

НЕЛИНЕЙНАЯ ФИЗИКА

УНИВЕРСАЛЬНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ

З.Ж. Жанабаев, С.Н. Ахтанов

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

Из условия фрактальности меры получено универсальное отображение, описывающее ее перемежаемую эволюцию типа «накопление - выброс». В отличие от всех известных дифференциальных и дискретных моделей динамической системы данное отображение реализует хаотические колебания с характеристиками, соответствующими критериям самоорганизации.

Введение

Перемежаемость – чередование порядка и хаоса является универсальным явлением природы. Этот термин является общепринятым в гидродинамике и означает чередование ламинарного режима движения жидкости с турбулентным. Аналогичные картины наблюдаются во временном ряде астрофизических, сейсмических, нейрофизических, нанотехнологических и других процессов. При этом общей закономерностью является также нерегулярная смена мелкомасштабных флуктуаций с крупномасштабными. В моделях динамических систем перемежаемость тоже наблюдается универсальным образом, как правило, в виде смены процессов удвоения периода (например, через отображение Фейгенбаума) с хаосом.

Вышеперечисленные процессы с перемежаемостью реализуются в нелинейных, неравновесных и незамкнутых (открытых) системах, т.е. при наличии условий для самоорганизации. Процесс самоорганизации имеет самоподобные динамические характеристики, его фазовый портрет может быть странным (фрактальным) аттрактором. Отсюда следует естественный вопрос: можно ли записать в наиболее простом и универсальном виде уравнение (отображение) перемежаемых процессов с всплесками, имеющих фрактальные, синергетические закономерности? Поиск ответа на этот вопрос является целью настоящей работы.

1. Уравнение фрактальной эволюции и его дискретная форма

Эволюцию фрактальной меры (аддитивной величины, характеризующейся измеримым множеством) $x(t)$ по времени t запишем в виде

$$\frac{dx(t)}{dt} = \text{sign}\left(\frac{dx(t)}{dt}\right) \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|^{1-\gamma_0}}, \quad (1.1)$$

где γ_0 - статистическая характеристика множества значений t , она введена с целью обеспечения условия Лифшица – Гельдера для ограничения производной $\frac{dx}{dt}$. Модуль приращения $|\Delta x|$ (масштаб измерения величины $x(t)$) заменим из условия фрактальности меры $x(t)$:

$$x = x_0 (|\Delta x|)^{-(D-d)}, \quad |\Delta x| = \left(\frac{x}{x_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}}, \quad \gamma = D - d, \quad (1.2)$$

где x_0 – нефрактальная регулярная мера, D - фрактальная размерность множества значений $x(t)$, d - топологическая размерность носителя меры.

Подставив формулу (1.2) в формулу (1.1) перейдем к дискретным разностям. Можно убедиться, что в дискретном случае знаковая функция будет связана с вероятностью

$$P(x_i) = \rho(x_i)(t_{i+1} - t_i) , \quad (1.3)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots$ - номер шага по времени, $\rho(x_i)$ - плотность вероятности реализации x_i .
Воспользуемся законом сохранения вероятности

$$\rho(x_i)dx_i = \rho(x_{i+1})dx_{i+1} . \quad (1.4)$$

Принимая $\rho(x_{i+1}) = 1$, т.к. процесс итерации будет реализован, имеем

$$\rho(x_i) = \frac{dx_{i+1}}{dx_i}, \quad P(x_i) = \frac{dx_{i+1}}{dx_i}(t_{i+1} - t_i) . \quad (1.5)$$

Для определения плотности вероятности нужно воспользоваться модулем производной в (1.5), если в формуле (1.5) учесть знак производной, то мы автоматически получим искомую знаковую функцию $sign(x_i, x_{i+1})$ для $t_{i+1} - t_i > 0$.

С целью описания самоподобных свойств системы мы определяем производную в (1.5) в неподвижной точке $x_{i+1} = x_i$:

$$\mu_i = \left. \frac{dx_{i+1}}{dx_i} \right|_{x_i=x_{i+1}} . \quad (1.6)$$

Это выражение в теории динамического хаоса называется мультипликатором.

С учетом формул (1.2), (1.5), (1.6) формулу (1.1) для случая $x_0 = 1$ запишем в виде

$$\frac{x_{i+1}}{\Delta t} = \frac{x_i}{\Delta t} + \mu_i(t_{i+1} - t_i)|x_i|^{-\frac{1}{\gamma}} \Delta t^{\gamma_0-1} = \frac{x_i}{\Delta t} + \mu_i|x_i|^{-\frac{1}{\gamma}} \Delta t^{\gamma_0} . \quad (1.7)$$

В формуле (1.7), чтобы можно было выбрать одинаковые моменты времени, исключим величину γ_0 . Для этой цели выберем зависимость $x_i(\Delta t)$ в виде обобщенного броуновского движения [1]

$$x = c\Delta t^H , \quad (1.8)$$

где c - коэффициент диффузии, H - показатель Херста.

