ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ^{7}Li{αt} НА ^{5}He{αn}+d КЛАСТЕРНЫЙ КАНАЛ. I ЭЛЕМЕНТЫ ФОРМАЛИЗМА

Н.В. Афанасьева, Н.А. Буркова, К.А. Жаксыбекова

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, НИИЭТФ, Алматы

В рамках двухтельной αt-модели ядра $^7\mathrm{Li}$ методом проектирования построены волновые функции относительного движения в канале $^5\mathrm{He}+d$, получено аналитическое выражение для расчета спектроскопических S_d-факторов отделения дейтронов.

Вопросы кластерной структуры ядер 1p-оболочки и её проявления в ядерных реакциях неизменно привлекают внимание исследователей. Это связано с тем, что кластерная форма самоорганизации лёгких ядер, видимо, является одной из фундаментальных форм их существования.

В настоящее время накоплен большой материал по изучению кластерной структуры ядра $^7\mathrm{Li}$. Так, в методе резонирующих групп (МРГ) имеются детальные исследования этого ядра как семинуклонной системы с использованием самых различных нуклон-нуклонных потенциалов V_{NN}, включая даже самые сложные многопараметрические [1–4]. Функции МРГ строились в значительной мере с определенной целью описать ядерные реакции радиационного αt-захвата на этом ядре при низких энергиях, играющих фундаментальную роль в астрофизических процессах.

В то же время практически параллельно с МРГ были разработаны простые бинарные модели описания ядра $^7\mathrm{Li}$ в αt-представлении. Что примечательно, на основе глубоких притягивающих кластер-кластерных потенциалов с запрещенными состояниями (ПЗС) удается воспроизвести практически все статические характеристики (энергия связи, зарядовый и магнитный радиусы, квадрупольный момент и т.д.) этого ядра [5]. При этом точность воспроизведения экспериментальных данных не уступает МРГ. Более того, в рамках кластерной модели ПЗС прекрасно воспроизводятся экспериментальные данные по фотоядерным реакциям $^7\mathrm{Li}\gamma \to t\alpha$ как с неполяризованными, так и с линейно поляризованными фотонами в широком диапазоне энергий [6].

Хорошо известно, что в рамках кластерного подхода к описанию легких ядер различные кластерные конфигурации, из которых можно сконструировать волновую функцию (ВФ) исходного ядра, вообще говоря, не ортогональны друг другу. В этом смысле нельзя утверждать, что ядро $^7\mathrm{Li}$, например, состоит из α- и t-кластеров или конфигураций $^6\mathrm{Li}+n$, $^6\mathrm{He}+p$ и т.д. в чистом виде, но представляет собой динамическую систему, отдельные компоненты которой могут проявляться с наибольшей вероятностью в каждом конкретном канале фрагментации.

В настоящей работе нам представляется интересным выявить $^5\mathrm{He}+d$-компоненту в αt-функции ядра $^7\mathrm{Li}$. Для этого необходимо построить волновую функцию относительного движения в канале $^5\mathrm{He}+d$ и рассчитать соответствующие спектроскопические S_d-факторы отделения дейтронов.

Таким образом, в данной работе представлены элементы формализма по построению волновых функций относительного движения в канале $^5\mathrm{He}+d$ методом проектирования.

Для того чтобы получить функции относительного движения ядра $^5\mathrm{He}$ и d, необходимо построить интеграл перекрывания:

$$\left\langle \Phi_{^5\mathrm{He}}, \Phi_d \,|\, \Phi_{^7\mathrm{Li}} \right\rangle. \qquad (1)$$

Набор относительных координат Якоби для данного случая представлен на рисунке 1.

