

# СИНХРОНИЗАЦИЯ В АНСАМБЛЕ ГЛОБАЛЬНО НЕЛИНЕЙНО СВЯЗАННЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ

**З.Ж. Жанабаев, А.А. Темирбаев, С.Б. Тарасов, М.Г. Розенблюм\*, Н.Е. Алмасбеков**

*Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы*

*\*Department of Physics and Astronomy, University of Potsdam, Germany*

В работе представлены результаты экспериментального исследования синхронизации 20 - ти глобально нелинейно связанных радиотехнических колебательных элементов. Приведены примеры, демонстрирующие сложную квазипериодическую динамику, зависимость среднего поля от различных режимов синхронизации.

## **Введение**

Динамике ансамбля осцилляторов посвящен ряд современных теоретических и экспериментальных исследований [1, 2, 3]. Нелинейная связь в ансамбле глобально связанных осцилляторов впервые теоретически рассматривалась в работе [4]. В работах [5, 6] было показано существование различных режимов синхронизации фазовых осцилляторов из-за глобальной нелинейной связи – зависимости среднего поля от силы связи между осцилляторами. Теоретически обнаружен эффект захвата среднего поля внешним периодическим воздействием: частота среднего поля равняется частоте внешней силы, а сами осцилляторы остаются незахваченными. Вместе с тем нам неизвестны экспериментальные работы в рассматриваемой постановке вопроса. Целью настоящей работы является проверка наличия основных эффектов, полученных в работах [5, 6] в физическом эксперименте.

Во второй части описана экспериментальная установка. Основные результаты приведены в третьей части, в четвертой части работы дано обсуждение результатов и отдельно выделено заключение.

## **Экспериментальная установка и методика измерений**

Внешний вид экспериментальной установки приведен на рис.1. В качестве базового элемента использовался генератор электрических колебаний с мостом Вина, принципиальная схема которого приведена на рис.2.

Частота собственных колебаний контура, образованного резисторами  $R_1$ ,  $R_2$  и конденсаторами  $C_1$ ,  $C_2$  равна:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi(\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2})} \quad (1)$$

Положительная обратная связь осуществлялась операционным усилителем LM741, коэффициент усиления его регулировался резистором  $R_4$ . Диоды, включенные по параллельно-встречной схеме, обеспечивают автоматическую стабилизацию амплитуды колебаний.

Из таких 20 глобально связанных осцилляторов был создан ансамбль (рис. 3). Выходные сигналы с генераторов суммировались на резисторе связи  $R_c$ . Параметр связи  $\varepsilon$ , использованный в теории [5, 6], выбран в виде  $\varepsilon = 1/R_c$ . Величина  $R_c$  регулировалась в пределах  $1 \text{ кОм} < R_c < 10.3 \text{ кОм}$ . Нелинейность глобальной связи обеспечивалась нелинейным фазосдвигающим преобразователем.

