

Бактыбаев К., Далелханкызы А.,
Койлык Н.О., Бактыбаев М.К.

**Оболочно-парная модель
ротационных состояний ядер**

Важной и интересной задачей теории ядра является описать коллективные моды многонуклонных систем посредством фермионных степеней свободы в них. Но точное оболочечно-модельное объяснение их природы остается очень сложной задачей. Поэтому приходится использовать некоторые методы обрезания такого гигантского пространства так, чтобы вычисления внутри обрезанного пространства стали удобными и в тоже время реалистическими. В данной работе мы применили нуклонно-парная оболочечная модель к реальным ротационным ядрам, в частности к двум изотопам эрбия и иттербия: ^{162}Er , ^{164}Yb . Вычисленные спектры основных и β^- , γ^- ротационных полос, находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными их величинами. С помощью найденных волновых функций вычислены величины вероятности E2 – переходов между состояниями.

Ключевые слова: фермион, бозон, нуклон, ядро, ядерные состояния, ядерный реакции, гамильтониан, матричные элементы.

Baktybaev K., Dalelkhankyzy A.,
Koilyk N.O., Baktybaev M.K.

**A shell-model of pair rotational
states of nuclei**

An important and interesting task of the theory of the nucleus is to describe the collective modes nucleon systems by fermion degrees of freedom in them. But the exact shell-model explanation of their nature remains very an intricate problem. Therefore it is necessary to use some methods of circumcision such a huge space so that calculations within the cropped area became comfortable and at the same time realistic. In this work we applied SD nucleon-pair shell model to the real rotational nuclei, in particular to the two isotopes of ytterbium and erbium: ^{162}Er , ^{164}Yb . The calculated spectra of the main and β^- , γ^- rotational bands are in satisfactory agreement with the experimental values of parameters. We used the wave functions to calculate the value of probability E2 – transitions between states.

Key words: fermion, boson, nucleon, nucleus, nuclear states, nuclear reactions, the Hamiltonian, matrix elements.

Бактыбаев Қ., Дәлелханқызы А.,
Қойлық Н.О., Бактыбаев М.Қ.

**Ядроның ротациялық күйінің
қосақтық қабықша моделі**

Ядролық жүйелердегі коллективтік қозу күйлерін фермиондық кеңістікте зерттеп түсіндірудің маңызы үлкен. Бірақ, бұл мәселені шексіз үлкен нуклондық қабықша моделінде шешу өте күрделі. Сондықтан мұндай үлкен кеңістікті есептеуге қолайлы болатын ықшамды түрде кесілген кеңістікке кескіндеу керек. Кесілген, ықшамдалған кеңістікте теорияны реалды жүйелерге қолдану әлде қайда қолайлы. Мақалада SD-қосақтық қабықша моделі реалды ротациялық ядролардың төменгі энергетикалық күйлер қасиеттерін зерттеуге қолдануы көрсетілді. Атап айтқанда Эрбий мен Иттербийді екі изотопы: ^{162}Er , ^{164}Yb -дің ротациялық күйлері зерттеледі. Ядролардағы негізгі, және β^- , γ^- жолақтарының деңгейлері мен олардағы болатын E2 – электро-магниттік ауысулар ықтималдығы есептеледі. Олардың мәндері эксперименттегі табылған шамалармен салыстырылады.

Түйін сөздер: нуклон, ядро, ядро күйлері, фермион, бозон, ядролық реакция гамильтониан, матрицалық элементтер.

ОБОЛОЧНО-ПАРНАЯ МОДЕЛЬ РОТАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР

Введение

Построение более последовательной и наиболее адекватной теории многонуклонных систем является актуальной задачей современной теоретической ядерной физики. Закономерности строения ядра и ядерных сил весьма важны во всех отраслях естественных наук и в атомной промышленности. Существуют несколько оригинальных попыток описания природы коллективных возбуждений ядер. На ранних стадиях такие теории носили в основном феноменологический характер.

Разработанный нами и независимо за рубежом А.Аримой и Ф.Якелло [1,2] альтернативный метод теоретического исследования коллективного движения нуклонов в ядре рассматривает такие возбуждения как взаимодействия бозонов с разными спинами, образованных коллективными взаимодействиями нуклонов.