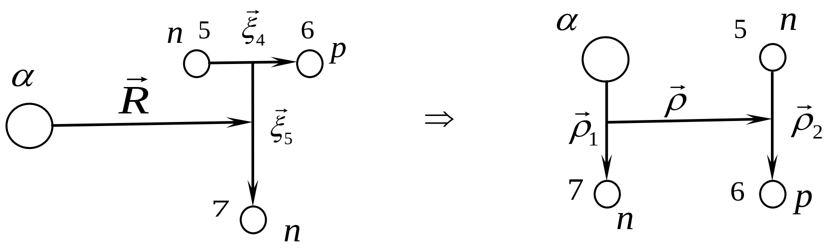

Рис. 1. Относительные координаты Якоби для канала $^7\mathrm{Li} \to {}^5\mathrm{He} + d$

Преобразования относительных координат Якоби при переходе от системы $^7\mathrm{Li}\{\alpha t\}$ к системе $^5\mathrm{He}\{\alpha n\}+d$ имеют вид:

$$\begin{cases} \vec{R}_\alpha = -\dfrac{3}{7}\vec{R} + \vec{R}_{cm}, \\ \vec{r}_5 = \dfrac{4}{7}\vec{R} + \vec{R}_{cm} - \dfrac{1}{2}\vec{\xi}_4 - \dfrac{1}{3}\vec{\xi}_5, \\ \vec{r}_6 = \dfrac{4}{7}\vec{R} + \vec{R}_{cm} + \dfrac{1}{2}\vec{\xi}_4 - \dfrac{1}{3}\vec{\xi}_5, \\ \vec{r}_7 = \dfrac{4}{7}\vec{R} + \vec{R}_{cm} + \dfrac{2}{3}\vec{\xi}_5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{\rho} = \dfrac{4}{5}\vec{R} - \dfrac{7}{15}\vec{\xi}_5, \\ \vec{\rho}_1 = \vec{R} + \dfrac{2}{3}\vec{\xi}_5, \\ \vec{\rho}_2 = \vec{\xi}_4, \\ \vec{R}_{cm} = \vec{R}_{cm}, \end{cases} \qquad (2)$$

где $\vec{r}_i$ – собственные координаты нуклонов, входящих в $^7\mathrm{Li}$, $\vec{\xi}_4, \vec{\xi}_5$ – относительные координаты трития, $\vec{R}$ – координата относительного движения α и t кластеров, $\vec{R}_{cm}$ – относительная координата центра масс системы нуклонов.

Для построения ВФ относительного движения в канале $^5\mathrm{He}+d$ необходимы также обратные преобразования координат $\{\vec{\rho}, \vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2\} \Rightarrow \{\vec{R}, \vec{\xi}_4, \vec{\xi}_5\}$:

$$\begin{cases} \vec{R} = \dfrac{2}{3}\vec{\rho} + \dfrac{7}{15}\vec{\rho}_1, \\ \vec{\xi}_4 = \vec{\rho}_2, \\ \vec{\xi}_5 = -\vec{\rho} + \dfrac{4}{5}\vec{\rho}_1. \end{cases} \qquad (3)$$

Далее определим волновые функции ядер ^{7}Li, ^{5}He, *d*, *t*. ВФ ядра $^7\mathrm{Li}\{\alpha t\}$ формально можно записать в следующем виде:

$$\Phi_{^7\mathrm{Li}} = \Phi_{000}^{\alpha}(1,2,3,4)\,\chi_{S_\alpha M_{S_\alpha} T_\alpha M_{T\alpha}}^{00,00}\,\Phi_{000}^{t}(5,6,7) \sum_{M,m_t} \chi_{\frac{1}{2}m_t}^{(\sigma)}(5,6,7)\,\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}^{(\tau)}(5,6,7)\times$$
$$\times \mathrm{Y}_{1M}(\vec{R}) \sum_{\kappa} A_\kappa e^{-\gamma_\kappa \vec{R}^2} C_{1M\,1/2 m_t}^{3/2 M_i}, \qquad (4)$$

где $\Phi_{000}^{\alpha}(1,2,3,4)$, $\Phi_{000}^{t}(5,6,7)$ – внутренние функции α-частицы и трития соответственно, $\chi_{S_\alpha M_{S_\alpha} T_\alpha M_{T\alpha}}^{00,00}$ – спин-изоспиновая функция α-частицы, $\chi_{\frac{1}{2}m_t}^{(\sigma)}(5,6,7)$, $\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}^{(\tau)}(5,6,7)$ – спиновая и изоспиновая функции трития.

