## ОТКЛОНЕНИЕ ЛУЧЕЙ СВЕТА В ГАЛО ТЕМНОЙ МАТЕРИИ ГАЛАКТИК

Г.М. Авхунбаева<sup>1</sup>, Е.К. Аймуратов<sup>2</sup>, А.Ж. Умиралиева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Астрофизический институт им. Фесенкова, Алматы <sup>2</sup>Казахский Национальный Педагогический Университет им. Абая, Алматы

В работе исследовано отклонение лучей света в гало темной материи галактик, которые описываются профилями Наварро-Френка-Уайта, Баркета, Эйнасто и Кравцова-Клыпина. Численные оценки углов отклонения дают величины ~0."00001, которые на два порядка меньше точности, достигнутой при гравитационном микролинзировании.

#### 1 Введение

Согласно современному представлению общая морфологическая структура галактики включает следующие компоненты: центральная часть (ядро галактики), окружаещий её балдж, газопылевой диск, звездный кластер и гало темной материи [1]. Важно подчеркнуть, что гало темной материи составляет основную часть общей массы галактики (до 90%).

В данной работе мы рассмотрим движение света в галактике, считая, что на характер его распространения влияет только темная материя. Это означает, что мы рассматриваем движение света вдали от цетральной части галактики, размеры которой обозначим *R*.

Будем считать, что размеры галактики в целом равны  $r_0$ . Тогда область движения лучей

света зададим условием 
$$r_0 >> r >> R$$
 . Отсюда следует, что  $\frac{r}{r_0} << 1$  .

Для изучения отклонения лучей света в гало темной материи необходимо знать её пространственное распределение.

В литературе известен ряд профилей темной материи. Это профиль Наварро–Френка-Уайта [2], профиль Баркета [3], профиль Эйнасто [4], профиль Кравцова - Клыпина [5] и другие [6],[7]. Совершенно понятно, что каждый из этих профилей будет приводить к различным эффектам в движений лучей света. Это обусловлено тем, что галактика, благодаря своей массе, искривляет окружающее её пространство-время. А искривлённое пространство-время, согласно [8], можно рассматривать как своеобразную среду с соответствующим эффективным показателем преломления.

Целью данной работы является исследование движения лучей света в гало темной материи, описываемой различными профилями, и сопоставление показателей преломления такой среды для нахождения наибольшего угла отклонения лучей света. Это, в свою очередь, дает возможность улучшить теорию гравитационного микролинзирования.

#### 2 Модели сферически-симметричного гало темной материи

Запишем общий вид метрики сферически - симметричного гравитационного поля:

$$dS^{2} = -e^{\lambda(r)}dr^{2} - r^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\phi^{2}) + e^{\nu(r)}c^{2}dt^{2}, \qquad (1)$$

где, согласно [9],

$$e^{\lambda(r)} = 1 + \frac{8\pi G}{c^2 r} \int_0^r \rho(r) r^2 dr , \qquad (2)$$

$$e^{\nu(r)} = \exp \int_{r}^{\infty} \left( \frac{8\pi G}{c^2} \left( \rho(r) + p \right) r e^{\lambda} - \frac{d\lambda}{dr} \right) dr .$$
(3)

Здесь  $\rho(r)$  и p(r) плотность вещества и его давление, соответственно. Теперь для решения нашей задачи нужно задать конкретные выражения этих величин. Во введении было отмечено, что в литературе известен ряд профилей темной материи. В нашей работе, для достижения поставленной цели, используются только некоторые из них.

i) Для профиля Навварро-Френка-Уайта

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_0} \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^2}$$
(4)

имеем следующее решение

$$e^{\lambda(r)} = 1 + \frac{8\pi G}{c^2 r} \int_0^r \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_0} \left(1 + \frac{r}{r_0}\right)^2} r^2 dr , \qquad (5)$$

$$e^{\nu(r)} = \exp \int_{r}^{\infty} \left(\frac{8\pi G}{c^{2}} \frac{\rho_{0}}{\frac{r}{r_{0}} \left(1 + \frac{r}{r_{0}}\right)^{2}} r e^{\lambda} - \frac{d\lambda}{dr}\right) dr .$$
(6)

Здесь и далее по тексту  $\rho_0$  - плотность темной материи в центре галактики.

