

AL-FARABI KAZAKH
NATIONAL UNIVERSITY

ФИЗИКА СЕРИЯСЫ

СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ

RECENT CONTRIBUTIONS TO PHYSICS

3(94)2025

ӘЛ-ФАРАБИ атындағы ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ХАБАРШЫ

Физика сериясы

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени АЛЫ-ФАРАБИ

ВЕСТНИК

Серия физическая

AL-FARABI KAZAKH NATIONAL UNIVERSITY

RECENT CONTRIBUTIONS TO PHYSICS

№3 (94)

Алматы
«Қазақ университеті»
2025



ISSN 1563-0315; eISSN 2663-2276

ХАБАРШЫ



ФИЗИКА СЕРИЯСЫ № 3(94)

04.05.2017 ж. Қазақстан Республикасының Ақпарат және коммуникация министрлігінде тіркелген

Куәлік № 14498-Ж

Журнал жылына 4 рет жарыққа шығады
(наурыз, маусым, қыркүйек, желтоқсан)

Редакциялық алқа

Нұрзада Әбдібекқызы Бейсен – ғылыми редактор, физика-математика ғылымдарының кандидаты, проф., Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, Алматы, Қазақстан
Ақмарал Каримовна Иманбаева - Ассистент-профессор, жауапты редактор, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан

Лу Гуолян - Профессор, Бас редактордың орынбасары, Физикалық ғылымдар және технологиялар мектебі, Синьцзян университеті, Қытай

Әбдірахман Уәлиұлы Алдияров – Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің профессоры, Қазақстан
Бобомұрат Ахмедов – Өзбекстан Ұлттық университетінің теориялық физика институтының профессоры, Өзбекстан

Медеу Ержанұлы Әбішев – Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің профессоры, Қазақстан

Басудеб Дасгунта - Үндістанның Тата іргелі зерттеулер институтының профессоры, Үндістан

Буфенди Лайфа - Орлеан университетінің плазма физикасы профессоры, Франция

Эрнандо Кеведо - Мексиканың Ұлттық автономиялық университетінің Ядролық ғылымдар институтының профессоры, Мексика

Жарқын Есімбек - Синьцзян астрономиялық обсерваториясының профессоры, Қытай

Марғұлан Қасенұлы Ибраимов - PhD, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан
Владимир Дмитриевич Иващук - профессор, Ресей Халықтар достығы университеті, Ресей

Эцуо Ишицука - PhD, Жапония атом энергиясы агенттігі, Мурамацу, Жапония

Владимир Николаевич Косов - профессор, Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Қазақстан

Эллина Лунарска - Профессор, Физикалық химия институты, Польша

Павел Шафарик - PhD, Прагадағы Чех техникалық университеті, Чехия

Нұржан Орынбасарұлы Садуев - PhD, Ядролық физика институты, Қазақстан

Жексенбек Токтарбай - PhD, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан

Алуа Максутова - Техникалық редактор, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Қазақстан

Физика сериясы – физика саласындағы іргелі және қолданбалы зерттеулер бойынша бірегей ғылыми және шолу мақалаларды жариялайтын ғылыми басылым.

**Жоба менеджері**

Гульмира Шаккозова

Телефон: +77017242911

E-mail: Gulmira.Shakkozova@kaznu.kz

ИБ №18084

Пішімі 60x84/8. Көлемі 8,16 б.т. Тапсырыс №1046.

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің «Қазақ университеті» баспа үйі.
050040, Алматы қаласы, Әл-Фараби даңғылы, 71.

Баспа журналдың ішкі мазмұнына жауап бермейді.