Запишем (1.7) в следующем виде:

$$\frac{x_{i+1}}{\Delta t} = (x_i^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \Delta t^{-\gamma_0-1} + \mu_i)|x_i|^{-\frac{1}{\gamma}} \Delta t^{\gamma_0} . \quad (1.9)$$

Примем обозначение $c^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} = x_i^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \Delta t^{-\gamma_0-1}$. Вид обозначения выбран так, чтобы удовлетворить стандартным условиям

$$H > 1/2, \quad 0 < \gamma_0 < 1 . \quad (1.10)$$

Из (1.10) имеем:

$$x_i = c\Delta t^{\frac{(1+\gamma_0)\gamma}{1+\gamma}} . \quad (1.11)$$

Сравнивая формулы (1.11), (1.8) получим:

$$H = \frac{\gamma(1+\gamma_0)}{\gamma+1} > 1/2 . \quad (1.12)$$

Отсюда следует, что всегда $\gamma > 1$, $D > d + 1$.

Принимая $\Delta t = 1$ окончательно запишем уравнение (1.9) в следующем виде:

$$x_{i+1} = (c^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} + \mu_i)|x_i|^{-\frac{1}{\gamma}} . \quad (1.13)$$

Продифференцировав (1.13) получим:

$$\mu_{i+1} = \frac{dx_{i+1}}{dx_i} = -\frac{1}{\gamma} (c^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} + \mu_i) |x_i|^{\frac{1}{\gamma}-1}. \quad (1.14)$$

Формулы (1.13) и (1.14) представляют собой искомое отображение перемежаемости.

2. Эволюционный параметр порядка

Необходимо установить количественную характеристику сложных – перемежаемых, сильно неоднородных сигналов. Известная характеристика сложности сигнала $x(t)$ - база определяется как:

$$B = 2\tau \cdot \Delta w, \quad (2.1)$$

$$\tau = \frac{1}{R(0)} \int_0^{\infty} R(\tau) d\tau, \quad R(\tau) = \int_0^{\infty} x(t - \tau) \cdot x(t) dt, \quad \Delta w = \frac{1}{E_{\max}} \int_0^{\infty} E(w) dw, \quad (2.2)$$

где $R(\tau)$ - корреляционная функция, $E(w)$ - спектр мощности, Δw — эффективная ширина полосы частот, τ — эффективное время корреляции.

Смысл использования выражения (2.1) в качестве меры неопределенности в волновых процессах соответствует тому, что существует минимальная ячейка фазового пространства (аналогия соотношения неопределенности в квантовой физике). Но корреляционная функция и соответствующий ей спектр мощности является энергетической характеристикой, они не учитывают информацию о фазе, форме колебаний. Искомую меру сложности нужно определить непосредственно через реализацию $x(t)$. Вначале мы рассмотрим чисто метрическую характеристику сложности, а соответствующую топологическую (информационно - энтропийную) характеристику обсудим отдельно.

Существование метрических характеристик (длины, площади, объема) следует из выполнения интегрального неравенства Гёльдера для любых функций $x_i(t)$, $x_j(t)$:

$$\left(|x_i(t)|^p\right)^{1/p} \left(|x_j(t)|^q\right)^{1/q} \leq K_{x_i, x_j}^{p, q} < \left\langle |x_i(t) \cdot x_j(t)| \right\rangle, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \quad (2.3)$$

где равенство выполняется при постоянном $K_{x_i, x_j}^{p, q}$. В физических приложениях можно пользоваться усреднением по времени $\langle x(t) \rangle$. В случае $p = q = 2$ искомая характеристика определяется на евклидовой поверхности с топологической размерностью $d = 2$. Если $x_i(t) \equiv x(t)$, $x_j(t) = 1$, $p = q = 2$, то мы получим $K_x^{2,2} = (\langle x^2 \rangle)^{1/2} / \langle |x| \rangle$ - коэффициент формы сигнала, который используется в радиофизике.

Если принять $\gamma = D$, $q = D/(D-1)$, то характеристику взаимной сложности можно определить на множестве с фрактальной размерностью D . При этом возможное асимптотическое значения $K_{x_i, x_j}^{D, D/(D-1)}$ можно найти итерационным путем: принять в качестве исходного значения фрактальной меры $K_{x_i, x_j}^{2,2}$, затем по формуле определения фрактальной размерности найти D_1 (результат первого приближения) и использовать $K_{x_i, x_j}^{D_1, D_1/(D_1-1)}$ и т.д.

