

# ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ОДНОПИОННОГО ОБМЕНА

О. Имамбеков

*НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы*

В работе представлены результаты расчетов дифференциального сечения процесса  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  при энергии  $T_p=0 - 2$  ГэВ на основе модели однопионного обмена. Сечение элементарного подпроцесса  $\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p$  определено из электронной базы экспериментальных данных SAID. Проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными. Показано, что положение резонансного максимума, характер энергетической зависимости и абсолютная величина сечений воспроизводятся хорошо.

Теоретическое и экспериментальное исследование реакции  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  в  $^1S_0$  состоянии с малой энергией относительного движения  $E_{pp}=0-3$  МэВ, при промежуточных энергиях является важной задачей. Важность этой задачи связана с несколькими причинами. Во-первых, это простейший неупругий процесс в  $pp$ -рассеянии, который может дать ценные сведения о динамике нуклон-нуклонных взаимодействий. Во-вторых, ограничение в конечном состоянии только одной парциальной волной ( $S$ -волной) значительно упрощает ее теоретическое рассмотрение по сравнению с другими реакциями такого типа, например  $pp \rightarrow d\pi^+$ . Заметим, однако, что для реакции  $pp \rightarrow d\pi^+$  в настоящее время имеются многочисленные экспериментальные данные [1], включая спиновые наблюдаемые, измеренные в широкой области энергий. Эти данные используются для тестирования различных теоретических моделей, описывающих эту реакцию в районе энергий налетающего протона 1 ГэВ [2]. В третьих, хотя квазибинарная реакция  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$ , кинематически очень похожа на реакцию  $pp \rightarrow d\pi^+$ , однако динамически они существенно отличаются друг от друга. Дело в том, что квантовые числа дипротонного состояния ( $J^\pi=0^+$ ,  $I=1$ ,  $S=0$ ,  $L=0$ ) отличаются от соответствующих квантовых чисел дейтрона ( $J^\pi=0^+$ ,  $I=0$ ,  $S=1$ ,  $L=0,2$ ). В связи с этим матричные элементы перехода для этих двух реакций также будут существенно различными. Поэтому сведения, получаемые из теоретического анализа этих двух реакций, не перекрывают друг друга, а наоборот, взаимно друг друга дополняют. Все эти факты указывает на необходимость более тщательного экспериментального и теоретического исследования процесса  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$ .

Из обобщенного принципа Паули, законов сохранения угловых моментов и четности видим, что в реакции  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  разрешены состояния только с отрицательной четностью. Следовательно, для промежуточного  $\Delta$ -N состояния в этой реакции разрешены только нечетные парциальные волны ( $p$ -,  $f$ -, ...), тогда как четные волны ( $s$ -,  $d$ -, ...) запрещены. Вследствие этого при энергии  $T_p=0.63$  ГэВ (чему соответствует порог рождения  $\Delta$ -изобары в NN-взаимодействии), нижней разрешенной парциальной волной будет  $p$ -волна. С другой стороны, эта волна подавлена центробежным барьером. Тогда как в реакции  $pp \rightarrow d\pi^+$ , для состояний  $\Delta$ -N разрешены как отрицательные, так и положительные четности. Как результат этих обстоятельств, относительный вклад механизма с промежуточным образованием  $\Delta$ -изобары в реакции  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  на несколько порядков подавлен по сравнению с реакцией  $pp \rightarrow d\pi^+$ . Этот же аргумент был использован, в частности, в [3] для объяснения очень маленького отношения спин-синглетного и спин-триплетного состояния  $pn$ -пары в конечном состоянии в реакции  $pp \rightarrow pn\pi^+$  при энергии налетающего протона 0.8 ГэВ, полученной из данных LAMPF [4]. Очевидно, что этот аргумент распространяется и для других  $N^*N$ -промежуточных состояний, с другими  $N^*$ -изобарами с положительной четностью.