© Әл-Фараби атындағы ҚазҰУ, 2025

**Теориялық физика.
Ядро және элементар бөлшектер физикасы.
Астрофизика**

**Theoretical Physics.
Nuclear and Elementary Particle Physics.
Astrophysics**

**Теоретическая физика.
Физика ядра и элементарных частиц.
Астрофизика**

K.K. Yerzhanov , S.A. Zholdybai , A.M. Sergazina* , T.R. Myrzakul 

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

*e-mail: almira_240794@mail.ru

WEAK GRAVITATIONAL LENSING OF BLACK HOLES IN GENERALIZED COSMOLOGICAL MODELS WITH K-ESSENCE

This article considers the extension of the general theory of relativity by introducing additional geometric invariants in the action, which leads to a modified black hole metric. Based on the model with a metric-affine approach, an analytical analysis of gravitational lensing and the formation of a black hole shadow in a plasma medium is performed. The influence of weak gravitational lensing of black holes is investigated within the framework of cosmological models extended by scalar fields of k -essence. Models with k -essence, nonlinear kinetic dynamics, are attractive candidates for explaining the accelerated expansion of the universe without introducing a cosmological constant. Detailed formulas are provided that describe the structure of the horizon, the photon sphere, the angle of light deviation, and the lensing equations. Within such models, the deformation of the image of light sources passing near black holes was analyzed, taking into account the change in the effective metric. The modifications of the deflection angle and the distribution of shifts arising due to weak lensing were considered. The results obtained show that k -essence fields can lead to observable corrections to the standard types of general relativity, which opens up new prospects for using gravitational lensing as a tool for testing the fundamental properties of dark energy and modified gravity in astrophysical observations.

Keywords: gravitational lensing, shadow of a black hole, plasma medium, modified metric, weak gravitational field.

К.К. Ержанов, С.А. Жолдыбай, А.М. Сергазина*, Т.Р. Мырзақұл
Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

*e-mail: almira_240794@mail.ru

К-мәні бар жалпыланған космологиялық модельдердегі қара құрымның әлсіз гравитациялық линзасы

Бұл мақалада қара тесіктің өзгертілген метрикасына әкелетін қосымша геометриялық инварианттарды енгізу арқылы жалпы салыстырмалылықтың кеңеюі қарастырылады. Метрикалық-аффиндік тәсілмен модель негізінде гравитациялық линзалау мен плазмалық ортадағы қара тесіктің көлеңкесін қалыптастыруға аналитикалық талдау жүргізілді. k -эссенция скалярлық өрістерімен кеңейтілген космологиялық модельдер шеңберіндегі қара саңылаулардың әлсіз гравитациялық линзалауының әсері зерттеледі. k -эссенция модельдері, сызықтық емес кинетикалық динамика, космологиялық тұрақтыны енгізбестен ғаламның жеделдетілген кеңеюін түсіндіруге тартымды үміткерлер болып табылады. Горизонт құрылымын, Фотон сферасын, жарықтың ауытқу бұрышын және линзалау теңдеулерін сипаттайтын егжей-тегжейлі формулалар берілген. Осындай модельдер шеңберінде тиімді метриканың өзгеруін ескере отырып, қара тесіктерге жақын орналасқан жарық көздерінің кескінінің деформациясы талданды. Әлсіз линзалау нәтижесінде пайда болатын ауытқу бұрышы мен распределысу үлестірімінің модификациялары қарастырылады. Нәтижелер k -маңызды өрістер жалпы салыстырмалылықтың стандартты түрлеріне бақыланатын түзетулерге әкелуі мүмкін екенін көрсетеді, бұл гравитациялық линзалауды астрофизикалық бақылаулардағы қараңғы энергия мен модификацияланған ауырлық күшінің негізгі қасиеттерін сынау құралы ретінде пайдаланудың жаңа перспективаларын ашады.

Түйін сөздер: гравитациялық линзалау, қара тесіктің көлеңкесі, плазмалық орта, өзгертілген метрика, әлсіз гравитациялық өріс.

К.К. Ержанов, С.А. Жолдыбай, А.М. Сергазина*, Т.Р. Мырзакул
Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, Астана, Казахстан,
*e-mail: almira_240794@mail.ru

Слабое гравитационное линзирование черных дыр в обобщенных космологических моделях с k -эссенцией

