ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

К ОБСУЖДЕНИЮ УТОЧНЕННОЙ МЕТРИКИ ПЕРВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ШАРА В МЕХАНИКЕ ОТО

М.М. Абдильдин, А.С. Таукенова
НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы

В работе проведено дальнейшее обсуждение структуры метрики вращающегося шара.

1. До сравнительно недавного времини [1], известная в механике ОТО, задача Шварцшильда о движении материальной частицы с массой m в поле центрального тела с массой m_0 расматривалась на основе точной, центрально-симметричной метрики Шварцшильда [2]

$$dS^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}} - r^2 d\theta - r^2 \sin^0 \theta d\varphi^2. \qquad (1)$$

Отсюда, как конечный результат, для финитного движения следует единственный эффект о смещении перигелия выражаемый формулой Эйнштейна

$$\Delta g = \frac{6\pi\gamma m_0}{a\left(1 - e^2\right)c^2}. \qquad (2)$$

2. Этот эффект является эффектом первого приближения т.е.пропорционален $\sim \frac{1}{c^2}$. Поэтому казалось бы он должен получиться из так называемой метрики первого приближения Фока [3]

$$dS^2 = \left(c^2 - 2U\right)dt^2 - \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)\left(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2\right) + \frac{8}{c^2}\left(U_1 dx_1 + U_2 dx_2 + U_3 dx_3\right)dt, \qquad (3)$$

где

$$U = \gamma \int \frac{\rho^{/}}{\left|\vec{r} - \vec{r}^{\,/}\right|} dx_1^/ dx_2^/ dx_3^/, \qquad U_i = \gamma \int \frac{\left(\rho V_i\right)^/}{\left|\vec{r} - \vec{r}^{\,/}\right|} dx_1^/ dx_2^/ dx_3^/. \qquad (4)$$

Здесь U – ньютонов потенциал, U_i – вектор потенциал, $\rho^/$ – плотность массы, $V_i^/$ – составляющие скорости вещества внутри тела.

Однако, из метрики первого приближения Фока (3) формула Эйнштейна для смещения перигелия (2) не получается.

В чем дело? Оказывается, в метрике(3) недостает некоторые поправки. Эти поправки получены в нашей работе [1] и соответственно уточненная метрика первого приближения Фока имеет вид

$$dS^2 = \left[c^2 - 2U + \frac{2U^2}{c^2} - \frac{2\gamma}{c^2} \int \frac{\rho' \left(\frac{3}{2} V^2 + \Pi - U \right)' - P'_{kk}}{\left| \vec{r} - \vec{r}' \right|} \left(dx' \right)^3 \right] dt^2 -$$
$$- \left(1 + \frac{2U}{c^2} \right) \left(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \right) + \frac{8}{c^2} \left(U_1 dx_1^2 + U_2 dx_2^2 + U_3 dx_3^2 \right) dt, \qquad (5)$$

где Π – упругая энергия единицы массы, P'_{kk} – трехмерный тензор напряжений.

Если применить метрику (5) к задаче Шварцшильда то формула Эйнштейна для смещения перигелия (2) получается правильной.

3. Буквально до недавнего времени в механике ОТО оставалось очень серьезная и старая проблема – проблема однозначности релятивистских уравнений движения [1, 4]. Она была решена в наших работах [5, 6]. При этом сыграла большую роль уточненная метрика первого приближения Фока для вращающегося жидкого шара [1]

$$dS^2 = \left[c^2 - 2U \left(1 + \frac{\xi_0}{m_0 c^2} \right) + \frac{2U^2}{c^2} + \frac{4\gamma}{7 m_0 c^2} \left(\vec{S}_0 \vec{\nabla} \right) \left(\vec{S}_0 \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) \right] dt^2 -$$
$$- \left(1 + \frac{2U}{c^2} \right) \left(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 \right) + \frac{8}{c^2} \left(U_1 dx_1^2 + U_2 dx_2^2 + U_3 dx_3^2 \right) dt, \qquad (6)$$

где $\xi_0 = \frac{8}{3} T_0 + \frac{2}{3} \varepsilon_0$, T_0 – кинетическая энергия вращения тела, ε_0 – взятая с обратным знаком энергия взаимного притяжения частиц тела,

$$U = \frac{\gamma m_0}{r}, \qquad \vec{U} = -\frac{\gamma}{2r^3} \left[\vec{r} \vec{S}_0 \right], \qquad (7)$$

здесь m_0 – масса шара, $\vec{S}_0$ – его угловой момент, $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial \vec{r}}$.