Для вычисления этих интегралов воспользуемся условием  $\frac{r}{r_0} << 1$ , которое позволяет подынтегральные выражения разложить в ряд Тейлора. В дальнейшем мы ограничимся слагаемыми не выше порядка  $\frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left(\frac{r}{r_0}\right)$ . С указанной точностью имеем

$$e^{\lambda(r)} = 1 + \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left(\frac{r}{r_0}\right),$$
(7)

$$e^{\nu(r)} = 1 + \frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 - \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left(\frac{r}{r_0}\right).$$
(8)

Поэтому метрика центрально-симметричного гравитационного поля гало темной материи представится в виде

$$dS^{2} = -\left[1 + \frac{4\pi G}{c^{2}}\rho_{0}r_{0}r\right]dr^{2} - r^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta \, d\phi^{2}) + \left[1 + \frac{8\pi G}{c^{2}}\rho_{0}r_{0}^{2} - \frac{4\pi G}{c^{2}}\rho_{0}r_{0}r\right]c^{2}dt^{2}.$$
(9)

Напомним, что для исследования движения лучей света в некоторой метрике – нахождение показателя преломления гравитационного поля – необходимо приравнять нулю её 4-х мерный интервал [8]. Поскольку в ценрально–симметричной метрике показатель преломления может зависеть только от радиуса, то будем считать  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi = 0$ . Таким образом, из (9) имеем

$$-\left[1 + \frac{4\pi G}{c^2}\rho_0 r_0 r\right] dr^2 + \left[1 + \frac{8\pi G}{c^2}\rho_0 r_0^2 - \frac{4\pi G}{c^2}\rho_0 r_0 r\right] c^2 dt^2 = 0.$$
(10)

Вводя скорость движения света в среде как

$$\upsilon = \frac{dr}{dt},\tag{11}$$

из (10) получаем

$$\left[1 + \frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 - \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0 r\right] c^2 = \left[1 + \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0 r\right] \upsilon^2.$$
(12)

Поскольку показатель преомления среды (в нашем случае гравитационного поля гало темной материи) по определению равен

$$n = \frac{c}{\nu},\tag{13}$$

то из (12) с указанной выше точностью находим его величину как

$$n = 1 + \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left( 1 + \frac{r}{r_0} \right).$$
(14)

Отсюда видно, что показатель преломления прямо-пропорционально зависит от расстояния.

іі) Рассмотрим теперь профиль Баркета

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r}{r_0}\right)\left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right)},$$
(15)

так, что

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - \frac{8\pi G}{c^2 r} \int_0^r \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r}{r_0}\right) \left(1 + \frac{r^2}{r_0^2}\right)} r^2 dr , \qquad (16)$$

$$e^{\nu(r)} = \exp \int_{r}^{\infty} \left(\frac{8\pi G}{c^{2}} \frac{\rho_{0}}{\left(1 + \frac{r}{r_{0}}\right)\left(1 + \frac{r^{2}}{r_{0}^{2}}\right)} r e^{\lambda} - \frac{d\lambda}{dr}\right) dr .$$
(17)

Для вычисления этих интегралов также воспользуемся условием  $\frac{r}{r_0} << 1$ , которое позволяет подынтегральные выражения разложить в ряд Тейлора, ограничиниваясь

слагаемыми не выше порядка  $\frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left(\frac{r}{r_0}\right)$ . С указанной точностью имеем

$$e^{\lambda(r)} = 1, \tag{18}$$

$$e^{\nu(r)} = 1 + \frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left(\frac{r}{r_0}\right).$$
(19)

Здесь метрика центрально-симметричного гравитационного поля гало темной материи имеет следующий вид

$$dS^{2} = -dr^{2} - r^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta \ d\varphi^{2}) + \left[1 + \frac{8\pi G}{c^{2}}\rho_{0}r_{0}r\right]c^{2}dt^{2}.$$
 (20)

Снова используем условие, что для исследования движения лучей света в некоторой метрике – нахождение показателя преломления гравитационного поля – необходимо приравнять нулю её 4-х мерный интервал [8]. Считая  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\varphi = 0$ , из (20) имеем

$$dr^{2} = \left[1 + \frac{8\pi G}{c^{2}} \rho_{0} r_{0}^{2} \left(\frac{r}{r_{0}}\right)\right] c^{2} dt^{2}.$$
 (21)

Используя выражение для скорости света в среде (11), из (21) имеем

$$\left[1 + \frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left(\frac{r}{r_0}\right)\right] c^2 = v^2.$$
(22)

Введя, как и ранее, показатель преломления среды  $n = \frac{c}{v}$ , из (22) с указанной выше точностью находим его величину

$$n = 1 + \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left(\frac{r}{r_0}\right).$$
(23)

Отсюда видно, что показатель преломления по-прежнему прямо-пропорционально зависит от расстояния.