В этой статье рассматривается расширение общей теории относительности путем введения дополнительных геометрических инвариантов в действие, что приводит к модифицированной метрике черной дыры. На основе модели с метрико-аффинным подходом проведен аналитический анализ гравитационного линзирования и формирования тени черной дыры в плазменной среде. Исследуется влияние слабого гравитационного линзирования черных дыр в рамках космологических моделей, расширенных за счет скалярных полей k -эссенции. Модели k -эссенцией, нелинейной кинетической динамикой, являются привлекательными кандидатами для объяснения ускоренного расширения Вселенной без введения космологической постоянной. Приведены подробные формулы, описывающие структуру горизонта, сферу фотонов, угол отклонения света и обладающие равнения линзирования. В рамках таких моделей была проанализирована деформация изображения источников света, проходящего в близи черных дыр, с учетом изменения эффективной метрики. Рассмотрены модификации угла отклонения и распределения сдвигов возникающих из-за слабого линзирования. Полученные результаты показывают, что k -эссенциальных полей может приводить к наблюдаемым поправкам к стандартным видам общей теории относительности, это открывает новые перспективы в использовании гравитационного линзирования как инструмента для тестирования фундаментальных свойств темной энергии и модифицированной гравитации в астрофизических наблюдениях.

Ключевые слова: гравитационное линзирование, тень черной дыры, плазменная среда, модифицированная метрика, слабое гравитационное поле.

Introduction

An extension of the classical General Theory of Relativity (GTR) becomes necessary to explain modern observational data (dark energy, dark matter, inflation). The traditional model of GR based on the Einstein-Hilbert $S_{EH} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} R$ action successfully describes gravitational phenomena in a wide range of scales but faces difficulties in interpreting cosmological observations. To solve these problems modified theories of gravitation have been proposed. In this context, we have previously studied extended gravity $F(R, Q)$, which considers not only the curvature scalar R but also the non-metricity scalar Q . Considering the problems of classical GR, such as the necessity to explain the dark energy and inflation, it is logical to generalize the model to the functional $S = \int d^4x \sqrt{-g} F(R, Q, X, \phi)$, where X is the kinetic term of the scalar field, and ϕ represents an additional scalar field (k -essence model) [1]. This approach allows one to account for

additional geometric effects (torsion, non-metricity) via metric-affine theories of gravity (MAG).

The main goal of the study is to integrate the extended theory of gravity with the effects of gravitational weak lensing and black hole shadow formation in a plasma medium. In order to achieve this goal, the following tasks have to be solved: Modification of the metric potential [2].

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi),$$

where the function $f(r)$ as the form

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{\lambda}{r^2},$$

where the function $f(r)$ is of the form f and λ is the modification parameter.

Methods

In this section we studied extended gravity, namely gravity $F(R, Q)$. Earlier we have considered Lagrangians, Hamiltonians and gravitational equations for spacetime FLRU, which allows us to obtain particular and generalised cases of theories of gravitation. It is known that the classical GR, in spite of its physical and mathematical validity, faces problems (dark energy, dark matter, inflation), so its modification becomes necessary. One of variants of such modifications is the approach of metric-affine theories of gravity (MAG), in which geometry includes not only curvature, but also torsion and non-metricity. To generalise the k -essence model, we introduce a function $F(R, Q, X, \phi)$ in action, where X

is the kinetic term of the scalar field and ϕ is the complementary scalar field. Below is a special case allowing to describe the observational data in the neighbourhood of black holes.

This chapter provides a detailed description of a modified stationary and spherically symmetric metric used to model the gravitational field around a black hole [3]. The main attention is paid to the analytical derivation of the function $F(r)$, the analysis of the structure of horizons and the discussion of the influence of the parameter λ on the geometry of space-time. The results are supported by graphical analysis, which makes it possible to clearly see the impact of the modification on key characteristics [4].

Results and Discussion

Let us consider a stationary spherically symmetric spacetime described by the metric

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (1)$$

In this model, the function $f(r)$ is defined as follows:

$$F(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{\lambda}{r^2}. \quad (2)$$

Where M is mass of the black hole (taken dimensionless for convenience of calculations), λ is parameter characterising deviations from the classical Schwarzschild solution, $g(r)$ is function defined by a particular modification [5]. For example, it is possible to take $g(r) = \frac{1}{r^2}e^{-\alpha r}$, M is the mass of the black hole (we take a dimensionless value, setting $M = 1$ for convenience of calculations), λ is a parameter characterizing deviations from the classical Schwarzschild solution. For $\lambda = 0$ function (2) reduces to the standard Schwarzschild solution:

$$F(r) = 1 - \frac{2M}{r}. \quad (3)$$

The function $F(r)$ of r for various values of λ shown in Figure 1.