Для случая равенства в формуле (2.3)

$$K_{x_i, x_j}^{p, q} = \frac{\left(\langle |x_i(t)|^p \rangle\right)^{1/p} \left(\langle |x_j(t)|^q \rangle\right)^{1/q}}{|x_i(t) x_j(t)|}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \quad (2.4)$$

мы получим минимальное значение меры сложности (неоднородности) выражения в правой части для двух произвольных функций. Формула (2.4) отличается от обратного

коэффициента нецентрированной автокорреляции: усредняется модуль произведения функций, учитывается возможность $p \neq q \neq 2$.

Переменяемые функции являются сильно неоднородными относительно друг друга (x_i, x_j) и относительно аргумента (x, t) . В терминах теории подобия, масштабной инвариантности переменяемые сигналы не являются подобными, а аффинными: не обладают свойством самоподобия, а могут быть самоаффинными. Чтобы учесть такую неравновесность в силу произвольности функций $x_i(t)$, $x_j(t)$ в формуле (2.4) мы можем выбрать одну из них в качестве параметра порядка – определяющей переменной. Если нас интересует эволюция по времени $x_i(t)$, то можно выбрать $x_j(t) = const * t$. Тогда выражение (2.4) при $p = q = 2$ имеет вид

$$K_{x,t}^{2,2} = \left(\langle |x(t)|^2 \rangle \right)^{1/2} \cdot \left(\langle t^2 \rangle \right)^{1/2} / \langle |x(t) \cdot t| \rangle. \quad (2.5)$$

Для описания физических процессов представляет интерес выражение

$$K = \max_{0 < t < \tau} K_{x,t}^{2,2}, \quad (2.6)$$

где τ - характерное время, при котором $K_{x,t}^{2,2}$ достигает максимума.

Выражение (2.5) назовем эволюционным параметром порядка. Этот параметр имеет смысл безразмерного времени и является пропорциональным номеру шага дискретных отображений динамических систем.

3. Универсальные энтропийные закономерности эволюции открытых систем

В физике открытых систем важными являются вопросы, связанные с определением режимов самоподобия и самоаффинности. Если число определяющих переменных больше единицы и коэффициенты подобия по этим переменным различные, то фрактальный объект называется самоаффинным. Если иерархические части фрактального объекта имеют одинаковые коэффициенты подобия по всем переменным, то объект называется самоподобным. В работе З. Ж. Жанабаева [2] были установлены информационно – энтропийные критерии самоаффинности (I_1) и самоподобия (I_2) в виде неподвижных точек плотности вероятности реализации информации и энтропии:

$$e^{-I} = I, \quad I = I_1 = 0.567; \quad (I+1)e^{-I} = I, \quad I = I_2 = 0.806. \quad (3.1)$$

В последние годы развивается новая обобщенная статистическая механика, которую можно назвать статистикой Цаллиса, или, квазиканонической статистикой Гиббса [3]. В основе таких теорий лежит использование экспоненциальной функции вида

$$\exp_{q-1}[-x] = \left(|q-1|x \right)^{\frac{1}{|q-1|}}. \quad (3.2)$$

В пределе $|q-1| \rightarrow 0$ мы имеем обычную функцию $\exp(-x)$, которая описывает каноническое распределение Гиббса. Отличие от единицы параметра q характеризует степень статистической неравновесности, неоднородности системы. Для простоты мы далее будем пользоваться выражением $q-1$ вместо $|q-1|$, при необходимости выбирая положительный знак искомой физической величины.

Используя выражение (3.2) мы определим зависимость от q информационной энтропии – единственной меры сложности, неопределенности неравновесной системы. Для квазиравновесного процесса, характеризуемого параметром q , информацию определим в виде

$$I = -\ln_{q-1} P. \quad (3.3)$$

Отсюда представим вероятность как функцию от информации:

$$P(I) = \exp_{q-1}[-I] = (1 - (q-1)I)^{\frac{1}{q-1}}. \quad (3.4)$$

Функция плотности распределения вероятности реализации информации $\rho(I)$ определяется как

$$\rho(I) = \frac{d}{dI} \exp_{q-1}[-I] = (1 - (q-1)I)^{\frac{2-q}{q-1}}. \quad (3.5)$$

Энтропия определяется как среднее значение информации:

$$S_q(I) = \int_I^\infty \rho(I) I dI = \frac{1}{q-1} \left((1 - (q-1)I)^{\frac{1}{q-1}} - \frac{1}{q} (1 - (q-1)I)^{\frac{q}{q-1}} \right). \quad (3.6)$$