ііі)Наш следующий шаг – исследование профиля Эйнасто. Он имеет вид

$$\rho(r) = \widetilde{\rho}_0 \exp\left\{-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\alpha} - 1\right]\right\}.$$
(24)

В отличие от оригинальной работы [4], мы введем переобозначение  $\rho_0 = \tilde{\rho}_0 \exp\left(\frac{2}{\alpha}\right)$ , а

второй экспоненциальный сомножитель разложим в ряд Тейлора. Тогда профиль Эйнасто примет вид

$$\rho(r) = \rho_0 \left[ 1 - \frac{2}{\alpha} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\alpha} \right].$$
(25)

Поэтому выражение (25) формально соответствует всем вышеприведенным обозначениям.

Подставляя (25) в (2) и (3) и, как обычно, проводя там разложения в ряд Тейлора по параметру  $\frac{r}{r_0} << 1$ , получаем

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - \frac{8\pi G}{c^2 r} \int_0^r \rho_0 (1 - \frac{2}{\alpha} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\alpha}) r^2 dr , \qquad (26)$$

И

$$e^{\nu(r)} = \exp \int_{r}^{\infty} \left[ \frac{8\pi G}{c^2} \left( \rho_0 \left( 1 - \frac{2}{\alpha} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\alpha} \right) r e^{\lambda} \right) - \frac{d\lambda}{dr} \right] dr .$$
 (27)

Вычисляя, как и прежде, с требуемой точностью интегралы в (26) и (27), имеем:

$$e^{\lambda(r)} = 1 - \frac{8\pi G}{c^2} \frac{\rho_0}{3} r^2 \left(1 - \frac{6}{\alpha(\alpha+3)} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\alpha}\right),$$
(28)

$$e^{\nu(r)} = 1 + \frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right) - \frac{2}{\alpha(\alpha+2)} \left( 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2+\alpha} \right) \right] - \frac{8\pi G}{c^2} \frac{\rho_0}{3} r^2 \left( 1 - \frac{6}{\alpha(\alpha+3)} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\alpha} \right).$$
(29)

Таким образом, показатель преломления гравитационного поля гало темной материи галактики описывается следующим выражением

$$n(r) = 1 + \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \frac{2}{3} \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \left(1 - \frac{6}{\alpha(\alpha+3)} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\alpha}\right) - \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left[\frac{4}{\alpha(\alpha+2)} \left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^{2+\alpha}\right) - \left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)\right].$$
(30)

iv) И, наконец, рассмотрим профиль Кравцова–Клыпина [5]

Здесь, в отличие от профилей Наварро–Френка-Уайта и Баркета, используются уже три неопределенных коэффициента *α*, *β*, *γ*. Эта неопределенность позволяет исследовать более общие профили темной материи.

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\gamma} \left[1 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\alpha}\right]^{\frac{\beta - \gamma}{\alpha}}}.$$
(31)

Для нахождения метрики гравитационного поля, порожденной распределением Кравцова–Клыпина, воспользуемся выражением для бинома Ньютона

$$(a+b)^{n} = a^{n} + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^{2} + \dots$$
(32)

С его помощью разложим выражение в знаменателе, стоящее в квадратных скобках.

Кроме того, для учета условия  $\frac{r}{r_0} << 1$ , которое было использовано выше, положим  $\alpha = 1$ .

Тогда

$$\rho(r) = \rho_0 \left[ \frac{1}{\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\gamma}} - (\beta - \gamma)(\beta - \gamma - 1) \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\beta - 2\gamma - 2} \right].$$
(33)

Подставляя это выражение в (2) и (3), находим коэффициенты метрического тензора

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - \frac{8\pi G}{c^2 r} \int_0^r \left[\frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\gamma}} - (\beta - \gamma)(\beta - \gamma - 1)\rho_0\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\beta - 2\gamma - 2}\right] r^2 dr , \qquad (34)$$

И

$$e^{\nu(r)} = \exp \int_{r}^{\infty} \left[ \frac{8\pi G}{c^{2}} \left( \frac{\rho_{0}}{\left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{\gamma}} - (\beta - \gamma)(\beta - \gamma - 1)\rho_{0} \left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{\beta - 2\gamma - 2} r e^{\lambda} \right) - \frac{d\lambda}{dr} \right] dr .$$
(35)