Волновую функцию ядра ${}^5\mathrm{He}\{\alpha n\}$ с полным моментом j и проекцией m_j можно представить в виде:

$$\Phi_{{}^5\mathrm{He}} = \Phi_{000}^{\alpha}(1,2,3,4)\chi^S(\alpha)\chi^T(\alpha)\sum_{M_L,m_n}\left(1M_L 1/2\, m_n \mid jm_j\right)\times \\ \times\chi_{\frac{1}{2}m_n}^{(\sigma)}(7)\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}^{(\tau)}(7)\mathrm{Y}_{1M_L}(\vec{\rho}_1)\sum_j C_j e^{-\alpha_j\vec{\rho}_1^2}. \tag{5}$$

Состояние дейтрона описывается следующим образом:

$$\Phi_{J_d M_d} = \sum_{\substack{S_d M_{Sd},\\ L_d M_{Ld}}} C_{S_d M_{Sd} L_d M_{Ld}}^{J_d M_d}\chi_{T_d M_{Td}}(5,6)\chi_{S_d M_{Sd}}(5,6)\sum_i G_i e^{-\beta_i\vec{x}^2}\rho_2^{L_d} Y_{L_d M_{Ld}}(\Omega_{\rho_2}), \tag{6}$$

где J_d, M_d – полный угловой момент дейтрона и его проекция соответственно.

Для описания трития используется симметричная функция вида:

$$\Phi_t(\xi_4,\xi_5) = \sum_m B_m e^{-\delta_m\vec{\xi}_4^2} Y_{00}(\Omega_4)\sum_n D_n e^{-\omega_n\vec{\xi}_5^2} Y_{00}(\Omega_5). \tag{7}$$

Как уже отмечалось ранее, для проектирования ВФ ${}^7\mathrm{Li}\{\alpha t\}$ на канал ${}^5\mathrm{He}\{\alpha n\}+d$ необходимо вычислить интеграл (1). При этом интегрирование по переменным $\vec{\rho}_1$ и $\vec{\rho}_2$ приводит к соответствующей функции относительного движения ${}^5\mathrm{He}+d$ по переменной $\vec{\rho}$. Так как $\vec{\xi}_4 = \vec{\rho}_2$ (3), то интегрирование по $\vec{\rho}_2$ снимается сразу:

$$\int_0^\infty e^{-\beta_i\vec{\rho}_2^2}\cdot e^{-\delta_m\vec{\rho}_2^2}\rho_2^{2+L_d}d\rho_2\int Y_{00}^*\left(\Omega_{\rho_2}\right)\cdot Y_{L_d M_d}\left(\Omega_{\rho_2}\right)d\Omega_{\rho_2} = \delta_{L_d 0}\delta_{M_d 0}\frac{\sqrt{\pi}}{4\left(\beta_i+\delta_m\right)^{3/2}}. \tag{8}$$

Тогда для интеграла (1), который определяет функцию относительного движения ${}^5\mathrm{He}+d$, имеем следующий промежуточный результат:

$$\Phi(\vec{\rho}) = \left\langle \Phi_{{}^5\mathrm{He}},\Phi_{\mathrm{d}} \mid \Phi_{{}^7\mathrm{Li}}\right\rangle = \sum_{i,j,k,m,n} G_i C_j A_k B_m D_n \frac{\sqrt{\pi}}{4\left(\beta_i+\delta_m\right)^{3/2}}\cdot M^{(\sigma)}M^{(\tau)}Y_{00}(\Omega_5)\times \\ \times\sum_{\substack{M_L,M,m_t,m_n\\ S_d M_{S_d},L_d M_{S_d}}} C_{1M_L 1/2 m_n}^{jm_j} C_{1M\,1/2m_t}^{3/2 M_i} C_{S_d M_{Sd} L_d M_{Ld}}^{J_d M_d}\times \\ \times\int\exp\left(-\gamma_k\vec{R}^2-\alpha_j\vec{\rho}_1^2-\omega_n\vec{\xi}_5^2\right)\cdot\rho_1 Y_{1M_L}^*(\Omega_{\rho_1})\cdot RY_{1M}(\Omega_R)d\vec{\rho}_1, \tag{9}$$

где $M^{(\sigma)}$ и $M^{(\tau)}$ – спиновый и изоспиновый матричные элементы (МЭ) соответственно.

Для вычисления радиального интеграла в выражении (9) проводим координатные преобразования согласно (3). В результате имеем следующий вид для квадратичной формы в показателе экспоненты:

$$a_1\vec{\rho}^2 + a_2\vec{\rho}\vec{\rho}_1 + a_3\vec{\rho}_1^2\,, \tag{10}$$

где $a_1 = \frac{4}{9}\gamma_\kappa + \omega_n;\quad a_2 = \frac{28}{45}\gamma_\kappa - \frac{8}{5}\omega_n;\quad a_3 = \frac{49}{225}\gamma_\kappa + \alpha_j + \frac{16}{25}\omega_n$.

После этого заменой переменных:

$$\begin{cases}\vec{\rho}_1 = \vec{x}_1 + \alpha\vec{\rho}\\ \vec{\rho} = \vec{\rho}.\end{cases} \tag{11}$$

квадратичная форма (10) приводится к диагональному виду $d_1\vec{\rho}^2 + d_2\vec{x}_1^2$, где коэффициенты d_i определены следующим образом:

$$d_1 = a_1 + a_2\alpha + a_3\alpha^2;\ d_2 = a_3;\ \ \alpha = -a_2/(2a_3)\,. \tag{12}$$

В соответствии с (11) преобразуем аргументы векторных сферических функций, входящих в интеграл (9). В итоге получаем:

$$\vec{\rho}_1 = \vec{x}_1 + \alpha\vec{\rho};\ \vec{R} = f_1\vec{x}_1 + f_2\vec{\rho}, \tag{13}$$

где $f_1 = \frac{7}{15},\quad f_2 = \frac{2}{3} + \frac{7}{15}\alpha$.

Таким образом, интеграл в выражении (9) сводится к следующему виду:

$$I(\vec{\rho}) = e^{-d_1\vec{\rho}^2}\int e^{-d_2\vec{x}_1^2}\left(\Upsilon^*_{1M_L}(\vec{x}_1) + \alpha\Upsilon^*_{1M_L}(\vec{\rho})\right)\cdot\left(f_1\Upsilon_{1M}(\vec{x}_1) + f_2\Upsilon_{1M}(\vec{\rho})\right)d\vec{x}_1\,. \tag{14}$$

Как видно, из выражения (14) получается два типа интегралов:

$$I_1(\vec{\rho}) = e^{-d_1\vec{\rho}^2}\int \alpha f_2 e^{-d_2\vec{x}_1^2}\Upsilon^*_{1M_L}(\vec{\rho})\,\Upsilon_{1M}(\vec{\rho})d\vec{x}_1\,, \tag{15}$$

$$I_2(\vec{\rho}) = e^{-d_1\vec{\rho}^2}\int f_1 e^{-d_2\vec{x}_1^2}\Upsilon^*_{1M_L}(\vec{x}_1)\,\Upsilon_{1M}(\vec{x}_1)d\vec{x}_1\,. \tag{16}$$

Для вычисления интеграла (15) необходимо сначала преобразовать произведение векторных сферических функций:

$$Y^*_{1M_L}(\Omega_\rho)\Upsilon_{1M}(\Omega_\rho) = \sum_{\kappa m_\kappa}\sqrt{\frac{9}{4\pi(2\kappa+1)}}(-1)^{M_L}(1 - M_L 1M\,|\,\kappa m_\kappa)(1010\,|\,\kappa 0)\Upsilon_{\kappa m_\kappa}(\Omega_\rho), \tag{17}$$

где κ – орбитальный момент относительного движения ядра ^{5}He и d.