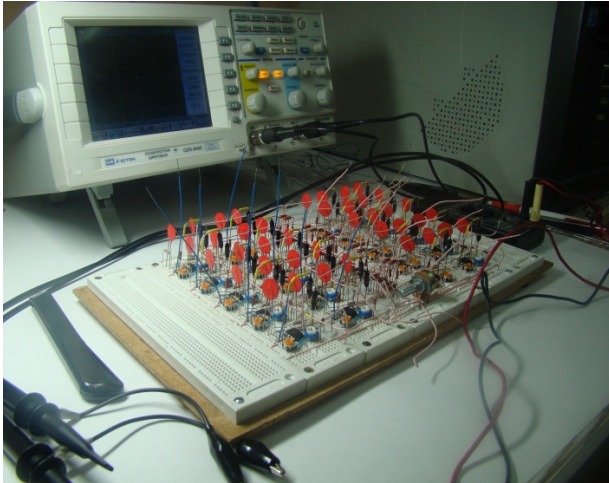


Рис.1. Общий вид экспериментальной установки

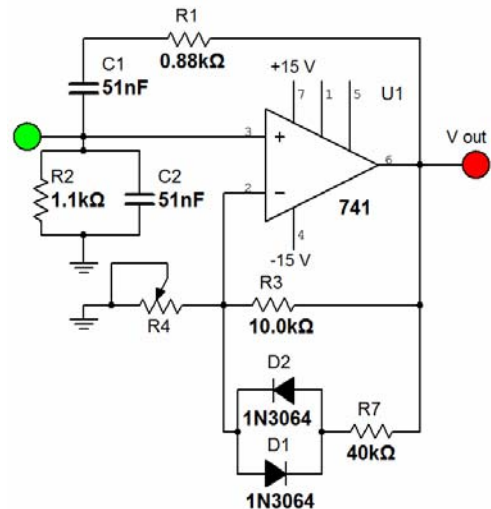


Рис.2. Принципиальная схема одного осциллятора – генератора с мостом Вина

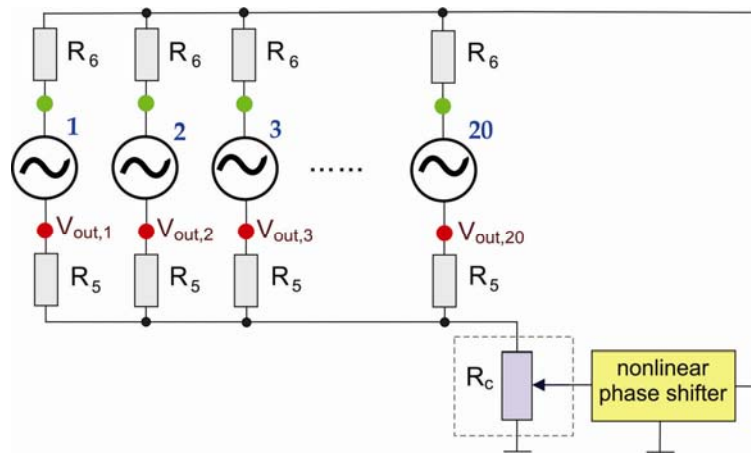


Рис.3. Блок схема глобально связанных осцилляторов

Фазосдвигающая цепь (рис.4) состоит из двух каскадов. На первом линейном каскаде обеспечивается начальный постоянный сдвиг фазы равный  $0.4\pi$ . На втором нелинейном каскаде добавляется нелинейный сдвиг фазы в зависимости от амплитуды входного сигнала. В целом схема позволяет добиваться сдвига фазы на  $0.8\pi$ . Сумма сигналов  $V_{out,i}$  подается на вход фазосдвигающей цепи, где на выходе в зависимости от амплитуды входного сигнала нелинейно меняется сдвиг фазы между выходным и входным сигналами. Затем выходной сигнал через резисторы  $R_6$  поступает в цепь положительной обратной связи каждого генератора.

Все экспериментальные результаты были записаны с помощью системы сбора данных NI USB6255 компании National Instruments. АЦП устройства имеет разрешение 16 бит. Результаты записывались на частоте дискретизации равной 50 кГц. Собственные частоты  $\nu_i$  ( $1 \leq i \leq 20$ ) 20 генераторов распределены как показано на рис.5. Расчетные частоты некоторых осцилляторов отличаются всего на несколько Герц, но в силу недостаточной разрешающей способности метода определения частоты, они совпадают.