Самоподобные значения $S(I_1) = I_1$ и $S(I_2) = I_2$ найдем как неподвижные точки отображений

$$I_{1q,i+1} = (1 - (q-1)I_{1,i})^{\frac{2-q}{q-1}}, \quad (3.7)$$

$$I_{2q,i+1} = \frac{1}{q-1} \left((1 - (q-1)I_{2,i})^{\frac{1}{q-1}} - \frac{1}{q} (1 - (q-1)I_{2,i})^{\frac{q}{q-1}} \right), \quad (3.8)$$

$$I_{1q,0} = I_{2q,0} = 0, \infty; \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Таким образом, параметр q может характеризовать отклонение системы от состояния самоподобия и самоаффинности через значения информации и информационной энтропии. При условии

$$\sum_i (P_i^q - P_i) \ll 1, \quad (3.9)$$

энтропия Цаллиса, определяемая формулой (3.2), совпадает с энтропией Реньи:

$$S_{R,q} = -\frac{1}{q-1} \ln \sum_i P_i^q. \quad (3.10)$$

Параметр неоднородности можно определить по формуле [4]:

$$q = \frac{\langle m \rangle n(\delta)}{N}, \quad (3.11)$$

где N – общее число точек (отсчетов), $n(\delta)$ – минимальное число ячеек с масштабom измерения δ , покрывающих площадь $F(\delta)$, ограниченной кривыми $z(t)$, $\langle m \rangle$ – среднее число точек в ячейке. Для простоты можно принять $F(\delta)$ как фигуру, ограниченную прямыми, соединяющими локальные максимумы $z(t)$ и $n(\delta) = \frac{F(\delta)}{\delta^2}$.

Параметр неоднородности также можно вычислить через отношение интеграла Римана к интегралу Лебега:

$$q = \frac{F_R}{F_L}, \quad (3.12)$$

где F_R – интеграл от сигнала $x(t)$ по t по Риману, F_L – интеграл Лебега.

Если исследуемый процесс представлен в виде произведения регулярной $f(t)$ и случайной $x_\xi(t)$ функций, тогда интеграл Римана запишется в виде:

$$F_R = \int_{t_0}^t f(t) x_\xi(t) dt. \quad (3.13)$$

По методу Римана временная ось разбивается на равные промежутки δ_t и в соответствии со значениями t_k находятся значения функции, где $t_k^{(n)} \leq t_{k,n} \leq t_{k+1}^{(n)}$.

Если рассматриваемое явление носит случайный характер из-за множителя $x_\xi(t)$, то значения $t_{k,n}$ могут быть выбраны случайным образом (как в известном в литературе стохастическом интеграле Ито). В случае хаотических процессов необходимо выбрать точки $t_{k,n}$ в соответствии со значениями функции, т.е. $\delta_t = \delta_t(\delta_x)$. Тогда интеграл (3.13) в виде меры Лебега запишется в виде

$$F_L = \int_{t_0}^t x(t) d\mu(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} q.m. \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=1}^N x(t_{k,n}) \{t_{k+1}^{(n)}(\delta_{x_j}) - t_k^{(n)}(\delta_{x_j})\}, \quad (3.14)$$

где *q.m.* означает среднеквадратичный смысл суммы.

4. Результаты численного анализа

4.1. Реализации отображения перемежаемости (формулы (1.13), (1.14)) представляют собой сигналы типа “накопление-выброс” (рис. 1). Соответствующие фазовый портрет и спектр мощности представлены на рис. 2.

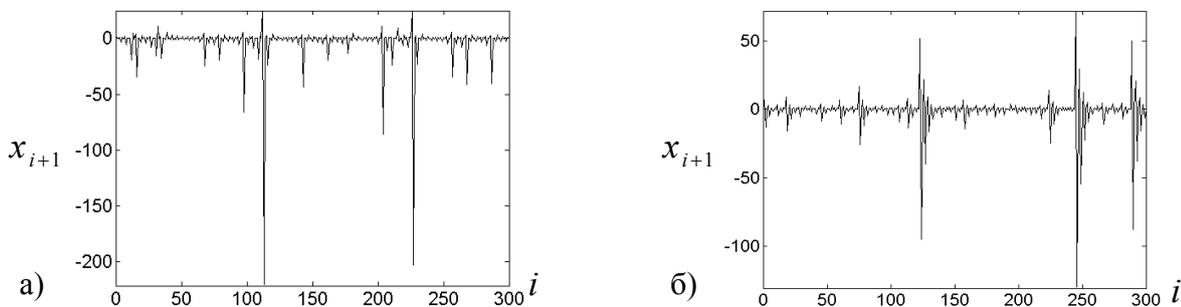


Рис.1. Реализации отображения перемежаемости. а) $\gamma = 1, c = 0.733$, б) $\gamma = 1, c = 0.433$.