Реакция  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  ранее экспериментально исследовалась в работах [5–7] при энергии налетающего протона ниже 0.4 ГэВ. Недавно сечение этой реакции измерено на спектрометре ANKE в COSY-Julich (Германия) при более высоких энергиях [8, 9]. В работе [8] сечение измерялось при энергии 0.8 ГэВ, а в работе [9] уже в более широком диапазоне энергий от 0.5 до 2.0 ГэВ. При этом относительная энергия конечной протон-протонной пары меньше, чем 3 МэВ, что обеспечивает  $^1S_0$  состояние их относительного движения. Как видно из результатов измерения (рис.2), при рассеянии налетающего протона на нулевой угол в энергетической зависимости сечения в районе 0.6 – 0.8 ГэВ имеется максимум. Этот максимум по своей форме и по расположению напоминает известный  $\Delta$ -резонансный максимум в сечении реакции  $pp \rightarrow d\pi^+$ . Этот факт указывает на то, что его происхождение возможно также связано с возбуждением  $\Delta$ -изобары в промежуточном состоянии.

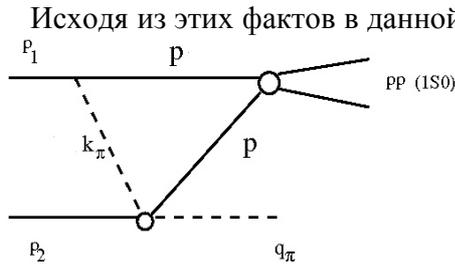


Рис.1. Диаграмма OPE-модели

Исходя из этих фактов в данной работе для анализа реакции  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  используем модель однопионного обмена (OPE-модель). Ранее аналогичная модель была использована для теоретического анализа реакции  $pd \rightarrow \{pp\}_s n$  в  $\Delta$ -резонансной области [10]. OPE-модели соответствует прямая диаграмма, приведенная на рис.1. Как будет видно из дальнейших расчетов, вклад соответствующей обменной диаграммы в интересующей нас энергетической области на несколько порядков меньше, чем у прямой диаграммы. Поэтому в дальнейшем в наших расчетах ее вкладом пренебрегаем.

Для получения амплитуды процесса  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  мы исходим из феноменологических лагранжианов взаимодействия  $L_{\pi NN}$  и  $L_{\pi N\Delta}$ , приведенных в [11]. В результате для вершин  $\pi NN$  и  $\pi N\Delta$  имеем:

$$A_{\sigma_1}^{\sigma_2}(p_1 \rightarrow p'_1 \pi^0) = \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \sqrt{2m_p} \sqrt{2m_p} F_{\pi NN}(k_\pi^2) \varphi_{\sigma_1}^+ (\vec{\sigma} \vec{Q}) (\vec{\tau} \vec{\Phi}_\pi) \varphi_{\sigma_2}, \quad (1)$$

$$A^{\sigma_2}(\Delta \rightarrow \pi p_2) = \frac{f_{\pi N\Delta}}{m_\pi} \sqrt{2m_\Delta} \sqrt{2m_p} F_{\pi N\Delta}(k_\pi^2) (\vec{\Psi}_\Delta^+ \vec{Q}_\pi) (\vec{T} \vec{\Phi}_\pi) \varphi_{\sigma_2}, \quad (2)$$

где  $\varphi_\sigma$  - паулевский спинор нуклона,  $\Psi_\Delta$  - статический векторный спинор  $\Delta$ -изобары,  $\Phi_\pi$  - изовекторная волновая функция  $\pi$ -мезона,  $\tau$  - изоспиновая матрица Паули, изоспиновая матрица  $\vec{T}$  определена согласно [4],  $m_\Delta$  и  $m_p$  – соответственно массы  $\Delta$ -изобары и протона. Вершинные константы имеют значения  $f_{\pi NN} = 1.00$  и  $f_{\pi N\Delta} = 2.15$ . Импульс  $Q$  в (1) имеет вид

$$\vec{Q} = \sqrt{\frac{E'_1 + m_p}{E_1 + m_p}} \vec{p}_1 - \sqrt{\frac{E_1 + m_p}{E'_1 + m_p}} \vec{p}'_1, \quad (3)$$

