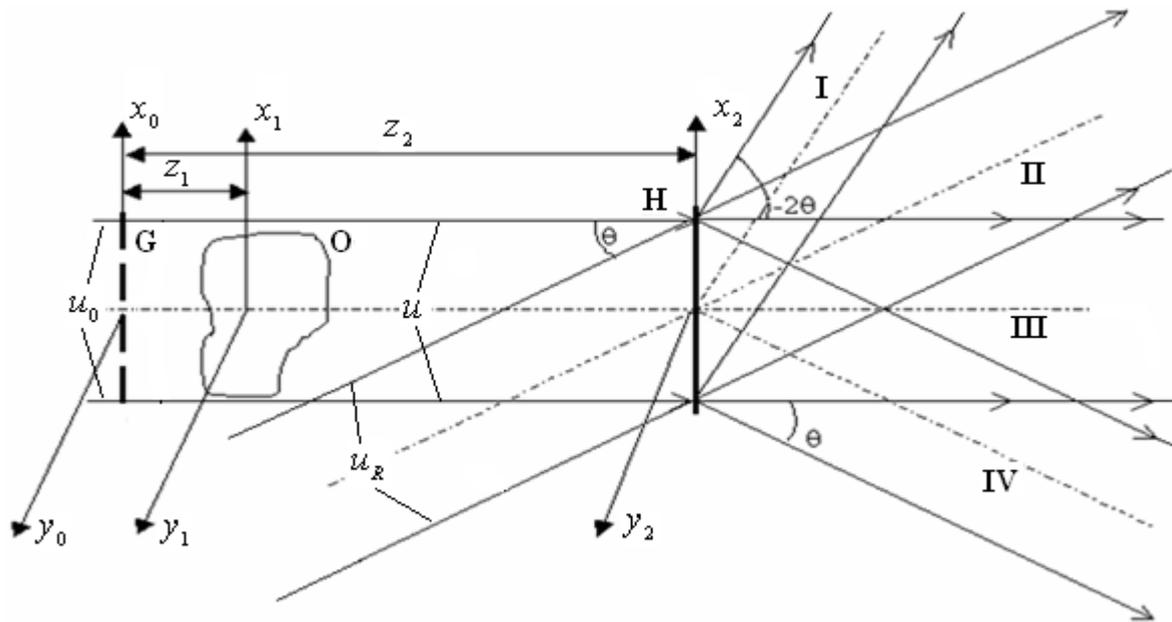


Рисунок 2 – Схема записи и восстановления голограммы. u – объектная волна, u_R – плоская опорная волна, G – линейная решетка, O – фазовый объект, I, II, III, IV – выходные каналы интерферометра

Проверка эффективности работы МШГИ с помощью компьютерного моделирования

В качестве базового метода, позволяющего исследовать как особенности голографического эффекта Тальбота, так и работоспособность предложенной схемы многоканального голографического интерферометра Тальбота, было решено взять метод компьютерного моделирования. Работа предложенной модели в интерактивном режиме позволяет легко менять режимы и условия записи голограммы решетки и фазового объекта, менять тип фазового объекта и его характеристики. Такие возможности компьютерной модели интерферометра делают ее довольно гибким инструментом, позволяющим установить зависимость между видом интерференционной картины, получающейся в выходном канале интерферометра и распределением неоднородностей в исследуемом фазовом объекте и, в конечном счете, дающим возможность

решить задачу дешифровки получающихся интерферограмм.

Объекты, вводимые в модель, а это одномерная линейная решётка и тонкий фазовый объект, предварительно дискретизировались. При дискретизации использовался наиболее простой способ, при котором непрерывному описанию вводимого объекта $u(x,y)$ ставилась в соответствие матрица отсчетов $u(I,J)$ [5], взятых на прямоугольном растре с некоторым шагом Δx и Δy вдоль координат x и y . Это описание естественней всего основывать на теореме отсчетов [5]. Такой подход позволяет без потерь восстановить изображение при обратном переходе от дискретного вида к непрерывному. Переход от матрицы отсчетов $u(I,J)$ к непрерывной функции $u(x,y)$ осуществляется путем линейной интерполяции отсчетов. Математически эта операция может быть описана как свертка последовательности

$$u(x, y) = \sum_{I=0}^{N_x-1} \sum_{J=0}^{N_y-1} u(I, J) \delta(x - I\Delta x) \delta(y - J\Delta y) \tag{2.1}$$

с некоторой интерполирующей функцией $\Phi(x,y)$. В качестве такой интерполирующей функции, при описании голографического про-

цесса, удобней всего использовать sinc-функцию, где

$$\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x}.$$

Условия соответствия теореме отсчетов определялись соотношениями

$$\Delta x \leq \frac{1}{2f_x}; \Delta y \leq \frac{1}{2f_y}, \quad (2.2)$$

где $[-f_{x \max}, f_{y \max}; -f_{y \max}, f_{y \max}]$ – прямоугольная область, за пределами которой пространственный спектр $u(x,y)$ можно считать равным нулю.