Полученное нами отображение реализует особый тип перемежаемости – хаотические выбросы большой амплитуды на фоне мелкомасштабных осцилляций. Поэтому на рис. 3. показан только фрагмент бифуркационной диаграммы для $-5 < x < 5$. По принятому условию возможности автоколебательности процесса (цикл S^1) $\gamma > 1$. Сразу начиная с $\gamma = 1$ имеет место хаотический режим. В интервале $2 < \gamma < 3$ наблюдаются первые окна периодичности в хаосе.

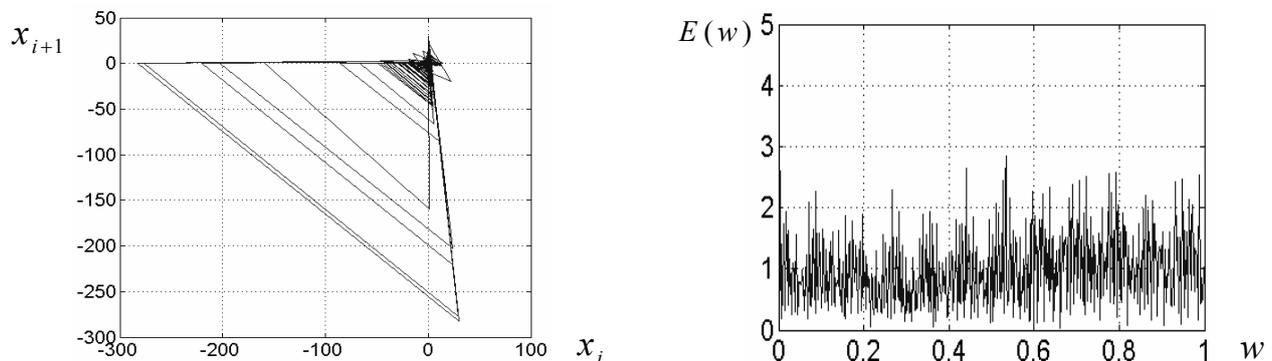


Рис.2. Фазовый портрет и спектр мощности реализации, показанной на рис. 1. а)

Видны типичные картины удвоения периода по Фейгенбауму (цикл S^2). Некоторые ветви наклонных линий бифуркации удвоения не реализованы, процесс имеет асимметрию.

Почти горизонтальные линии соответствуют самой сложной бифуркации - утроению периода (цикл S^3). Именно эти циклы характеризуют перемежаемость: нерегулярные всплески прерываются почти периодическими колебаниями малой амплитуды, т.к. энергия колебаний в цикле S^3 намного меньше, чем в цикле S^1 . Остальные циклы S^4 , S^5 и т.д. сводятся к S^2 и S^3 . Асимметрия, неоднородность распределения амплитуд приводят к образованию окон по вертикали. Еще одно отличие этой диаграммы от известных моделей типа бифуркации Фейгенбаума в том, что относительный интервал значений управляющего параметра на 5 и более раз больше, т.е. перемежаемость проявляется более отчетливо.

Для описания эволюции геометрических мер изменение γ ограничено до $\gamma = 3,99$. Случаи $\gamma > 4$ описывают эволюцию меры в фазовом пространстве.

Меняя параметр c при постоянном значении γ мы получим аналогичную бифуркационную картину.

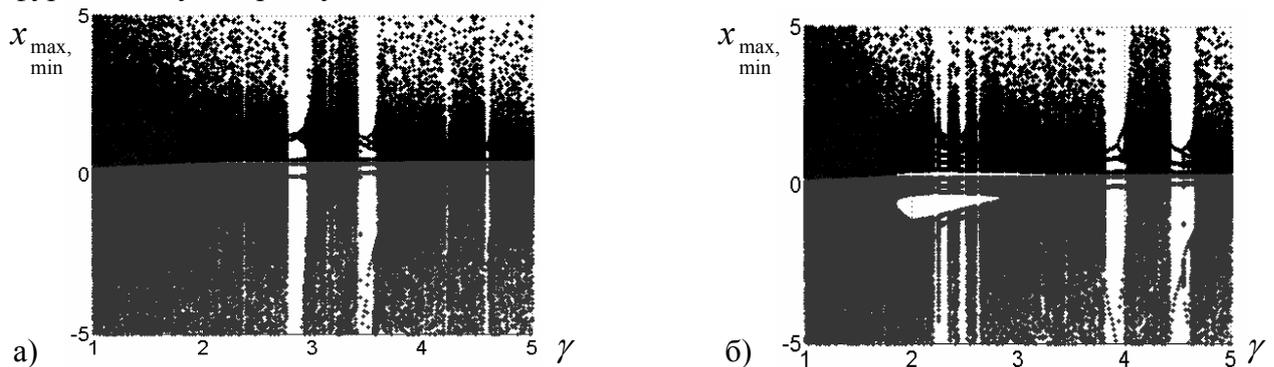


Рис. 3. Бифуркационные диаграммы отображения перемежаемости. а) $c = 0.533$, б) $c = 0.433$.