Таким образом, принимая во внимание (17), получаем:

$$I_1(\vec{\rho}) = \frac{\sqrt{3}\pi\alpha f_2}{2d_2^{3/2}}e^{-d_1\vec{\rho}^2}\rho^2\cdot(-1)\cdot\sum_{\kappa m_\kappa} C^{1M_L}_{\kappa m_\kappa 1M}C^{\kappa 0}_{1010}Y^*_{\kappa m_\kappa}(\Omega_\rho)\,. \tag{18}$$

Интеграл (16) вычисляется аналогичным образом:

$$I_2\left(\vec{\rho}\right)=\frac{3\sqrt{3}\pi f_1}{4d_2^{5/2}}\cdot e^{-d_1\vec{\rho}^2}\cdot(-1)\cdot\sum_{km_k}C_{km_k1M}^{1M_L}C_{1010}^{k0}Y_{km_k}^*\left(\Omega_\rho\right). \tag{19}$$

Вычислим далее спиновый и изоспиновый матричные элементы $M^{(\sigma)}$ и $M^{(\tau)}$. Спиновый МЭ:

$$M^{(\sigma)}=\langle f\,|\,i\rangle=\left\langle \chi_{\frac{1}{2}m_n}(7),\chi_{1M_{S_d}}(5,6)\,|\,\chi_{\frac{1}{2}m_t}(5,6,7)\right\rangle=\delta_{m_nm_n'}\delta_{M_{S_d}M_{S_d}'}\left(1/2\,m_n1M_{S_d}\,|1/2\,m_t\right). \tag{20}$$

Изоспиновый МЭ:

$$M^{(\tau)}=\left\langle \chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(7)\chi_{T_dM_{T_d}}(5,6)\,|\,\chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}(5,6,7)\right\rangle\equiv1. \tag{21}$$

Используем далее определение спина канала ^{5}He{αn}+d: $\vec{s}_c=\vec{j}+\vec{S}_d$. Учитывая преобразования (10)–(21), получаем итоговое выражение для функции относительного движения ^{5}He{αn}+d:

$$\Psi_\kappa\left(\vec{\rho}\right)=\sum_{i,j,k,m,n}G_iC_jA_kB_mD_n\frac{1}{4\left(\beta_i+\delta_m\right)^{3/2}}\sum_{\substack{S_cm_c,\\ \kappa m_\kappa}}Y_{\kappa m_\kappa}^*\left(\Omega_\rho\right)\sqrt{6\left(2j+1\right)}\cdot I_\kappa\left(\rho\right)\begin{Bmatrix}1/2 & 1 & 1/2\\ s_c & 1 & j\end{Bmatrix}\times$$

$$\times\begin{Bmatrix}1 & 1/2 & 3/2\\ s_c & k & 1\end{Bmatrix}\left(3/2\,M_i\kappa m_\kappa\,|\,s_cm_c\right)\left(1M_{S_d}\,jm_j\,|\,s_cm_c\right)\left(1010\,|\,\kappa0\right), \tag{22}$$

где интеграл $I_\kappa\left(\rho\right)$ при $\kappa=0$ (S-компонента) имеет вид:

$$I_S\left(\rho\right)=\frac{\sqrt{3}\pi\alpha f_2}{2d_2^{3/2}}e^{-d_1\vec{\rho}^2}\rho^2+\frac{3\sqrt{3}\pi f_1}{4d_2^{5/2}}\cdot e^{-d_1\vec{\rho}^2}; \tag{23}$$