Хотя обычная бозонная теория хорошо приспособлена к группово-теоретическому рассмотрению свойств многонуклонных систем, но она не дает микроскопическо-нуклонную картину описываемых процессов.

В начале 80-х годов Т.Отсука и его сотрудники [3] ввели в теорию протонные и нейтронные степени свободы, концепцию F-спина и метод отображения нижнего оболочечно-модельного пространства в бозонные, которые в литературе называется отображением Отсуки-Аримы-Якелло (ОАЯ-отображением). Новым моментом ОАЯ-подхода является то, что их отображение дает однозначное соответствие между матричными элементами фермионного и бозонного описания для состояний с низкой сеньорити. Аналогичные попытки отобразить фермионные операторы в бозонные были предприняты Ву R.L и др.[4], Гинокчио Дж.Н [5], Ян-Ан Лио и др [6], Йошинага и др [7].

Важной и интересной задачей теории ядра является описать эти коллективные моды посредством фермионных степеней свободы в них. Но точное оболочечно-модельное объяснение их природы остается очень сложной задачей даже с помощью современных компьютеров.

Поэтому приходится использовать некоторые методы обрезания такого гигантского пространства так, чтобы вычисления внутри обрезанного пространства стали удобными и в тоже время реалистическими.

Успех модели взаимодействующих бозонов (МВБ) предполагает, что S и D пары в ядерных системах играют главную роль в природе низко-лежащих спектров ядерных мод. Поэтому во многих исследованных s и d бозоны рассматривались соответственно как коллективные S и D пары валентных нуклонов [4-7].

Недавно была предложена SD нуклонно-парная оболочечная модель NPSM для ядерных коллективных движений, в которой коллективные ядерные пары с угловыми моментами $L=0,2$ служили в качестве строительных блоков. В этом подходе орбиты нуклонов нормальной и ненормальной четности рассматривались на одинаковом фундаменте. Они позволили провести различные схемы обрезания полного оболочечно-модельного пространства до SD-парного подпространства. В данной модели гамильтониан системы диагонализуетя точно в SD-пространстве, тем самым модель воспроизводит вибрационные, ротационные и γ -нестабильные спектры состояний ядер, соответствующие $U(5)$, $SU(3)$ и $SO(6)$ пределам МВБ.

В данной работе мы применили NPSM-модель к реальным ротационным ядрам, в частности к двум изотопам эрбия и иттербия: ^{162}Er , ^{164}Yb .

Основа NPSM модели

С начала кратко изложим содержания модели NPSM. Для систематического изучения структуры состояний и свойств ядер мы выбрали гамильтониан системы в простой форме:

$$H = H_0 + H_\pi + H_\nu + H_{\pi\nu} \quad (1)$$

$$H_0 = \sum_i \varepsilon_i n_i, \quad i = \pi, \nu,$$

в которой протонные π и нейронные ν гамильтонианы выражаются в виде:

$$H_i = \sum_i G_i A_i^{+(r)} A_i^{(r)} + K_i Q_i^2 Q_i^2. \quad (2)$$

Коллективные пары с операторами $A_i^{(r)}$ и угловыми моментами $r = 0, 2$ строятся из многих неколлективных пар расположенных в одночастичных орбитах j_a, j_b

$$A_i^{(r)+} = \sum \nu(abr) (C_{j_a m_a}^+ C_{j_b m_b}^+)_\mu^r. \quad (3)$$

Гамильтониан нейтрон-протонного взаимодействия равен:

$$H_{\pi\nu} = -k Q_\pi^2 Q_\nu^2,$$

$$Q_\mu^2 = \sqrt{16\pi} / 5 \sum_i r_i^2 Y_{2\mu}(\theta_i \varphi_i). \quad (4)$$

В этих выражениях $\varepsilon_i, G_i, k_i, k$ – одночастичные энергии j -уровня, глубина спаривательных и квадруполь-квадрупольного взаимодействия одноименных нуклонов и глубина квадруполь-квадрупольного взаимодействия разноименных нуклонов, соответственно. Оператор E2-переходов между состояниями равен

$$T(E2) = e_\pi Q_\pi^2 + e_\nu Q_\nu^2, \quad (5)$$

где e_π и e_ν – эффективные заряды протона и нейтрона, соответственно.