где  $E_i^2 = \vec{p}_i^2 + m_p^2$  - полная энергия протона,  $Q_\pi$  в (2) импульс виртуального  $\pi$ -мезона в системе покоя  $\Delta$ -изобары. Формфакторы  $F_{\pi NN}(k_\pi^2)$  и  $F_{\pi N\Delta}(k_\pi^2)$ , учитывающие сход  $\pi$ -мезона с массовой поверхности определяются следующим образом

$$F_{\pi NN}(k_\pi^2) = F_{\pi N\Delta}(k_\pi^2) = \frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - k_\pi^2}, \quad (4)$$

где  $k_\pi^2$  - 4-импульс  $\pi$ -мезона, а значение параметра  $\Lambda_\pi = 0.5$  ГэВ зафиксировано из анализа других ядерных реакции в данной кинематической области [12]. С учетом (2) амплитуда

процесса  $\pi^0 p_2 \rightarrow \pi^0 p_2$  с промежуточным образованием  $\Delta$ -изобары соответствующей нижней вершине прямой диаграммы (Рис. 1) имеет вид

$$A_{\sigma_2}^{\sigma_2'}(\pi p \rightarrow \pi p) = \left( \frac{f_{\pi N \Delta}}{m_\pi} \right)^2 \varphi_{\sigma_2}^+(k_\pi)_i (k_\pi)_l (\delta_{il} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i) \varphi_{\sigma_2} \frac{1}{m_\Delta^2 - S_\Delta - im_\Delta \Gamma_\Delta}, \quad (5)$$

где  $(k_\pi)_i$  - компоненты 3-импульса  $\pi$ -мезона,  $\vec{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$  - матрицы Паули,  $S_\Delta$  - квадрат 4-импульса промежуточной  $\Delta$ -изобары. Полная ширина  $\Gamma_\Delta$  берется с учетом схода  $\Delta$ -изобары с массовой поверхности:

$$\Gamma_\Delta(k) = \Gamma_0 \left( \frac{k}{k_R} \right)^3 \frac{k_R^2 + \kappa^2}{k^2 + \kappa^2}. \quad (6)$$

Наполовину немассовую амплитуду NN-взаимодействия, соответствующую верхней правой вершине прямой диаграммы (Рис. 1), можно представить в виде [10]:

$$\begin{aligned} A_{\sigma_1 \sigma_2'}(p_1' p_2' \rightarrow \{pp\}_s) &= N_{pp} 4m_p^2 \langle \Psi_k^{(-)} | V(^1S_0) | \vec{q} \rangle = \\ &= -4m^2 N_{pp} \left( \frac{1}{2} \sigma_1' \frac{1}{2} \sigma_2' | 00 \right) \cdot 4\pi \int_0^\infty j_0(qr) V_s(r) \Psi_{\vec{k}}^{(-)}(\vec{r}) r^2 dr. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\sigma_1'$  и  $\sigma_2'$  проекции спинов протонов в начальном состоянии, комбинаторный фактор для случая двух протонов  $N_{pp} = 2$ , а волновая функция протон-протонного рассеяния  $\Psi_{\vec{k}}^{(-)}(\vec{r})$  определяется из численного решения уравнения Шредингера с потенциалом  $V(^1S_0)$  для относительного импульса  $\vec{k}$ , конечной протон-протонной пары (дипротона). Найденная волновая функция  $\Psi_{\vec{k}}^{(-)}(\vec{r})$  на асимптотике имеет следующий вид:

$$\Psi_{\vec{k}}^{(-)}(\vec{r}) \rightarrow \frac{\sin(kr + \delta)}{kr}, \quad (8)$$

где  $\delta$  фазы  $^1S_0$  рассеяния. В дальнейшем учитываем, что

$$\left( \frac{1}{2} \sigma_1' \frac{1}{2} \sigma_2' | 00 \right) = \langle \varphi_{\sigma_1'}^{(T)} | \frac{i\sigma_y}{\sqrt{2}} | \varphi_{\sigma_2'} \rangle. \quad (9)$$