Analysis of the horizon structure

The horizons of a black hole are determined by the roots of the equation $F(r) = 0$. Substituting (2), we get:

$$F(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{\lambda}{r^2}. \quad (4)$$

For convenience, we multiply this equation by r^2

$$r^2 - 2Mr + \lambda = 0. \quad (5)$$

Solving the quadratic equation in r using the formula:

$$r = \frac{2M \pm \sqrt{(2M)^2 - 4\lambda}}{2} = M \pm \sqrt{M^2 - \lambda}. \quad (6)$$

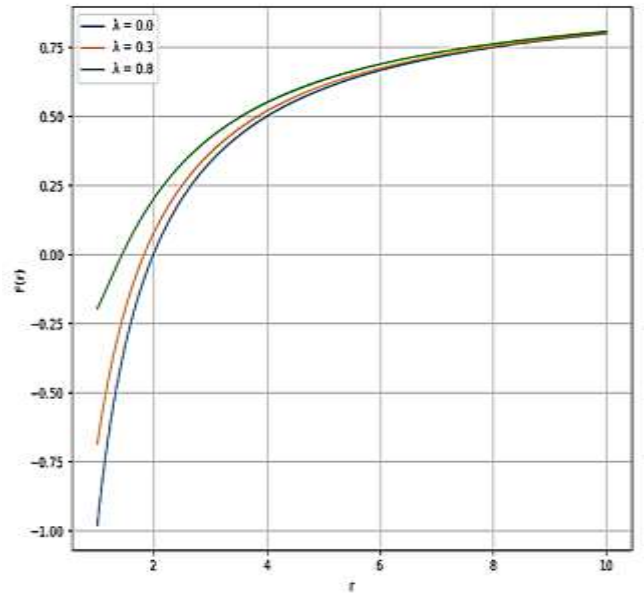


Figure 1 – The function $F(r)$ of r for various values of λ . The purpose of the graph: Visually demonstrate how changing the parameter λ affects the function $F(r)$. With an increase in λ , significant changes in the behavior of the function are observed, which affects the location of the horizons and subsequent dynamic properties [4-5].

Conditions for the existence of horizons: the roots of (6) are valid under the condition $M^2 \geq \lambda$ [6]. When $M^2 \geq \lambda$ we get two different roots: $r_+ = M + \sqrt{M^2 - \lambda}$ is the outer horizon, $r_- = M - \sqrt{M^2 - \lambda}$ is the inner horizon.

Dependence of horizon radii on λ . Schedule goal: Show how the internal and external horizons change when the parameter is varied. This allows us to evaluate how modification of the metric affects the global structure of space-time.

Figure 2 illustrates the dependence of the inner and outer horizon radii on the parameter λ .

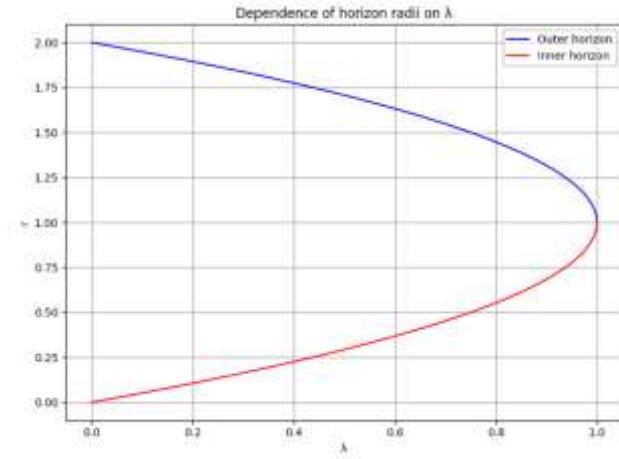


Figure 2 – The graph shows that at $\lambda = 0$, the inner horizon is zero, and the outer horizon is $2M$ (at $r = 2$). As λ increases, the distance between the horizons decreases [7].

Plasma effects and refractive index

When light propagates in a plasma medium, the refractive index $n(r)$ is determined by the following relation:

$$n^2(r) = 1 - \frac{\omega_p^2(r)}{\omega^2(r)} \quad (7)$$

where $\omega_p(r)$ is local plasma frequency, $\omega(r)$ is frequency of the photon measured by an observer located at a given point [7].