Полученная голограмма восстанавливалась освещением одновременно исходной опорной волной и искаженной объектной волной, значение которой в плоскости голограммы получалось с помощью преобразования Френеля. Обратное преобразование Френеля позволяет получить распределение интенсивностей волн в каналах интерферометра.

В качестве тестовых объектов, позволяющих оценить работоспособность предложенной схемы интерферометра, а также его компьютерной модели, были рассмотрены фазовые среды, описание которых можно задать достаточно простыми математическими соотношениями. Кроме того, более сложные фазовые среды могут быть с достаточной точностью описаны как совокупность этих простейших фазовых объектов. К этим объектам относятся в первую очередь такие объекты, как тонкая линза, оптический клин, угол при вершине которого достаточно мал, плоскопараллельная пластина. Наиболее подробно исследовался объект типа тонкой линзы. Для этого объекта были получены интерферограммы во всех четырех каналах интерферометра, причем брались линзы, имеющие различные значения фокусного расстояния.

Ниже приведен пример интерференционных картин, получаемых в выходных каналах интерферометра (рис. 3).

На указанном рисунке показаны интерферограммы тонкой линзы, которые были получены во всех четырех каналах голографического интерферометра. Интерферограммы фиксировались в плоскостях саморепродукций, удаленных от плоскости голограммы на расстояние $z = 8z_T$ ($z_T = \frac{2d^2}{\lambda}$). Т. е. при записи голограммы

линейная решетка располагалась от плоскости голограммы на расстояниях $z \geq 8z_T$, а фазовый объект располагался произвольно между плоскостями решетки и голограммы. Расстояние $z = 8z_T$ взято в данном конкретном случае только из соображений наглядности – на этом расстоянии при заданных размерах матрицы отсчетов ($N_x = N_y = 256$) и заданных значениях длины волны и периода решетки ($\lambda = 6,63 \cdot 10^{-7} \text{ м}, d = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$) шаги дискретизации в плоскости исходной решетки (x,y) и в плоскости рассматриваемой саморепродукции (ξ,η) совпадают, в соответствии с соотношениями $\Delta \xi = \frac{\lambda d}{N_x \Delta x}$ и $\Delta \eta = \frac{\lambda d}{N_y \Delta y}$ [5]. Как

следствие, совпадают размеры исходной решетки и ее саморепродукции. Фокусное расстояние линзы равно 23 см.

При восстановлении голограммы решетка в восстанавливаемой объектной волне поворачивалась вокруг оси перпендикулярной к плоскости решетки. Угол между линиями исходной решетки и повернутой составлял $\beta = 0,06$ радиан.

Как видно из рисунка 3 наличие фазового объекта типа тонкой линзы формирует искаженное изображение решетки, при котором линии решетки симметрично смещаются от центральной оси интерференционной картины и, одновременно, увеличивается период решетки. Такая картина искажений решетки сходна с картиной искажения линий решетки в методе Ронки [6].