В равенстве (3) для коллективных пар $\nu(a, b, r)$ определяет структурные коэффициенты S и D пар. В работе структурные коэффициенты S-пары нуклонов приближенно определяются как $\nu(a, a, r) = \sqrt{2j_a + 1} (v_a / u_a)$, в которой v_a и u_a – амплитуда занятости и незанятости нуклонных орбит, которые являются решениями БКШ-уравнения. D-пары в системе определяются через коммутатор

$$D^+ = \frac{1}{2} [Q^2, S^+] = \sum_{ab} \nu(a, b, 2) (C_a^2 \times C_b^2)^2. \quad (6)$$

Для четных систем с одинаковыми n нуклонами выбираем произведение $N=n/2$ пар с угловыми моментами r_1, r_2, \dots, r_N когда имеем оболочечно-модельный базис. N пары последовательно связываются в полный угловой момент $J_N M_N$. Такую базисную волновую функцию обозначим, связывая угловые моменты по два:

$$|r_1, r_2, \dots, r_N; J_1 J_2, \dots, J_N M_N\rangle = (\dots((A^{r_1^+} \times A^{r_2^+})^{J_2} \times A^{r_3^+})^{J_3} \times \dots \times A^{r_N^+})_{M_N}^{J_N}, \quad (7)$$

при условии $r_1 \equiv J_1$, $r_1 \geq r_2 \geq \dots r_N$. Для заданного набора квантовых чисел ($r_1 \geq r_2 \geq \dots r_N$; $J_N M_N$) имеются также много наборов, отличающихся по промежуточным угловым моментам $J_2 \dots J_{N-1}$. Такие наборы не являются ни ортогональными, ни независимыми. Для того, чтобы работать с этими сверх наполненными наборами, для данного J_N возьмем независимый набор образованный выбором самого возможно

большого углового момента J_i . Этот выбор приведет к необходимому суммированию. Тогда их легко идентифицировать и многопарные базисные состояния станут линейно-независимыми, но еще не ортогональными.

Матричные элементы гамильтониана по мультипарному базису можно выразить через перекрытие мультипарных волновых функций состояний и их можно вычислить рекуррентным образом в виде:

$$\begin{aligned} & \langle s_1 s_2 \dots s_N; J'_1 \dots J'_{N-1} J'_{Ni} | r_1, r_2, \dots, r_N; J_1 J_2, \dots, J_N \rangle = \\ & = (\hat{J}'_{N-1} / \hat{J}'_N) (-1)^{S_N + J_N - J'_{N-1}} \sum_{K=N}^1 \sum_{L_{K-1} L_{N-1}} H_N(s_N) \cdot \\ & \cdot [\psi_k \delta_{L_{k-1}} J_{k-1} \langle s_1 s_2 \dots s_{N-1}; J'_1 \dots J'_{N-1} | r_1, r_2, \dots, r_N; J_1 J_2, \dots, J_{K-1} L_{k-1} \dots L_{N-1} \rangle \\ & + \sum_{N=k-1}^1 \sum_{r_i L_i \dots L_{k-2}} \langle s_1 s_2 \dots s_N; J'_1 \dots J'_{N-1} | r_1, r_2, \dots, r_N; J_1 J_2, \dots, J_{i-1} L_i \dots L_{N-1} \rangle] \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\hat{J} = \sqrt{2J+1}$, $H_k(S_N)$ – коэффициенты Рака, определяющие различные процедуры перенормировки, ψ_k – постоянные величины, возникающие при аннигиляции пары $A^{r_k^+}$ с A^{S_N} , из за чего они зависят от структуры этих двух пар. Обозначение r'_i означает появление новой коллективной пары $A^{r'_i}$ с новой структурной функцией $v'(a_k a_i r'_i)$, зависящей от структуры пар $A^{r_k^+}$, $A^{r'_i}$ и A^{S_N} и от промежуточных квантовых

чисел $L_i \dots L_{k-1} L_{k-2}$. Эти угловые моменты $L'_i (i' = i, \dots, k-2, k-1)$ относятся к первым i' -парам бра-состояний правой части равенства (8). Поскольку правая сторона равенства (8) является линейной комбинацией перекрытия функций $N-1$ пар, то все такие интегралы перекрытия можно вычислить рекуррентно, начиная с простейшей двухчастичной конфигурации.