4.2. Корреляции и дисперсия сигнала не учитывают информацию о фазе, форме колебаний, т.е. они являются менее информативными, чем эволюционный параметр порядка. Этот вывод мы проверили на разных хаотических сигналах. На рис.4, 5 представлены результаты обработки сигналов генератора динамического хаоса с фазовым управлением [4].

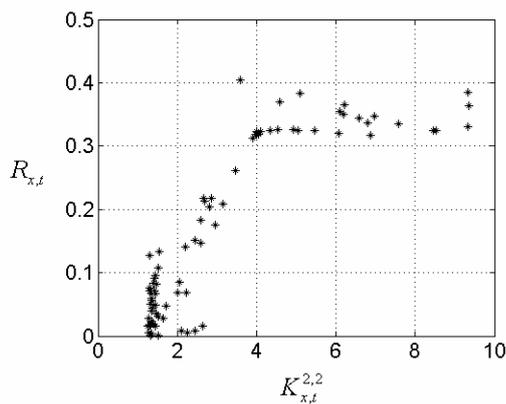


Рис. 4. Взаимозависимость корреляционных и эволюционных характеристик

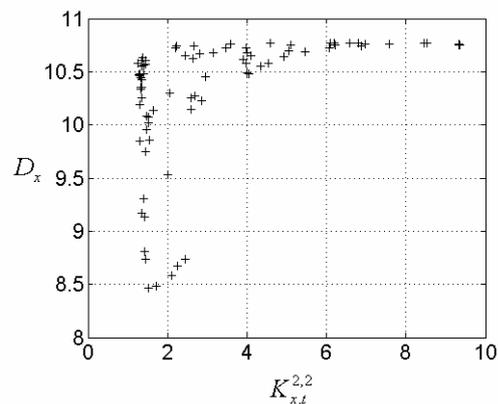


Рис. 5. Взаимосвязь дисперсии с эволюционным параметром порядка

4.3. Универсальные энтропийные закономерности эволюции открытых систем к режимам самоподобия и самоаффинности согласно формулам (3.7), (3.8) представлены на рис. 6. Энтропия Шеннона нормирована на энтропию сигнала, имеющего форму равнобедренного треугольника

На рис. 7. приведены энтропийные закономерности эволюции отображений: Фейгенбаума, Хенона и отображения перемежаемости (1.13), (1.14).

Формулы отображения Фейгенбаума и Хенона:

$$x_{i+1} = rx_i(1 - x_i), \quad (4.1)$$

$$x_{i+1} = 1 - ax_i^2 - by_i, \quad y_{i+1} = x_i. \quad (4.2)$$

В области самоорганизации попадают только те сигналы, которые соответствуют отображению, полученному в настоящей работе.

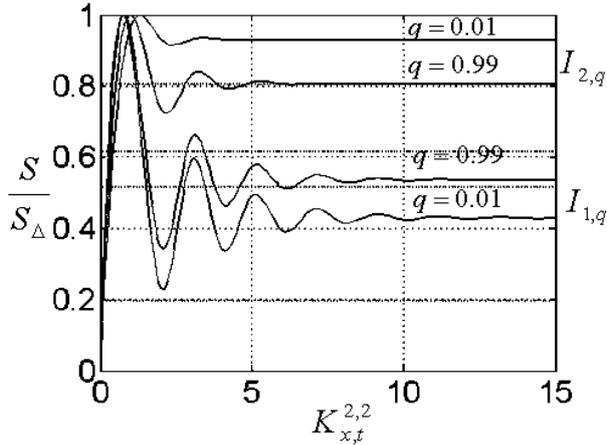


Рис. 6. Энтропийные закономерности эволюции открытых систем

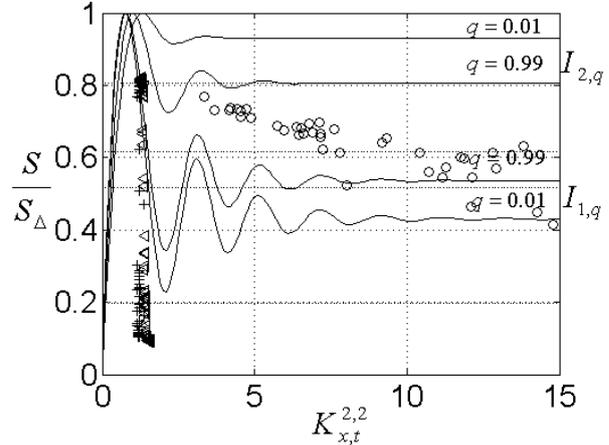


Рис. 7. Энтропийные закономерности реализаций, соответствующим отображениям Фейгенбаума (+), Хенона (Δ) и формулам (1.13), (1.14) (o).