Далее, используя правила диаграммной техники, амплитуду процесса  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  запишем в следующем виде:

$$M_{\sigma_1 \sigma_2'}(pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0) = \sum_{\sigma_1' \sigma_2'} \int \frac{d\vec{p}_1'}{(2\pi)^3} \frac{dE_1'}{(2\pi) i} \frac{A_{\sigma_1'}^{\sigma_1'}(p_1 \rightarrow \pi^0 p_1')}{m_p^2 - P_1'^2 - i\varepsilon} \frac{A_{\sigma_2'}^{\sigma_2'}(\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p)}{m_\pi^2 - k_\pi^2 - i\varepsilon} \frac{A_{\sigma_1' \sigma_2'}(pp \rightarrow \{pp\}_s)}{m_p^2 - P_2'^2 - i\varepsilon}.$$

Здесь  $P_i'$  - 4-импульс промежуточных протонов. Для нуклонных пропагаторов используем нерелятивистское приближение:

$$m_p^2 - P'^2 - i\varepsilon = -2m \left( T - \frac{\vec{p}'^2}{2m_p} + i\varepsilon \right). \quad (10)$$

В амплитуде  $M_{\sigma_1 \sigma_2'}(pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0)$  интеграл по  $E_1'$  берется аналитически по теории вычетов. После взятия этого интеграла искомую амплитуду можно представить в виде

$$M_{\sigma_1\sigma_2}(pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0) = -\left(\frac{f_{\pi NN}}{m_\pi}\right) 2m_p N_{pp} \left(\frac{f_{\pi N\Delta}}{m_\pi}\right) 2m_p 2m_\Delta \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{4\pi \cdot f(q, k_{pp}; k_{pp})}{k_{pp}^2 - q^2 + i\varepsilon} \times \\ \times \frac{F_{\pi NN}(k_\pi^2)}{m_\pi^2 - k_\pi^2 - i\varepsilon} \frac{F_{\pi N\Delta}(k_\pi^2)}{m_\Delta^2 - S_\Delta - im_\Delta \Gamma_\Delta} \cdot G_{\sigma_1\sigma_2}(\vec{Q}, \vec{k}, \vec{k}'), \quad (11)$$

где спиновая часть амплитуды  $G_{\sigma_1\sigma_2}(\vec{Q}, \vec{k}, \vec{k}')$  имеет вид:

$$G_{\sigma_1\sigma_2} = \sum_{\sigma'_1\sigma'_2} G_{\sigma_1\sigma_2}^{\sigma'_1\sigma'_2}(\vec{Q}, \vec{k}, \vec{k}') = \langle \varphi_{\sigma_1}^+ | \vec{\sigma} \vec{Q} | \varphi_{\sigma'_1} \rangle \langle \varphi_{\sigma'_1} | \frac{i\sigma_y}{\sqrt{2}} | \varphi_{\sigma'_2} \rangle \langle \varphi_{\sigma'_2} | \delta_{li} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i | \varphi_{\sigma_2} \rangle k'_i k_i. \quad (12)$$

Далее к амплитуде (11) применим приближение ОРЕ, а именно, вынесем пропагатор  $\Delta$ -изобары из под знака интеграла в точке  $q=0$ , и предположим, что проекция спина нуклона в  $\pi$ -рассеянии не меняется, и само рассеяние происходит под углом  $0^\circ$ . В этом приближении для спиновой части амплитуды имеем:

$$G_{\sigma_1\sigma_2} = \langle \chi_{\sigma_1}^+ | \vec{\sigma} \vec{Q} \frac{i\sigma_y}{\sqrt{2}} | \chi_{\sigma_2} \rangle \langle \chi_{\sigma_2} | \delta_{li} - \frac{1}{3} \sigma_l \sigma_i | \chi_{\sigma_2} \rangle. \quad (13)$$

Эти матричные элементы для конкретных значений  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  считаются легко и равны:

$$G_{\sigma_1=+\frac{1}{2} \sigma_2=+\frac{1}{2}} = \frac{i}{\sqrt{2}} (iQ_x + Q_y) \cdot \frac{2}{3} k'^2, \quad (14)$$

$$G_{\sigma_1=-\frac{1}{2} \sigma_2=+\frac{1}{2}} = \frac{i}{\sqrt{2}} (-iQ_z) \cdot \frac{2}{3} k'^2. \quad (15)$$