The gravitational redshift causes the local frequency of a photon to be related to its frequency at infinity ω_0 as follows:

$$\omega(r) = \omega_0 \sqrt{F(r)} \quad (8)$$

where $F(r)$ is defined by expression (7). Thus, the refractive index becomes a function of both the radial coordinate r and the parameter λ through $F(r)$. Figure 3 shown dependence of the refractive index $n(r)$ on r .

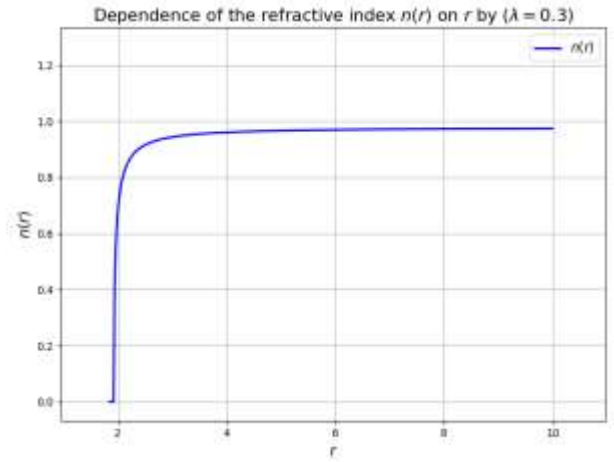


Figure 3 – This graph shows the dependence $t(k)$ from r for a fixed value of r and demonstrates how gravitational redshift and metric modification affect the refractive index where $F(r)$. Thus, the refractive index becomes a function of both the radial coordinate r and the parameter λ through $F(r)$ [7].

The photon sphere and the shadow of a black hole

A photon sphere, a region in which photons can be in closed (unstable) orbits, and calculates the size of the shadow of a black hole observed at infinity. The results obtained depend on the modified metric described by the function

$$F(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{\lambda}{r^2} \quad (9)$$

as well as from the influence of plasma effects, which are taken into account through the refractive index and plasma frequency [8].

Effective pulse parameter and photon sphere condition

In the presence of plasma, the effective pulse parameter is determined by the ratio:

$$h^2(r) = r^2 \left[\frac{1}{F(r)} - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \right] \quad (10)$$

where ω_p is plasma frequency (with a homogeneous plasma it is considered a constant), ω_0 is frequency of the photon at infinity $F(r)$ is a metric function defined by formula (2). A photonic sphere is formed at the point where the $h^2(r)$ function reaches its maximum. That is, it is necessary to fulfill the condition:

$$\left. \frac{d}{dr} h^2(r) \right|_{r=r_{ph}} = 0. \quad (11)$$

Solving this equation numerically allows us to determine the radius of the photonic sphere r_{ph} [9].

Effective pulse parameter $h^2(r)$ and definition of the photonic sphere. Figure 4 shows the dependence $h^2(r)$ on the radial coordinate r or the selected value λ and the fixed ratio ω .

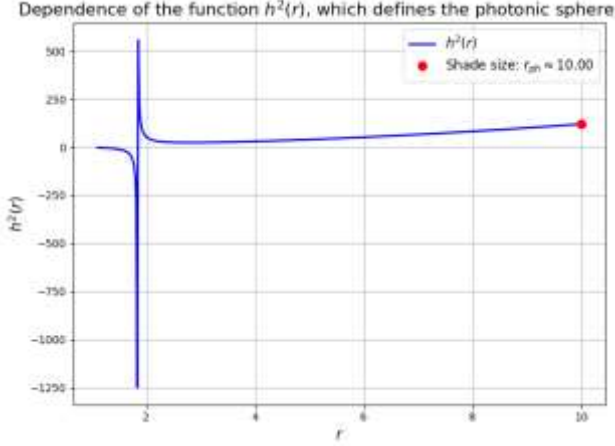


Figure 4 –The maximum of the function $h^2(r)$ corresponds to the position of the photonic sphere, which is marked on the graph [7].