а при $\kappa=2$ (D-компонента):

$$I_D\left(\rho\right)=\frac{\sqrt{3}\pi\alpha f_2}{2d_2^{3/2}}e^{-d_1\vec{\rho}^2}\rho^2. \tag{24}$$

Используя выражение (22) для ВФ относительного движения, можно получить выражение для расчета спектроскопических S-факторов:

$$S=\int\left|\Psi\left(\vec{\rho}\right)\right|^2d\vec{\rho} \tag{25}$$

или окончательно:

$$S=\left(2s_c+1\right)\int\left|\sum_{i,j,k,m,n}G_iC_iA_kB_mD_n\frac{1}{4\left(\beta_i+\delta_m\right)^{3/2}}\cdot\sqrt{6\left(2j+1\right)}\cdot I_\kappa\left(\rho\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(1010\,|\,\kappa 0\right)\begin{Bmatrix}1/2 & 1 & 1/2\\ s_c & 1 & j\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}1 & 1/2 & 3/2\\ s_c & \kappa & 1\end{Bmatrix}\right|^2\rho^2 d\rho. \qquad (26)$$

Полученные в настоящей работе формулы для волновой функции относительного $^5\mathrm{He}+d$-движения (22) и спектроскопических S-факторов (26) в дальнейшем будут применяться для непосредственного расчета спектроскопических S_d-факторов отделения дейтронов в канале $^5\mathrm{He}+d$.

Литература

1. Kaneko T. et al. Microscopic theory of the $^3\mathrm{H}+\alpha$ system with the multi channel resonating group method // Phys. Rev. C. 1986. V. 34, №3. P. 771-779.
2. Fujiwara Y., Tang Y.C. Multiconfiguration resonating group theory of the seven-nucleon system with realistic cluster wave functions // Phys. Rev. C. 1985. V. 31, №2. P. 324-359.
3. Kruppa A.T., Lovas R.G. et al. Breathing cluster model for nuclei of two s-wave clusters // Phys. Lett. B. 1986. V. 179, №4. P.317-321.
4. Walliser H., Fliesbach T. Clustering picture of $^7\mathrm{Li}$ // Phys. Rev. C. 1985. V. 31, №6. P. 2242-2249.
5. Дубовиченко С.Б. Свойства легких атомных ядер в потенциальной кластерной модели. – Алматы: Данекер, 2004. 247 с.
6. Burkova N.A., Denyak V.V., Eramzhyan R.A., Zhusupov M.A. et. al. Two-cluster disintegration of $^6\mathrm{Li}$ and $^7\mathrm{Li}$ nuclei by linearly polarized photons // Nucl. Phys. A. 1995. V. 586. P. 293-315.

^{5}He{αn}+d КЛАСТЕРЛІ КАНАЛЫНА ^{7}Li{αt} ТОЛҚЫНДЫҚ ФУНКЦИЯСЫН ЖОБАЛАУ. I ФОРМАЛИЗМ ЭЛЕМЕНТТЕРІ

Н.В. Афанасьева, Н.А. Буркова, К.А. Жақсыбекова

$^7\mathrm{Li}$ ядросының αt жобасы негізінде $^5\mathrm{He}+d$ салыстырмалы қозғалысының радиалды толқындық функциялары проектілеу тәсілімен құрылды, спектроскпиялық S_d-факторларын есептеу үшін аналитикалық формуласы құрылды.

PROJECTION OF THE ^{7}Li{αt} WAVE FUNCTION ON THE ^{5}He{αn}+d CLUSTER CHANNEL. I ELEMENTS OF THE FORMALISM

N.V. Afanasyeva, N.A. Burkova, K.A. Zhaksybekova

Within the αt-model for $^7\mathrm{Li}$ nucleus $^5\mathrm{He}+d$ relative motion wave functions have been built by using the projecting method, also the analytical expression for spectroscopic S_d-factors of deuterons separation has been obtained.