Проведя здесь все необходимые вычисления, получаем с нужной точностью явный вид этих коэффициентов

$$e^{\lambda(r)} = 1 + \frac{1}{3 - \gamma} \frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left[ \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2-\gamma} - \frac{(\beta - \gamma)(\beta - \gamma - 1)}{(\beta - 2\gamma + 1)} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\beta - 2\gamma} \right], \quad (36)$$

$$e^{\nu(r)} = 1 + \frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \frac{1}{2 - \gamma} \left( 1 - \frac{5 - 2\gamma}{3 - \gamma} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2-\gamma} \right) - \frac{8\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \frac{(\beta - \gamma)(\beta - \gamma - 1)}{(\beta - 2\gamma)} \left( 1 - \frac{2\beta - 4\beta + 1}{\beta - 2\gamma + 1} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\beta - 2\gamma} \right). \quad (37)$$

Таким образом, показатель преломления для профиля Кравцова-Клыпина оказывается равным

$$n(r) = 1 + \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \frac{(\beta - \gamma)(\beta - \gamma - 1)}{(\beta - 2\gamma)} \left( 1 - \frac{3\beta - 6\beta + 1}{\beta - 2\gamma + 1} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\beta - 2\gamma} \right) - \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \frac{1}{(2 - \gamma)} \left( 1 - \frac{7 - 3\beta}{3 - \gamma} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2 - \gamma} \right).$$
(38)

# **3** Отклонение лучей света в гравитационных полях гало темной материи галактик

Для нахождения отклонения лучей света в гравитационных полях гало темной материи галактик, которые были получены выше, воспользуемся известным из оптики неоднородных сред общим выражением [10]:

$$\Delta \theta = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dr} (\ln n) dr = 2 \ln n \Big|_{-\infty}^{r} .$$
(39)

Подставляя сюда все полученные нами показатели преломления, последовательно получаем

$$\Delta \theta_{NFW} = 2 \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \left( 1 + \frac{r}{r_0} \right), \tag{40}$$

$$\Delta \theta_{B} = 2 \frac{4\pi G}{c^{2}} \rho_{0} r_{0}^{2} \left(\frac{r}{r_{0}}\right), \tag{41}$$

$$\Delta \theta_{E} = 2 \frac{4\pi G}{c^{2}} \rho_{0} r_{0}^{2} \frac{2}{3} \left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{2} \left(1 - \frac{6}{\alpha(\alpha+3)} \left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{\alpha}\right) - 2 \frac{4\pi G}{c^{2}} \rho_{0} r_{0}^{2} \left[\frac{4}{\alpha(\alpha+2)} \left(1 - \left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{2+\alpha}\right) - \left(1 - \left(\frac{r}{r_{0}}\right)^{2}\right)\right],$$
(42)

$$\Delta \theta_{KK} = 2 \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \frac{(\beta - \gamma)(\beta - \gamma + 1)}{\beta - 2\gamma} \left( 1 - \frac{3\beta - 6\gamma + 1}{\beta - 2\gamma + 1} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\beta - 2\gamma} \right) - 2 \frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \frac{1}{(2 - \gamma)} \left( 1 - \frac{7 - 3\gamma}{3 - \gamma} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2 - \gamma} \right)$$
(43)

Для оценки величины этих углов примем, что средняя плотность темной материи имеет значение  $\rho_0 \sim 10(-23) c/cm^3$ , размеры типичной галактики  $r_0 \sim 50 M\Pi c$ , а текущий радиус  $r \sim 0.5 M\Pi c$ . Тогда, учитывая, что  $\frac{G}{c^2} \approx 10(-28) cm/c$ , а  $\frac{r}{r_0} \approx 10(-2)$ , получаем следующую оценку для основного сомножителя  $\frac{4\pi G}{c^2} \rho_0 r_0^2 \approx 3.10(-5)$ . Соответственно, для угла отклонения Наварро-Френка-Уайта получаем величину  $\Delta \theta_{NFW} \approx 6.10(-5)$ , для угла отклонения Баркета  $\Delta \theta_B \approx 6.10(-5)$ . В угловых единицах, следовательно, имеем  $(1'' \approx 5.10(-6))$ 

$$\Delta \theta_{_{NFW}} \approx +12'', \qquad (44)$$

$$\Delta \theta_{_{R}} \approx +12'', \tag{45}$$

Что касается углов для метрики Эйнасто и Кравцова-Клыпина, то, оставляя в (42) и (43) члены, которые зависят лишь от неопределенных коэффициентов, имеем с нужной точностью

$$\Delta \theta_E \approx -12'' \left( \frac{4}{\alpha(\alpha+2)} + 1 \right), \tag{46}$$

$$\Delta \theta_{KK} = +12'' \left( \frac{(\beta - \gamma)(\beta - \gamma + 1)}{\beta - 2\gamma} - \frac{1}{2 - \gamma} \right)$$
(47)

#### 4 Заключение

Анализируя найденные результаты, можно сделать следующие выводы:

Во-первых, полученные значения углов отклонения представляются очень большими. В самом деле, величина отклонения лучей света в гравитационном поле Солнца равна  $\Delta \theta = 1.75''$  [8] и лишь на порядок меньше выражений (44) и (45). Найденные нами численные оценки, как не трудно видеть, существенно зависят от величины плотности темной материи. Если использовать среднее для всей Вселенной её значение  $\rho_{DM} \sim 10(-30) \ c/cm^3$  [1], то

полученные углы отклонения в радианной мере будут иметь порядок ~ 10(-12) или в угловой мере ~ 0."00001. Заметим, что при гравитационном линзировании галактик достигнутая на сегодняшний день точность составляет 0."001.