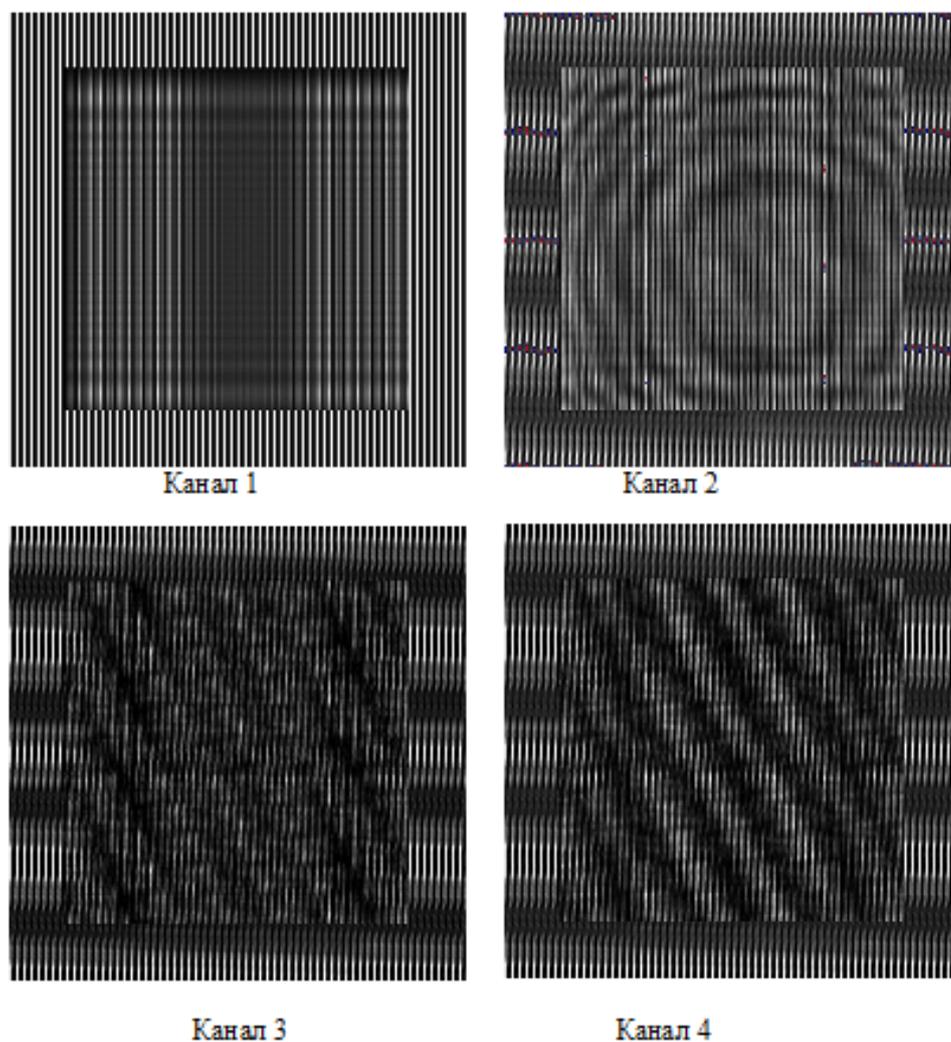


Рисунок 3 – Объект линза. Расстояние от плоскости голограммы до рассматриваемой плоскости $z = 8 Z_T$.
 Углы поворота исходной и конечной решеток: $\alpha = 0$; $\beta = 0.06$.
 Фокусное расстояние линзы $f = 23$.

Канал IV дает картину наклонных линий муара. Каналы II и III – это голографические каналы, в которых происходит сложение волн от исходного и измененного фазовых объектов, причем на эту картину накладывается муар, возникающий за счет формирования в данных каналах саморепродукций исходной и повернутой линейной решеток.

Канал II образует картину муара, представляющую собой систему коаксиально размещенных колец, по которому можно судить, во-первых, о том, что фазовый объект радиально симметричен, во-вторых, либо показатель преломления среды симметрично меняется от центра к краям, либо при неизменном показателе пре-

ломления симметрично изменяется толщина фазовой среды.

Важнейшей особенностью данного интерферометра является возможность изменять чувствительность каждого из каналов, что может значительно расширить диапазон исследуемых фазовых сред.

Заключение

Аналитически показано, что при восстановлении голограммы одномерной линейной решетки, помимо возникновения мнимого и действительного изображений решетки во всех трех порядках дифракции, включая нулевой поря-

док, восстанавливаются также и последовательности их саморепродукций. Причем все эти последовательности простираются в область действительных изображений, что позволяет наблюдать их без использования специальной оптики.

Показано, что запись голограммы линейной решетки, восстановление которой дает последовательности саморепродукций этой решетки во всех трех порядках дифракции, возможна при произвольном расстоянии между объектом и плоскостью фотопластинки, а не только на расстояниях кратных постоянной Тальбота.

На основе голографического эффекта Тальбота разработана математическая модель многоканального широкодиапазонного голографического интерферометра. Согласно модели, указанный интерферометр имеет четыре выходных канала, каждый из которых имеет свое значение чувствительности.

В первом канале восстанавливается изображение линейной решетки, искаженное фазовым объектом. Это канал низкой чувствительности,

и он может быть использован для качественной оценки распределения неоднородностей в исследуемом объекте по методу Ронки.

Второй и третий каналы – это высокочувствительные голографические каналы, позволяющие определить даже незначительные изменения величин неоднородностей фазовой среды.

Четвертый канал по своим характеристикам близок к обычному интерферометру Тальбота. В данном канале оценка распределения неоднородностей происходит в основном по картине муара, т. е. этот канал менее чувствителен, чем высокочувствительные второй и третий каналы.

Интерференционные картины, получаемые в выходных каналах многоканального широкодиапазонного интерферометра, несут информацию, по которой можно судить о трехмерной картине распределения неоднородностей в фазовых средах любой сложности, включая динамические. Разработка подобных интерферометров позволит сделать значительный вклад в развитие научного голографического кино.

References

- 1 Maripov A. Raduzhnaya golografiya. – Bishkek: Ilim, 1988. – 146 s.
- 2 Maripov A., Ismanov Y. The Talbot effect (a self - imaging phenomenon) in holography // J. Appl. Phys. – 1993. – V. 74. – No. 8. – P. 7039 – 7044.
- 3 Gabor D. A New microscopic principle // Proc. Roy. Soc. (London). – 1949. – A197. – P.454.
- 4 Maripov A., Ismanov Y. Interferometer based on the Talbot effect in holography // J. Optics. – 1995. – V. 26. – No. 1. – P.25–28.
- 5 Yaroslavskiy L. P., Merzlyakov N. S. Tsifrovaya golografiya. – M: Nauka, 1982. – 221 s.
- 6 Малакара Д. Оптический производственный контроль. – М: Мир, 1987. – 400 с.