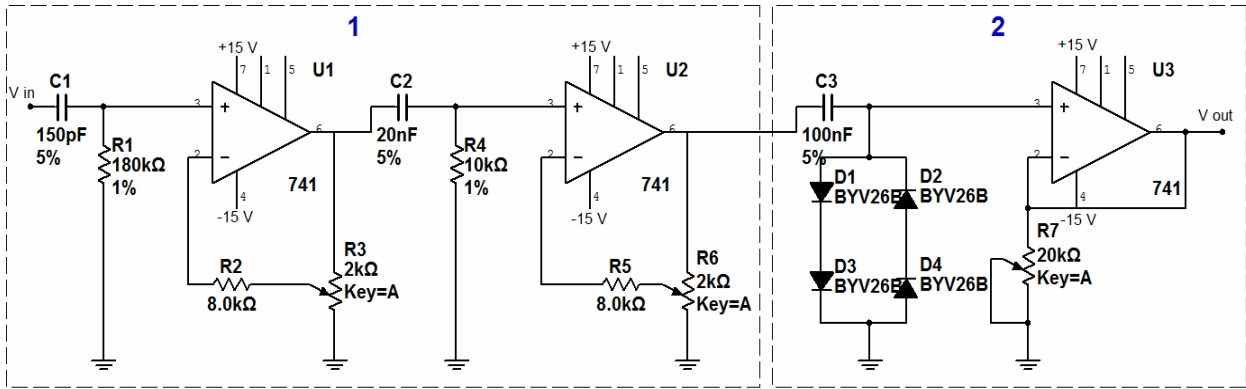


Рис.4. Принципиальная схема линейной (1) и нелинейной (2) фазосдвигающей цепей

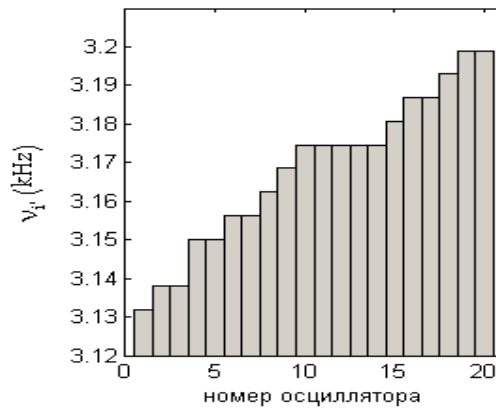


Рис.5. Значение собственных частот осцилляторов

Средние значения выходных напряжений генераторов по ансамблю и по времени определялись как

$$\langle V_i(t) \rangle_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N V_i(t), \quad (2)$$

$$\langle V_i(t) \rangle_t = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T V_i(t). \quad (3)$$

Соответствующие дисперсии равны:

$$\sigma_i^2(t) = \langle V_i(t)^2 \rangle_i - (\langle V_i(t) \rangle_i)^2, \quad (4)$$

$$\sigma_t^2(i) = \langle V_i(t)^2 \rangle_t - (\langle V_i(t) \rangle_t)^2. \quad (5)$$

Усреднение (4) по времени обозначим как  $\langle \sigma_i^2 \rangle_t$ , а усреднение (5) по ансамблю как  $\langle \sigma_t^2 \rangle_i$  и введем характеристику среднего поля в виде

$$R = \sqrt{\frac{\langle \sigma_i^2 \rangle_t}{\langle \sigma_t^2 \rangle_i}} \quad (6)$$

Эта величина представляет собой нормированную и центрированную амплитуду среднего поля, ее можно назвать также параметром порядка – определяющей переменной рассматриваемой задачи. Частота колебаний каждого осциллятора и среднего поля определялась с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье выходных напряжений

$V(t)$ . Разность фаз определялась методом аналитического сигнала, основанный на преобразовании Гильберта [1].

### Результаты физического эксперимента

Из эксперимента следует, что с ростом силы глобальной обратной связи между осцилляторами ансамбля среднее поле претерпевает качественные изменения (рис. 6а). Существование различных режимов изменения среднего поля наглядно поясняет изменения характерных частот в зависимости от  $\varepsilon$  (рис. 6б). Основной причиной этого является нелинейный сдвиг фаз (рис. 6с) колебаний обратной связи в зависимости от их амплитуды (силы связи  $\varepsilon$ ).

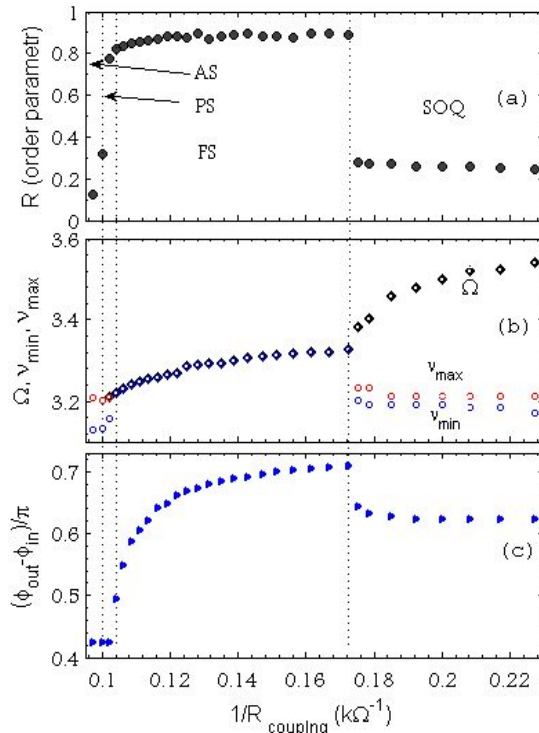


Рис.6. Изменение амплитуды среднего поля (а); наблюдаемые частоты в спектре сигнала среднего поля  $\Omega$  (черные ромбики), осциллятора с наибольшей частотой  $\nu_{\text{max}}$  (красные круги) и осциллятора с наименьшей частотой  $\nu_{\text{min}}$  (синие круги) (б); разности фаз между выходом и входом фазосдвигающей цепи (с) в зависимости от силы связи