Во-вторых, в случае профилей Наварро-Френк-Уайта, Баркета и Кравцова-Клыпина происходит фокусирование лучей света, так как  $\Delta \theta > 0$ , а случае профиля Эйнасто происходит расфокусирование лучей света, поскольку  $\Delta \theta < 0$ . При этом ясно, что выражения (46) и (47) существенно зависят от значения коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

Действительно, для угла отклонения Эйнасто  $\alpha \neq -2$ ,  $\alpha \neq 0$ . Поэтому область определения этого параметра  $-2 < \alpha < 0$ . Наибольшее значение угла отклонения получается при  $\alpha = -1$ , таким образом, что  $\Delta \theta_{E} \approx +48''$ .

И, наконец, для метрики Кравцова-Клыпина из (47) следует, что  $\beta \neq 2\gamma$ ,  $\gamma \neq 2$ .

Авторы выражают благодарность научному руководителю д.ф.-м.н. профессору Леониду Михайловичу Чечину за постановку проблемы и помощь в решении задачи.

#### Литература

1. Чернин А.Д. Темная энергия и всемирное антитяготение // УФН 178 (267–300) 2008; Чернин А.Д. Космический вакуум // УФН 171 (1153–1175) 2001.

2. Navarro J.F., Frenk C.S., White S.D.M. The Structure of Cold Dark Matter Halos // arXiv: astro-ph / 9508025, 7 Aug. 1995; Herritt D., Navarro J.E., Ludlow A., Jenkins A. Universal Density Profile for Dark and Luminous Matter // arXiv: 0502515 V1 [astro- ph] 24 Feb. 2005.

3. Burket A. The Structure of Dark Matter in Dwarf Galaxies // arXiv: arstro-ph / 9504041, 20 Nov.1999.

4. Einasto J. The Dark Matter and Large Scale Structure // arXiv: astro-ph / 0012161 V1, 7 Dec.2000.

5. Avila-Reese V., Firmani C., Klypin A., Kravtsov A.V. The Density Profiles of Dark Matter Haloes: Diversity and Dependence on Environment // arXIV: astro-ph/9906260, 1999.

6. Catena R., Ullio P. A Novel Determination of the Local Dark Matter Density // arXiv:09070018. V2. [astro-ph] 30 Jul.2009.

7. Evans N.W., An J.H. Distribution Function of Dark Matter // arXiv: astro- ph / 0511687 V2, 19 Nov.2005.

8. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения // М., Физматгиз, 1961, 156 с.

9. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Теория тяготения и эволюция звёзд // М., Наука, 1971.

10. Друде П. Оптика // Л.-М., Гостехиздат, 1935, 437 с.

## ГАЛАКТИКАНЫҢ ҚАРАҢҒЫ МАТЕРИЯ ГАЛОСЫНДАҒЫ ЖАРЫҚ СӘУЛЕСІНІҢ АУЫТҚУЫ

#### Г.М. Авхунбаева, Е.Қ. Аймұратов, А.Ж. Өміралиева

Бұл жұмыста галактиканың қараңғы материя галосындағы жарық сәулесінің Наварро-Френк-Уайт, Баркет, Эйнасто және Кравцов-Клыпин профильдері арқылы жазылған ауытқулары зерттелді. Бұрыштық ауытқулардың сандық көрсеткіштері гравитациялық микролинзирлеу кезінде 2 ретті аз дәлдікпен ~0,"00001 шамасын берді.

### THE DEFLECTION OF LIGHT RAYS IN THE GALAXIES' HALOS OF DARK MATTER

#### G.M. Avkhunbayeva, Y.K. Aimuratov, A.Zh. Umiralieva

The deflection of light rays in the halos of dark matter described by Navarro-Frenk-White, Burket, Einasto and Kravtsov-Klypin profiles were searched. Numerical estimations for deflecting angles gives magnitude  $\sim 0.$ "00001, that are two orders smaller than achievement accuracy at the gravitational microlensing.