Сечение всего процесса имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \frac{1}{(4\pi)^4} \frac{p_f}{p_i} \frac{k_0 m_p E_{pp}^{\max}}{S_{p_1 p_2} \sqrt{k_0^2 + m_p^2}} \left| M(p_1 p_2 \rightarrow \{pp\}_s \pi^0) \right|^2. \quad (16)$$

После подстановки амплитуды (11) в ОРЕ приближении в (16) имеем:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{p_f}{p_i} \frac{k_0 m_p E_{pp}^{\max}}{\sqrt{k_0^2 + m_p^2}} \frac{S_{\pi p}}{S_{p_1 p_2}} \left[ \left( \frac{f_{\pi NN}}{m_\pi} \right) 2m_p N_{pp} F_{\pi NN}(k_\pi^2) \right]^2 \times \\ \times \left\{ |J_0|^2 + |J_1|^2 \right\} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p). \quad (17)$$

Здесь  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p)$  – сечение упругого  $\pi^0 p$ -рассеяния, а интегралы  $J_0$  и  $J_1$  имеют вид:

$$J_0 = \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{4\pi \cdot f(q, k_{pp}; k_{pp})}{k_{pp}^2 - q^2 + i\varepsilon} \frac{F_{\pi N\Delta}(k_\pi^2)}{m_\pi^2 - k_\pi^2 - i\varepsilon} \frac{i}{\sqrt{2}} (iQ_x + Q_y), \quad (18)$$

$$J_1 = \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{4\pi \cdot f(q, k_{pp}; k_{pp})}{k_{pp}^2 - q^2 + i\varepsilon} \frac{F_{\pi N\Delta}(k_\pi^2)}{m_\pi^2 - k_\pi^2 - i\varepsilon} \frac{i}{\sqrt{2}} (-iQ_z). \quad (19)$$

Результаты рассчитанных по формуле (17) дифференциальных поперечных сечении процесса  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$ , приведены на Рис.2. На этом рисунке экспериментальные точки взяты из работ [8, 9]. Окончательный результат существенно зависит от того, насколько точно определено сечение упругого  $\pi^0 p$ -рассеяния. Сечение этого процесса нами определено из данных SAID [13]. При этом для этого элементарного процесса получено хорошее согласие как по абсолютной величине сечения, так и по положению  $\Delta$ -резонансного максимума для угла рассеяния на нулевой угол. На рис.2 приведены расчеты сечения для различных вариантов вычисления интегралов (18) и (19). Кривая 2 соответствует выносу из-под знака интеграла наряду с пропагатором  $\Delta$ -изобары, также формфактора в вершине  $\pi NN$ , а в кривой 3 вынесен также и пропагатор промежуточного  $\pi$ -мезона. Кривая 1 соответствует ОРЕ-приближению. Как видно из рисунка, положение резонансного максимума и характер энергетической зависимости воспроизводятся хорошо. Небольшое завышение абсолютной величины сечения скорее всего связано с приближениями, сделанными для элементарной амплитуды  $\pi^0 p$ -рассеяния.

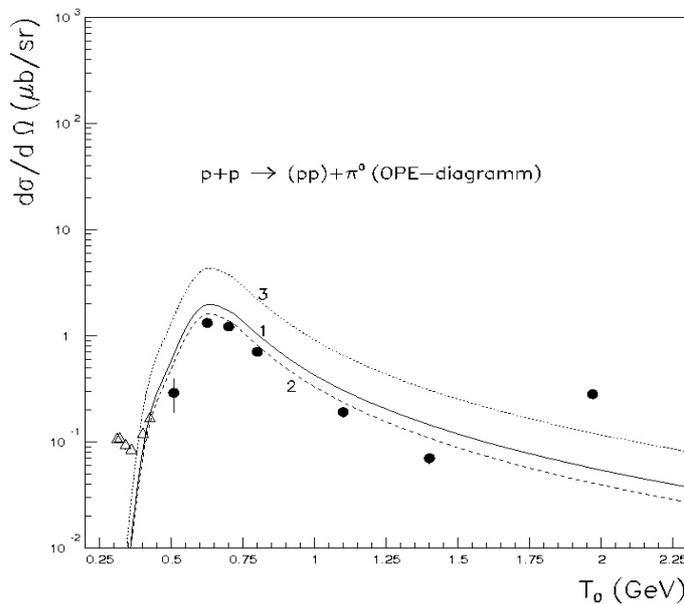


Рис.2. Сечения для различных вариантов вычисления интегралов (18) и (19)