При вычислении таких перекрытий волновых функций необходимо иметь в виду, что коммутатор определяется равенством:

$$[A^{r_k}, A^{S^+}] = 2 \hat{r}_k \delta_{l_0} \delta_{sr_k} \sum_{ab} v(abr_k) v(abs) - \sum_{Pd} 4r_k sv(abr_k) v(ads) \begin{Bmatrix} r_k & s & l \\ d & a & b \end{Bmatrix} (C_d^+ \times C_a)^l. \quad (9)$$

Базисные волновые функции имеют вид:

$$|jr_1, r_2, \dots, r_N; J_1 \dots J_N \rangle = A_{M_n}^{J_N^+} (jr_1, r_2, \dots, r_N; J_1 \dots J_N) |0 \rangle \quad (10)$$

Одно частичные матричные элементы операторов вычисляются в виде интегралов перекрытия:

$$\begin{aligned} & |jr_1, r_2, \dots, r_N; J_1 \dots J_N \rangle \left\| Q^0 \right\| |j_0 s_1 s_2 \dots s_N; J'_1 \dots J'_N \rangle = \\ & \sum_{k=N}^0 \langle jr_1, r_2, \dots, (r'_k) \dots r_N; J_1 \dots J_N | j_0 s_1 s_2 \dots s_N; J'_1 \dots J'_N \rangle \end{aligned} \quad (11)$$

где $Q = \sum q(cdl)(C_d^+ \times C_a)^l$

Двухчастичные операторы определяются равенством

$$V_Q^0 = kQ^l Q^l = k\hat{l}(Q^l \times Q^l)^0$$

$$V_p^0 = G_S A^{S^+} A^S = G_S \hat{s}(A^{S^+} \times A^S)^0$$

$$[A^{J_N}, (Q^l \times Q^l)^0] = \sum_{k=N}^0 \left[\dots \{A^{J_{k-1}} \times [A^{rk}, [(Q^l \times Q^l)^0]]\} \right]^{J_k} \dots A^{r_N J_N}. \quad (12)$$

Более подробное изложение таких вычислений дано в [8, 9]

Заметим, что угловые моменты r_i новых пар $B^{r_i^+}$ могут принять значения 0,1,2,... И структуры этих новых пар $B^{r_i^+}$ с 0,2 отличаются от структуры пар $A^{r_i^+}$ в равенстве (3). Другими словами SD-подпространство не закрывается под действием гамильтониана, т.к. в промежуточных состояниях могут появляться все сорта новых пар со все возможными угловыми моментами (вместо только нуля и двойки). Фактически этот факт делает трудным вычисления интегралов перекрытия волновых функций для большого числа пар N .

Применение модели к реальным системам

Экспериментальные значения одночастичных энергий для протонов $H_0(\pi)$ и нейтронов

$H_0(v)$ взяты из [10] как одночастичные энергии ядер $^{133}_{51}\text{Sb}_{82}$ и $^{131}_{50}\text{Sn}_{81}$, соответственно. Они даны в таблице 1. Одночастичные энергии в более тяжелых ядрах, типа изотопов *Er*, *Yb* могут меняться с изменением числа валентных нуклонов в них. Однако для рассматриваемых ядер эти величины взяты фиксированными. Четыре параметра G_π , G_v , k_π , k_v выбраны из сравнения энергии состояний спектров ядер с их экспериментальными значениями. Они приведены в таблице 2. Хотя параметры фиксированы для каждого ядра, но было видно, что они монотонно и медленно меняются с ростом пар N .

Из таблиц видно, что G_π больше чем G_v для обоих ядер. Причина этого состоит в том, что расщепление одночастичной энергии для протонов много больше чем для нейтронов, и ослабляющий эффект этого расщепления на коллективность состояний в ядрах больше глубины парного взаимодействия для протонов.