Как видно из рис.6а, при малых  $\varepsilon$  система асинхронна: амплитуда среднего поля мала и частоты осцилляторов остаются без изменений. Когда значение силы связи достигает первого критического значения ( $\varepsilon=0.100$ ) происходит резкий рост амплитуды среднего поля. При этом наибольшая частота осциллятора совпадает с частотой среднего поля, тогда как существует еще наименьшая частота. В этом режиме происходит частотный захват (*frequency-locked*) тех осцилляторов, которые имеют относительно большие частоты и субпопуляции быстрых осцилляторов образуют кластер, тогда как медленные осцилляторы все еще дрейфуют. Этот режим называется частичной синхронизацией (*partial synchrony-PS*). Более детально эти закономерности видны на рис.7, где показаны зависимости  $X_{\text{slowest}}$  от  $X_{\text{fastest}}$ ;  $X_{\text{fastest}}$  от  $X_{\text{mean field}}$ ;  $X_{\text{slowest}}$  от  $X_{\text{mean field}}$ , где  $X_{\text{slowest}}$  и  $X_{\text{fastest}}$  соответствуют выходным сигналам генераторов с наименьшей и наибольшей частотой, а  $X_{\text{mean field}}$  – сигналу среднего поля.

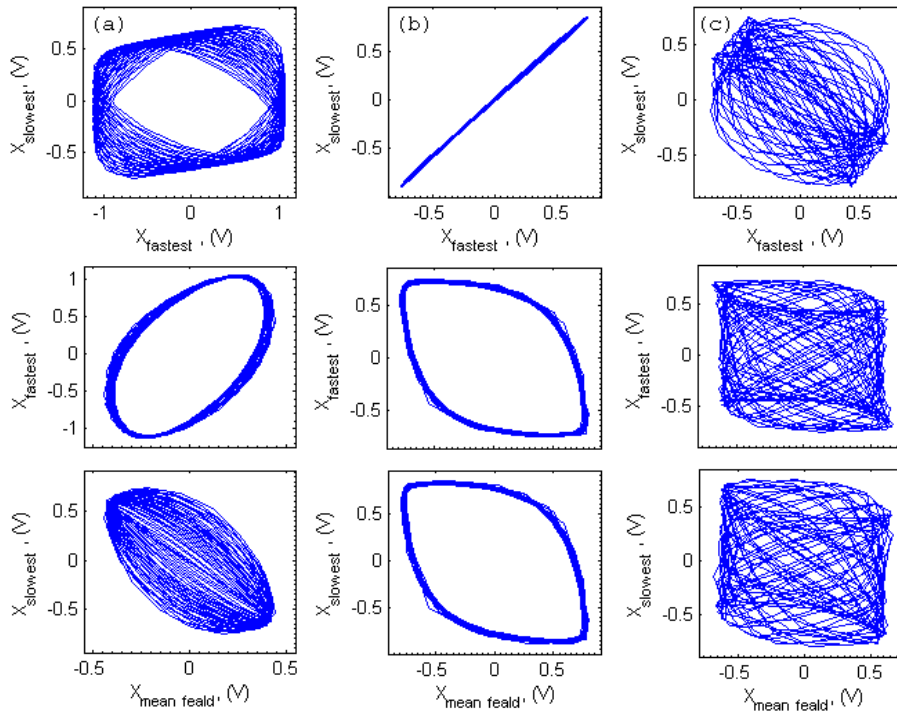


Рис.7. Взаимная зависимость характерных переменных

На рис. 7(a) видно, что осциллятор с наибольшей частотой захвачен средним полем, тогда как осциллятор с наименьшей частотой не захвачен. Когда значение силы связи достигает второго критического значения  $\varepsilon = 0,1042$ , установится режим, близкий к полной синхронизации (*FS*). Из рис. 7 (b) видно, что частоты быстрых и медленных осцилляторов совпадают и равны частоте