Перепишем теперь (6) в виде

$$dS^2 = \left[c^2 - 2U \left(1 + \frac{\xi_0}{m_0 c^2} \right) + \frac{2U^2}{c^2} + \frac{4\gamma}{7 m_0 c^2} \left(\vec{S}_0 \vec{\nabla} \right) \left(\vec{S}_0 \vec{\nabla} \frac{1}{r} \right) + \frac{8}{c^2} \left(\vec{U} \vec{V} \right) \right] dt^2 - \left(1 + \frac{2U}{c^2} \right) d\vec{r}^2. \qquad (8)$$

Преобразуем это выражение дальше используя соотношения

$$rot \vec{U} = \frac{\gamma}{2} \left(-\frac{\vec{S}_0}{r^3} + \frac{3\vec{r} \left(\vec{r} \vec{S}_0 \right)}{r^5} \right), \qquad \vec{U}_M = \frac{\gamma}{2r^3} \left[\vec{M} \vec{r} \right], \qquad rot \vec{U}_M = -\frac{\gamma \vec{M}}{2r^3}, \qquad (9)$$

где $\vec{M} = \left[\vec{r} m \vec{V} \right] = \left[\vec{r} \vec{P} \right]$ – орбитальный момент.

Тогда метрика вращающегося жидкого шара приобретает вид

$$dS^2 = \left[c^2 - 2U\left(1 + \frac{\xi_0}{m_0 c^2}\right) + \frac{2U^2}{c^2} + \frac{4\gamma}{7m_0 c^2}\left(\vec{S}_0 rot\vec{U}\right) + \frac{8}{mc^2}\left(\vec{S}_0 rot\vec{U}_M\right)\right] dt^2 - \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right) d\vec{r}^2, \quad (10)$$

или

$$dS^2 = \left[c^2 - 2U\left(1 + \frac{\xi_0}{m_0 c^2}\right) + \frac{2U^2}{c^2} + \frac{8}{c^2}\left(\vec{S}_0\left(\frac{1}{7m_0} rot\vec{U} - \frac{1}{m} rot\vec{U}_M\right)\right)\right] dt^2 - \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right) d\vec{r}^2. \quad (11)$$

Как видно отсюда, в случае метрики вращающегося шара в инварианте dS^2 появляются члены обусловленные взаимодействием $\vec{S}_0$ с вихревыми полями создаваемыми как собственный момент $\vec{S}_0$, так и орбитальным моментом $\vec{M}$.

Литература

1. Абдильдин М.М. Механика теории гравитации Эйнштейна. Алма-Ата, 1988, - 198 с.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., 1973, - 400 с.
3. Фок В.А. Теория пространство, время и тяготения. М., 1961, - 563 с.
4. Абдильдин М.М. Проблема движения тел в общей теории относительности. Алматы, 2006, - 152 с.
5. Абдильдин М.М. К проблеме однозначности Лагранжиана задачи двух вращающихся тел в ОТО // Вестник КазНУ серия физическая, 2008, 2(26), 5-8 с.
6. Абмшев М.Е. К функции Лагранжа задачи двух вращающихся тел в ОТО // Известия НАН РК серия физ.-мат., 2008, №2.

ЖСТ МЕХАНИКАСЫНДА АЙНАЛМАЛЫ ШАРДЫҢ БІРІНШІ ЖУЫҚТАУЫНЫҢ ДӘЛДІРЕК МЕТРИКАСЫН ҚАРАСТЫРУЫНА

М.М. Әбділдин, А.С. Таукенова

Жұмыста айналмалы шардың метрикасының құрылымын әрі қарай қарастыру жүргізілген.

TO DISCUSSION OF THE SPECIFIED METRICS OF THE FIRST APPROACH OF THE ROTATING SPHERE IN THE MECHANIC GTP

M.M. Abdildin, A.S. Taykenova

In work the further discussion of structure of the metrics of a rotating sphere is spent.