Таблица 1 – Одночастичные энергии для протонов и нейтронов ^{133}Sb , ^{131}Sn

ε_π (МэВ)	$g_{7/2}$	$d_{5/2}$	$d_{3/2}$	$h_{11/2}$	$s_{1/2}$
	0	0.96	2.69	2.76	2.99
ε_v (МэВ)	$d_{3/2}$	$h_{11/2}$	$s_{1/2}$	$d_{5/2}$	$g_{7/2}$
	0	0.24	0.33	1.66	2.34

Таблица 2 – Параметры парных взаимодействий нуклонов в ядрах

ядро	G_π	G_v	k_π	k_v	K
^{131}Sn	0.29	0.18	0.21	0.18	0.41
^{133}Sb	0.29	0.20	0.22	0.19	0.43

Таблица 2 показывает, что сила n - p взаимодействия K примерно в 2 раза больше чем глубина nn , pp -взаимодействия. Кроме того, абсолютная величина n - p взаимодействия медленно растет с увеличением число пар в ядрах.

Вычисленные и экспериментальные спектры представлены на рисунках 1, 2, 3. На них изображены основные и β -, γ - вибративные полосы, которые находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными их величинами. Особенно самые нижние состояния у обоих ядер, до спинов 12^+ у основных полос передаются хорошо. Однако у более высоких состояниях вычисленные и опытные энергетические величины начинают отличаться все сильнее. Такое различие данных объясняется не только приближенностью подбора свободных параметров теории, но и также отсутствием вкладов более высоких степеней свободы нуклон-

ных пар. Кроме того при вычислениях мы больше заботились о согласии самых нижних состояний ирраст полосы. В то же время выбор из многих типов спаривания нуклонов только S и D пар вполне удовлетворительно описывает нижний спектр коллективных возбуждений в тяжелых атомных ядрах. С другой стороны удовлетворительность выбора обрезанного SD-парного пространства объясняется тем, что такое подпространство зависит от относительной величины одночастичного энергетического члена и эффективного остаточного взаимодействия $V_{эф}$. В случае $H_0 \gg |V_{эф}|$, т.е. когда среднее поле намного сильнее чем остаточное взаимодействие пар, нуклоны будут двигаться более независимо, и все нуклонные пары с различными угловыми моментами почти вырождаются и таким образом находится на одном фундаменте.

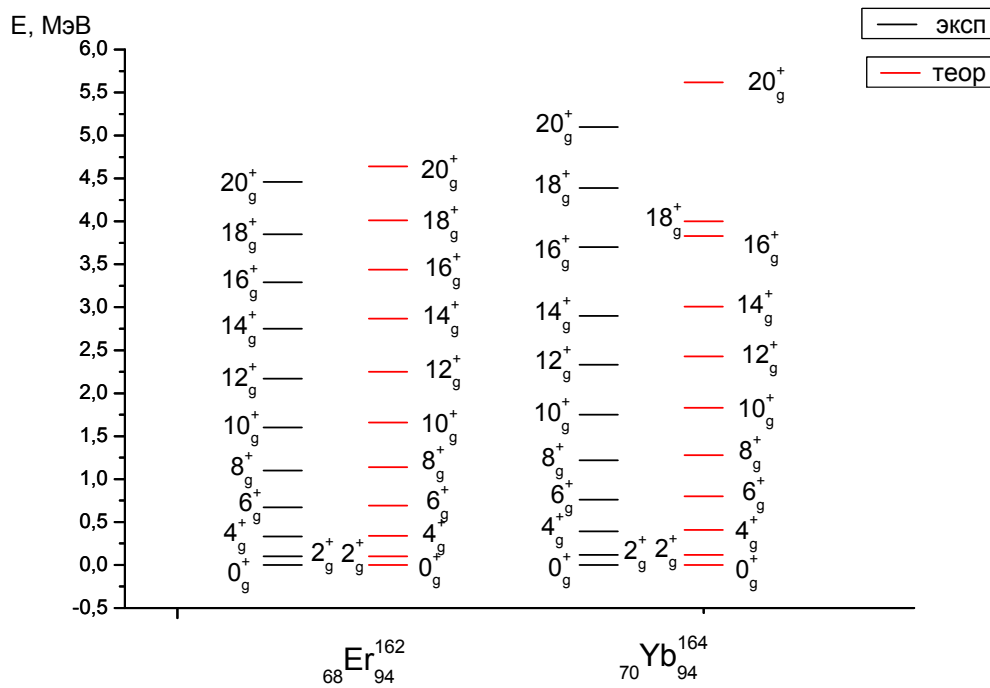


Рисунок 1 – Спектры изотопов ${}^{162}\text{Er}$ и ${}^{164}\text{Yb}$ для состояний g – полос