Следует сделать еще одно замечание. Сечение процесса  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  в районе 1.97 ГэВ имеет второй максимум. Аналогичный максимум имеется и в сечении реакции  $pp \rightarrow d\pi^+$ . Эта особенность поперечного сечения  $pp \rightarrow d\pi^+$  в [14] интерпретировалась как проявление тяжелых нуклонных резонансов в упругом  $\pi N$ -рассеянии. Как видно из Рис.2, здесь ОРЕ-модель значительно недооценивает модуль наблюдаемого второго максимума в  $pp \rightarrow \{pp\}_s \pi^0$  процессе. В связи с этим в этой реакции вряд ли удастся объяснить это различие только одним вкладом тяжелых резонансов. Возможно, здесь необходимо будет учесть вклады других механизмов, в частности обмен с  $N^*$ , как это обсуждалось в [10].

### Литература

1. Arndt R.A. et al., Phys.Rev., 1993, V.C48, P.1926.
2. Hanhart C. Phys.Rep., 2004, V.397, P.115.
3. Uzikov Yu.N., Wilkin C. Phys.Lett., 2001, V.B511, P.191

4. Hudomalj-Gabitzch J. et al. Phys.Rev., 1978, V.C18, P.2666.
5. Meyer H.O. et al. 1992, V.A539, P.633.
6. Maeda Y. et al. Nucl.Phys., 2001, V.A684, P.392c.
7. Bilger R et al. Nucl.Phys., 2001, V.A693, P.633.
8. Dymov S.et al. Phys.Lett., 2006, B635, P.270.
9. Kurbatov V.et al. Phys.Lett., 2008, B661, P. 22.
10. Uzikov Yu.N. et al. Phys.Rev., 2007, v.C75, p.014008
11. Verwest B.J. Phys.Lett., 1979, v.B83, p.161
12. Imambekov O., Uzikov Yu.N. Sov.J.of Nucl.Phys. 1988, v.47, p.1089
13. CNS DAC Services [Электронный ресурс] <http://gwdac.phys.gwu.edu> Режим доступа свободный.
14. Tsu Yao Phys.Rev., 1964, V.134, P.B454.

## **БІРПИОНДЫ АЛМАСУ МОДЕЛІНІҢ НЕГІЗІНДА $pp \rightarrow \{pp\}, \pi^0$ РЕАКЦИЯСЫН ЗЕРТТЕУ**

**О. Имамбеков**

Еңбекте бірпионды алмасу моделінің негізінде  $T_p=0 - 2$  ГэВ энергиясында  $pp \rightarrow \{pp\}, \pi^0$  үрдісінің дифференциалдық қимасын есептеу нәтижелері келтірілген. Элементар  $\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p$  үрдісінің қимасы тәжірибелік деректердің SAID электрондық қорын пайдалана отырып анықталған. Қолда бар тәжірибелік деректермен салыстырулар жасалған. Резонанстық максимумның орыны, энергиялық тәуелділіктің сипаты және қиманың абсолют шамасы жақсы сипатталады.

## **INVESTIGATION OF THE REACTION $pp \rightarrow \{pp\}, \pi^0$ ON BASIS OF ONE PION EXCHANGE MODEL**

**O.Imambekov**

Results of calculations of differential cross section of  $pp \rightarrow \{pp\}$  process at the energy  $T_p=0-2$  ГэВ  $\pi^0$  are presented in the work on the basis of one-pion exchange model. Cross section of elementary  $\pi^0 p \rightarrow \pi^0 p$  subprocess is defined using electronic base of experimental data SAID. Comparison with available experimental data is spent. Position of the resonant maximum, character of power dependence and absolute size of the cross sections are reproduced well