среднего поля. Очевидно, теперь все осцилляторы формируют синхронный кластер. Однако, несмотря на то, что все осцилляторы имеют одинаковые частоты, их фазы отличаются, из-за разности начальных частот; в результате амплитуда среднего поля  $R < 1$ . Состояние полной синхронизации сохранится до следующего критического значения силы связи  $\varepsilon = 0,1724$ . Начиная с этого значения силы связи все осцилляторы покидают синхронный кластер, причем, переход происходит скачком. На рис.8, 9 показаны мгновенные фазы индивидуальных осцилляторов, поясняющие динамику системы. Критическое значение перехода соответствует разности фаз  $\Delta\varphi = 0.7087\pi$  (рис.6 с), в работах [5, 6] это значение равно  $0.5\pi$ . Мы полагаем, что это разница может быть обусловлена изменением формы выходного сигнала фазосдвигающей цепи. При этом наблюдается заметное отличие его формы от формы синусоидального сигнала.

### Обсуждение результатов

Мы хотим более подробно обсудить только один из основных результатов - возможность существования режима в ансамбле осцилляторов, названный в теории [5, 6] квазипериодической самоорганизацией. Явление самоорганизации может иметь при наличии трех условий: нелинейности, неравновесности, незамкнутости. В нашем эксперименте все эти условия соблюдаются.

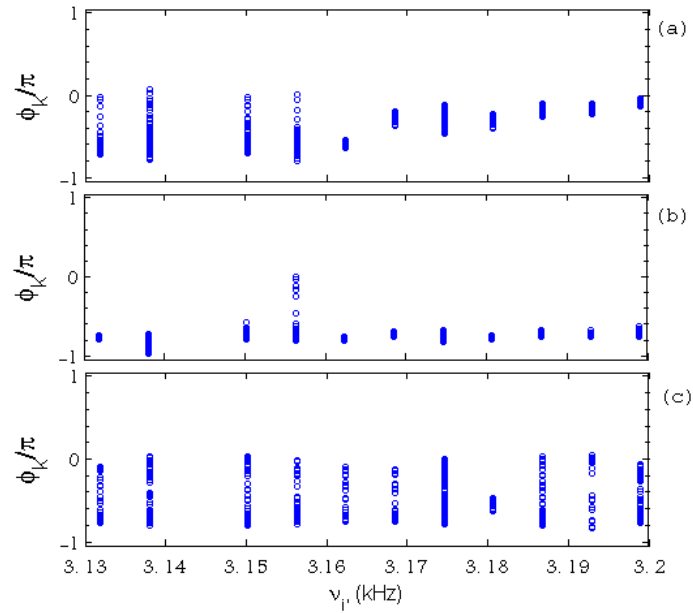


Рис.8. Стробоскопический снимок фаз индивидуальных осцилляторов. (а)- состояние частичной синхронизации,  $\varepsilon=0.102$ . (б)- состояние полной синхронизации,  $\varepsilon=0.1282$ . (с)- режим самоорганизованной квазипериодичности,  $\varepsilon=0.2174$