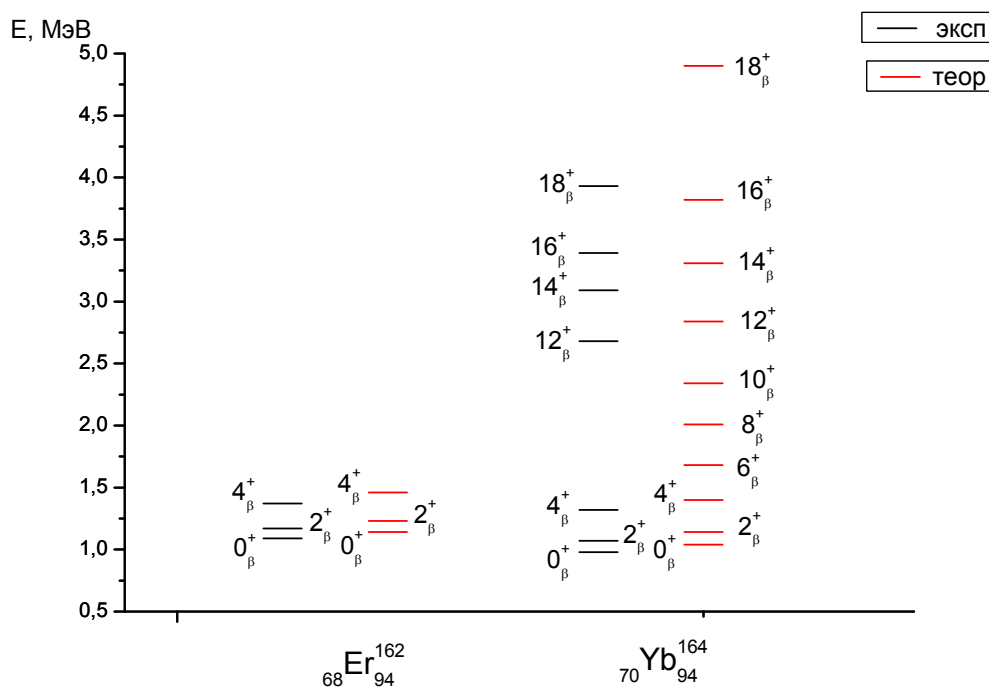


Рисунок 2 – Спектры изотопов ^{162}Er и ^{164}Yb для состояний β – полос

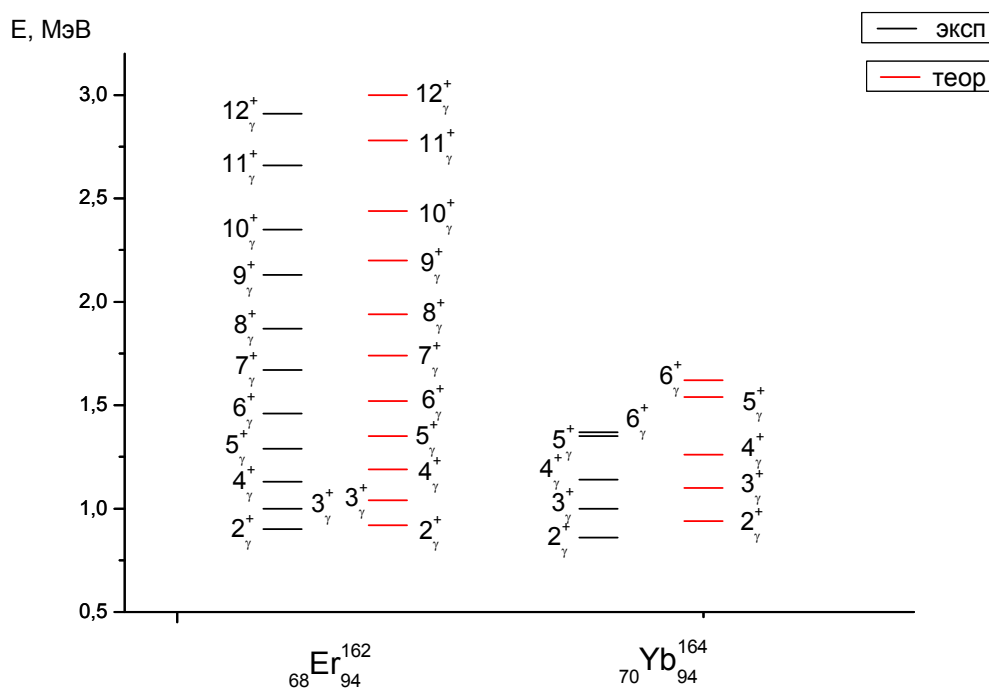


Рисунок 3 – Спектры изотопов ^{162}Er и ^{164}Yb для состояний γ – полос

Если необходимо будет использовать нуклонные пары как строительные блоки для описания таких систем, нужно было бы включить

нуклонные пары со все возможными угловыми моментами, и SD-обрезание пространства стало бы неуместным. С увеличением эффективного

взаимодействия между одноименными нуклонами, которые имеют очень короткий радиус, энергия SD-пар стала бы все ниже и ниже и они стали бы важнее остальных. Тогда SD-обрезание будет играть главную роль. Поскольку V_{zf} растет с ростом числа пар N , то можно ожидать, что SD-приближение станет все лучше для больших N . К сожалению, с ростом N вычислительные работы для деформированных ядер - становятся все труднее.

Для определения матричных элементов других физических операторов, особенно операторов электромагнитных переходов между уровнями спектра необходимо определить волновые функции состояний. Мы знаем, что точное выражение волновых функций как линейные комбинации не ортогональных (но нормированных) мульти-парных базисных функции очень полезно для получения микроскопической картины состояний и установления когерентности и не когерентности смеси из мульти D-парных образований. Оказалось, что O_1^+ состояние является чистым без вклада одиночных D пар, но

со слабой смесью $(D_\pi D_\pi)^0$ состояний. А $2_1^+, 4_1^+, 6_1^+$ - являются в основном когерентной смесью одного, двух и трех D-парных уровней, соответственно. Все иррациональные состояния являются симметрическими и поэтому все $E2$ - переходы между соседними состояниями должны быть сильными.