4.4. Специфика отображения (1.13), (1.14) наглядно проявляется сравнением его реализаций с результатами численного анализа известных моделей динамических систем, в которых реализуются перемежаемость и хаос [5]:

1. Система Лоренца

$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x), \quad \frac{dy}{dt} = Rx - y - xz, \quad \frac{dz}{dt} = xy - bz. \quad (4.3)$$

2. Система уравнений цепи Чуа

$$\frac{dx}{d\tau} = \alpha(y - x - h(x)), \quad \frac{dy}{d\tau} = x - y + z, \quad \frac{dz}{d\tau} = -\beta y, \quad (4.4)$$

$$h(x) = m_1 x + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)(|x + 1| - |x - 1|).$$

3. Система Ресслера

$$\frac{dx}{dt} = -(y + z), \quad \frac{dy}{dt} = x + ay, \quad \frac{dz}{dt} = b + z(x - c). \quad (4.5)$$

4. Генератор Анищенко – Астахова

$$\frac{dx}{dt} = mx + y - xz, \quad \frac{dy}{dt} = -x, \quad \frac{dz}{dt} = -gz + I(x)x^2. \quad (4.6)$$

5. Генератор динамического хаоса с фазовым управлением

$$\frac{dx}{dt} = (m - z)(x + \mu z) + yF(\varphi), \quad \frac{dy}{dt} = -x, \quad \frac{dz}{dt} = g(x^2 I(x) - z), \quad \frac{d\varphi}{dt} = g \cdot \text{Sign}(x), \quad (4.7)$$

$$F(\varphi) = (1 + A \cos \varphi)^{-\gamma}.$$

Генератор динамического хаоса с фазовым управлением имеет наибольшие значения эволюционного параметра порядка (рис. 8.), но база сигналов относительно мала. Отсюда

следует, что для описания сложных сигналов необходимо использовать наряду с базой и эволюционный параметр порядка.

На рис. 9. приведена энтропийная закономерность эволюции всех вышеприведенных динамических систем. Видно, что только сигналы генератора динамического хаоса с фазовым управлением являются самоорганизованными при больших значениях параметра порядка.

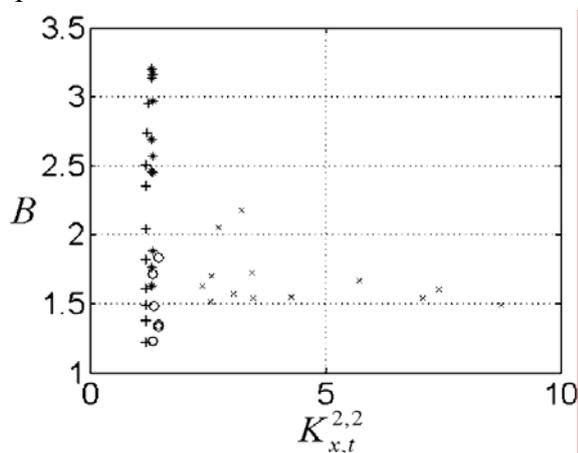


Рис. 8. База и эволюционный параметр порядка сигналов динамических систем: Лоренца (*) ($\sigma = 10$, $b = 8/3$, а $R \in [28 : 50]$), Цепи Чуа (+) ($m_0 = -8/7$, $m_1 = -5/7$, $\beta = 15$, $\alpha \in [8.9 : 0.1 : 11.1]$), Ресслера (Δ) ($a = b = 2$ и $c \in [4.3 : 0.1 : 10]$), Анищенко-Астахова (o) ($g = 0.6$, $m \in [1 : 0.1 : 2]$), генератора динамического хаоса с фазовым управлением (x) ($g=1.5$, $A=0.95$, $\mu = 5$, $m \in [1.1 : 0.025 : 2,5]$).