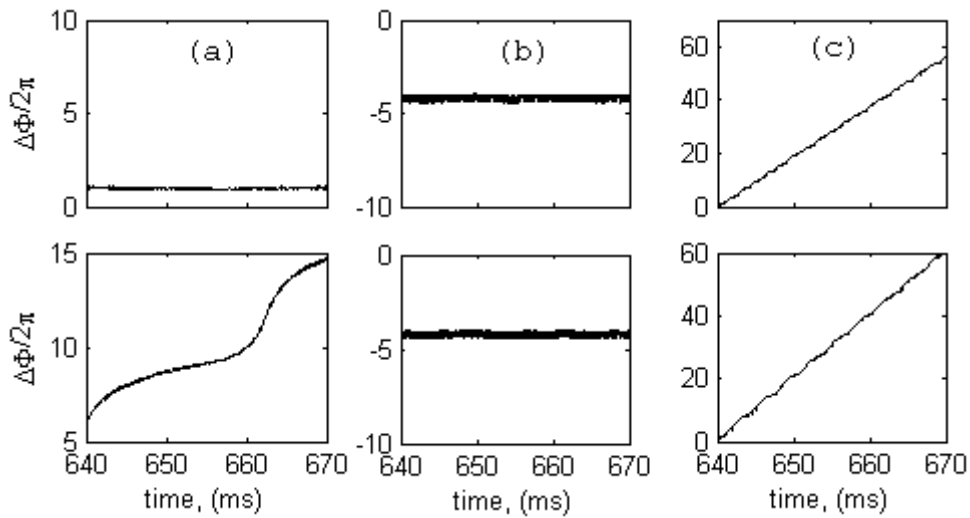


Рис.9. Разность фаз среднего поля и осциллятора с наибольшей (верхний график) и наименьшей (нижний график) частотой при  $\varepsilon=0.102$  (а),  $\varepsilon=0.1282$  (б),  $\varepsilon=0.2174$  (с)

Незамкнутость проявляется в виде подачи энергии осцилляторам через обратную глобальную связь. Неравновесность реализуется из-за возможности кластеризации, локальной синхронизации осцилляторов в силу наличия неустойчивости, флуктуации в любой, как в реальной, так и в модельной системе. Нелинейность проявляется в виде нелинейной зависимости фазы колебаний обратной связи от амплитуды среднего поля. Традиционно термин «самоорганизация» означает появление порядка из хаоса. В нашем случае мы имеем вместо хаоса движение с набором частот в иррациональном соотношении, поэтому используется термин квазипериодическая самоорганизация. Естественно, как в теории, так и в эксперименте представляет интерес исследование хаотизации среднего поля и соответствующих статистических закономерностей.

## **Заключение**

Физический эксперимент подтверждает правомерность концепции среднего поля применительно к ансамблю глобально связанных фазовых осцилляторов. Новым подходом в теории [5,6] было допущение о возможности синхронизации и десинхронизации осцилляторов при монотонном росте силы связи между ними. В настоящей работе показана возможность реализации такой ситуации в эксперименте через нелинейный сдвиг фазы колебаний среднего поля в зависимости от их амплитуды. Наш специальный эксперимент полностью подтверждает выводы теоретических работ [5,6] о возможности реализации асинхронного, полностью синхронного, частично синхронизованного режимов и квазипериодической самоорганизации в ансамбле глобально связанных осцилляторов.

## **Литература**

1. A. Pikovsky, M. Rosenblum, and J. Kurths Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science // Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
2. Kiss, I.Z., Zhai, Y., and Hudson, J.L., 2002, Science, 296, 1676.
3. В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.Б. Нейман, Г.И. Стрелкова, Л. Шиманский-Гайер Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. - Ижевск, Москва, 2003.
4. M. Rosenblum and A. Pikovsky // Phys. Rev. Lett. 98,064101. - 2007.
5. Y. Baibolatov, M. Rosenblum, Z. Z. Zhanabaev, M. Kyzgarina, and A. Pikovsky // Phys. Rev. E 80, 046211. - 2009.
6. Y. Baibolatov, M. Rosenblum, Z.Zh. Zhanabaev and A. Pikovsky // Phys. Rev. E 82, 016212. - 2010.

## **АУҚЫМДЫ БЕЙСЫЗЫҚ БАЙЛАНЫСҚАН РАДИОТЕХНИКАЛЫҚ ГЕНЕРАТОРЛАР АНСАМБЛІНДЕГІ СИНХРОНИЗАЦИЯ**

**З.Ж. Жаңабаев, А.А. Темірбаев, С.Б. Тарасов, М. Розенблюм, Н.Е. Алмасбеков**

Берілген жұмыста ауқымды бейсызық байланысқан 20 радиотехникалық тербелмелі элементтер жиынындағы синхронизация құбылысын физикалық экспериментте зерттеу барысында алынған нәтижелер көрсетілген. Олардың күрделі квазипериодтық динамикасын көрсететін мысалдар келтірілген, сондай-ақ, ортақ өрістің әртүрлі синхрондық режимдерге тәуелділігі көрсетілген.

## **SYNCHRONIZATION IN ENSEMBLE OF NONLINEARLY GLOBAL COUPLING RADIO ENGINEERING GENERATORS**

**Z.Zh. Zhanabaev, A.A. Temirbayev, S.B. Tarasov, M. Rosenblum and N.E. Almasbekov**

The effect of synchronization has been studied in an ensemble of 20-global nonlinear coupling radio engineering oscillating elements. We illustrate the examples, which demonstrate complex quasiperiodic dynamics and dependence of order parameter on different synchronous regimes.