Состояния ядер 2_2^+ в основном симметричны относительно двух D-парных вкладов со слабой связью с одно D-парной функцией. Число D-пар в состояниях $0_1^+, 2_1^+, 4_1^+, 6_1^+ \dots$ растет с увеличением нейтронных пар N_ν . Кроме того хорошо известен факт, что с ростом числа пар увеличивается деформация состояний.

С помощью найденных волновых функций мы вычислили величину вероятности $E2$ - переходов между состояниями. В таблице 3 представлены отношения $B(E2)$ -приведенных вероятностей переходов. При этом эффективный заряд протонов и нейтронов взят одинаковым и равным $e_\pi \approx e_\nu \approx 2.2e$.

Таблица 3 – Отношения $B(E2)$ -приведенных вероятностей переходов

Переходы	^{162}Er		Переходы	^{164}Yb	
	эксперимент	теория		эксперимент	теория
$\frac{4_g^+ \rightarrow 2_g^+}{2_g \rightarrow 0_g}$	-	1.46	$\frac{4_g^+ \rightarrow 2_g^+}{2_g \rightarrow 0_g}$	$1,48 \pm 0,02$	1.56
$\frac{6_g \rightarrow 4_g}{4_g \rightarrow 2_g}$	$1,01 \pm 1,05$	1.05	$\frac{6_g \rightarrow 4_g}{4_g \rightarrow 2_g}$	$1,04 \pm 0,02$	1.18
$\frac{8_g \rightarrow 6_g}{6_g \rightarrow 4_g}$	$0,91 \pm 0,07$	1.01	$\frac{8_g \rightarrow 6_g}{6_g \rightarrow 4_g}$	$0,94 \pm 0,02$	1.19
$\frac{10_g \rightarrow 8_g}{8_g \rightarrow 6_g}$	$0,80 \pm 0,07$	1.0	$\frac{10_g \rightarrow 8_g}{8_g \rightarrow 6_g}$	$0,93 \pm 0,02$	1.24
$\frac{2_\beta \rightarrow 2_g}{2_\beta \rightarrow 0_g}$	$2,35 \pm 0,02$	4.6	$\frac{2_\gamma \rightarrow 2_g}{2_\gamma \rightarrow 0_g}$	$1,29 \pm 0,02$	1.36
$\frac{2_\gamma \rightarrow 4_g}{2_\gamma \rightarrow 2_g}$	$0,12 \pm 0,09$	4.95	$\frac{2_\gamma \rightarrow 4_g}{2_\gamma \rightarrow 2_g}$	$4,05 \pm 0,06$	4.62