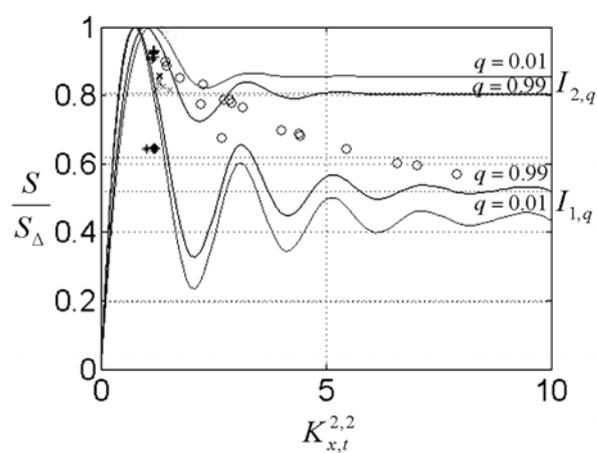


Рис. 9. Энтропийные закономерности эволюции динамических систем: Лоренца (*) ($\sigma = 10$, $b = 8/3$, а $R \in [28 : 50]$), Цепи Чуа (+) ($m_0 = -8/7$, $m_1 = -5/7$, $\beta = 15$, $\alpha \in [8.9 : 0.1 : 11.1]$), Ресслера (Δ) ($a = b = 2$ и $c \in [4.3 : 0.1 : 10]$), Анищенко-Астахова (x) ($g = 0.6$, $m \in [1 : 0.1 : 2]$) генератора динамического хаоса с фазовым управлением (o) ($g=1.5$, $A=0.95$, $\mu = 5$, $m \in [1 : 0.1 : 2,5]$).

Заключение

Из общих принципов - условий ограничения производной и хаотичности (скейлингового характера зависимости среднеквадратичной величины от времени) процесса получено универсальное двухпараметрическое отображение. Один из параметров имеет смысл дробной части фрактальной размерности множества значений рассматриваемой физической величины, другой – коэффициента пропорциональности в принятой скейлинговой зависимости.

Полученное отображение описывает перемежаемые, хаотические эволюционные процессы. В отличие от известных моделей данное отображение реализует перемежаемость с сильными всплесками, т.е. сигналы типа «накопление - выброс». Важно то, что именно такие сигналы удовлетворяют критериям самоорганизации. Такие сигналы ранее нами были получены теоретически, в схемотехническом, физическом экспериментах от радиотехнического генератора с фазовым управлением. Сходство реализаций имеет физическую основу. Фрактальность процесса, использованная при выводе отображения, является основным свойством самоорганизованных систем. В системе уравнений генератора динамического хаоса нами была принята нелинейная зависимость собственной частоты селективного контура от фазы обратной связи. Этот фактор тоже является одним из основных условий самоорганизации.

Предлагаемые нами универсальные закономерности эволюции открытых систем сформулированы в виде зависимости нормированной информационной энтропии от

эволюционного параметра порядка. Способ нормировки энтропии, выражение эволюционного параметра порядка тоже является новыми результатами.

Литература

1. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
2. Zhanabaev Z.Zh. Information properties of self-organizing systems // Rep.Nat. Acad. Of Science RK. – 1996. No 5. – p. 14-19.
3. Жанабаев З.Ж. Квазиканоническое распределение Гиббса и масштабная инвариантность хаотических систем // Мат. 5-й Межд.конф. «Хаос и структ. в нелин. сист.», 15-17 июня, 2006. Астана. –Ч.1. - С. 15-23.
4. Жанабаев З.Ж., Алмасбеков Н.Е., Иманбаева А.К., Манапбаева А.Б., Ахтанов С.Н. Защита информации динамическим хаосом с фазовым управлением.// Материалы 7-й международной научной конф. «Хаос и структ. В нелин. сист», 15-17 июня, 2010. Караганда. – С. 13-20.
5. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. - М.:Наука, Гл. ред. физ. мат. лит., 1990.-312 с.

АЛМАСУДЫҢ ӘМБЕБАП БЕЙНЕЛЕУІ

З.Ж. Жаңабаев, С.Н. Ахтанов

Өлшемнің фракталдық шартынан оның «жиналмалы – секірімелі» типті алмасу эволюциясын сипаттайтын әмбебап бейнелеу алынды. Барлық белгілі дифференциалды және дискретті динамикалық жүйелердің модельдерінен айырмашылығы - бұл бейнелеу сипаттамалары өзқауым шарттарына сәйкес келетін хаосты тербелістерді шығарады.

UNIVERSAL MAP OF INTERMITTENCY

Z.Zh. Zhanabaev, S.N. Akhtanov

From the condition of fractal measures obtained universal map that describes its intermitted evolution with “accumulation - ejection” type. In contrast to all known differential and discrete models of dynamical systems this map realizes chaotic oscillations with characteristics that match criteria’s of self-organization.