Как видно из таблицы 3, вычисленные $B(E2)$ -между расстояниями являются большими и растет с увеличением N_ν , хотя и медленно. Это находится в согласии со структурой волновых функций. $E2$ – переходы для $2_2^+ \rightarrow 2_1^+$, примерно имеет такую же величину и для переходов $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$, как и должно быть

для деформированных и γ – нестабильных ядер. Все отношения переходов вполне хорошо передается теорией.

Заключение

Таким образом, из согласия между вычисленными и экспериментальными относительными

ми $B(E2)$ значениями и корреляцией между этими величинами и волновыми функциями состояний можно сказать, что для исследуемых ядер типические свойства $SU(3)$ динамической симметрии, т.е. для деформированных ядер, воспроизводятся NPSM моделью вполне хорошо.

В NPSM не различая и не вводя разные формы сил можно объяснить естественную смешанную симметрию 2^+ состояний. Она определяется наличием n -сил структуре этих уровней.

Подчеркнем, что только с помощью четырех параметров можно объяснить энергии уровней как для симметрических так и смешанно-симметрических состояний, а также $B(E2)$ – переходы между ними.

Эта NPSM модель точно решается в фермионом, обрезном SD- подпространстве. Она может быть микроскопической основой МВБ, в то же время ее также можно использовать как основу различных процедур отображения фермионных операторов в бозонные. Вместе с тем следует отметить, что компьютерное время резко увеличивается с ростом числа пар. Это особенно касается вычисления в области сильно деформированных ядер.

Наконец, подчеркнем, что SD – подпространство плохо работает, когда число нуклонных пар мало, особенно для случаев либо $N_\pi = 1$ либо $N_\nu = 1$. Для улучшения согласия между экспериментальными и вычисленными величинами придется увеличить число нуклонных пар. Но при этом компьютерное время резко увеличивается.

References

- 1 Arima A., Iachello F. Collective nuclear states as representation of a $SU(6)$ group // Ann.Phys. – 1976. – Vol. 99. – P. 253-317.
- 2 Бактыбаев К. Описание коллективных возбуждений ядер в модели взаимодействующих бозонов // ЯФ. -1979. – Т. 30б. -С. 963-973.
- 3 Mizusaki T., Otsuk T. Microscopic calculations for $O(6)$ nuclei by the Interacting Boson Model // Progr. Theor. Phys. Supple. -1996. №125, -P.97-150.
- 4 Wu Ch. L., Feng D.H., Chen X-G., Chen J.Q., Gnidry M.W. Fermion dynamical symmetry model of nuclei: Basis, Hamiltonian, and symmetries // Phys. Rev. C. -1987. -Vol. 36. -P. 1157-1180.
- 5 Gioncchio J.N. Dynamical symmetries and structure of the collective states from the fermion degrees of freedom // Ann. Phys. -1980. -Vol. 126. -P. 234 - 252.
- 6 Yan-An Luo, Jin-Quan Chen, Draayer J.P. Nucleon-pair shell model calculations of the even-even Xe and Ba nuclei // Nucl. Phys. A -2000. -A669, -P. 101-108.
- 7 Yo shinaga N. Mizusaki T., Arima., Davi T.D. Microscopic Foundation of the Interacting Boson Model from the Shell-Model Point of View // Progr. Theor. Phys. Supple. -1996. -Vol.125, -P.65-95.
- 8 Y.A.Luo, I.Q.Chen, J.P.Draayer.-Nuclear-pair shell model calculations of the even-even Xe and Ba nuclei. \\\-Nucl.Phys. -A669 (2000) -p.101-118.
- 9 Y.M. Zhao, N.Yoshing et.al. -Nuclear-pair approximation of the shell model: United formalism for both and even systems \\\-Phys.Rev. -C.62, 014304
- 10 Lederer C.M., Shirlzy V.S. Tables of isotopes, -New. Yirk., Johon Wiley and Sons. -1978.-P.204.