Calculation of the shadow of a black hole

The size of the shadow of a black hole is determined by the angular radius that can be obtained for an observer located at infinity [10]. The angular size of the shadow α is determined by the ratio:

$$\sin^2 \alpha_{sh} = \frac{h^2(r_{ph})}{h^2(r_0)}. \quad (12)$$

Where r is the distance to the observer. Provided that $r_0(F(r_0) \approx 1, \omega_p(r_0) \approx 0)$ is very large, we can assume:

$$h^2(r_0) \approx r_0^2. \quad (13)$$

Thus, the observed shadow value is defined as:

$$R_{sh} \approx r_0 \sin \alpha_{sh} = \sqrt{h^2(r_{ph})}. \quad (14)$$

Dependence of the shadow size on the parameter λ . Graph description: For a set of values of λ , a numerical calculation of r is performed, followed by the calculation of R . The graph (Fig.5) shows how the size of the shadow changes with a variation of λ at fixed values of plasma parameters.

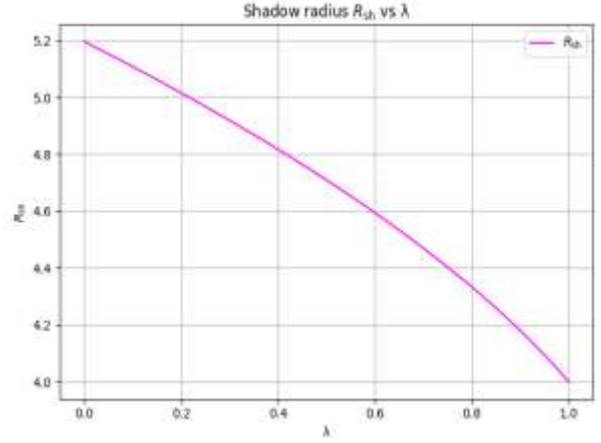


Figure 5 – The graph shows that with an increase in λ , the shadow size decreases, which is explained by a decrease in the radius of the photonic sphere. This observation is important for interpreting astronomical data and testing modified gravity models [8].

Gravitational lensing in a weak gravitational field

The process of gravitational lensing of photons in a weak gravitational field described by a modified metric.

$$F(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{\lambda}{r^2} \quad (15)$$

Special attention is paid to the decomposition of the metric in the domain where $r \gg 2M$ and obtaining an approximate analytical expression for the angle of light deflection. The obtained results are accompanied by a graphical analysis, which makes it possible to visually assess the dependence of the angle of deviation on the pulse parameter and the influence of the parameter λ and plasma effects [11].

Decomposition of the metric in a weak gravitational field

The Minkowski metric:

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \quad (16)$$

where $n = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ is the Minkowski metric, and $h_{\alpha\beta}$ is a small disturbance.

From expression (2) we obtain an approximate representation:

$$h_{00} = \frac{2M}{r} - \frac{\lambda}{r^2}, \quad h_{ij} = \left(\frac{2M}{r^2} - \frac{\lambda}{r^2} \right) \delta_{ij}. \quad (17)$$

This decomposition determines that in a weak field, the modification of the metric introduces corrections of the order of $\frac{1}{r}$ or $\frac{1}{r^2}$ to the components of the metric tensor.

Light deflection angle output

For a photon passing in a weak gravitational field, the deflection angle α can be found using an integral expression. When considering a photon moving with the momentum parameter b , the integration method along the line of rectilinear motion is often used. When plasma effects are taken into account, the expression for the deflection angle has the following form:

$$\hat{\alpha}(b) \approx \frac{4M}{b} \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}} \right) - \frac{\pi\lambda}{4b^2} \left(2 + \frac{1}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}} \right), \quad (18)$$

b is momentum parameter (the distance from the center of the black hole to the line of motion of the photon, approximately $b \approx D_d \theta$, where D_d is distance to the lens, ω_0 is frequency of the photon at infinity, ω_p is plasma frequency (with homogeneous plasma it is considered a constant).

The first term in Eq.(18) corresponds to the standard deviation angle multiplied by the correction factor associated with the plasma dispersive effect. The second term is due to a modification of the metric due to the parameter λ and has the order of $\frac{1}{b^2}$.

Dependence of the deflection angle α on the impulse parameter b . The Fig.6 demonstrates that with increasing b , the angle of deviation decreases, and the influence of the additional term $\frac{\lambda}{r^2}$ leads to a noticeable change in the curve compared with the classical case (for $\lambda = 0$)

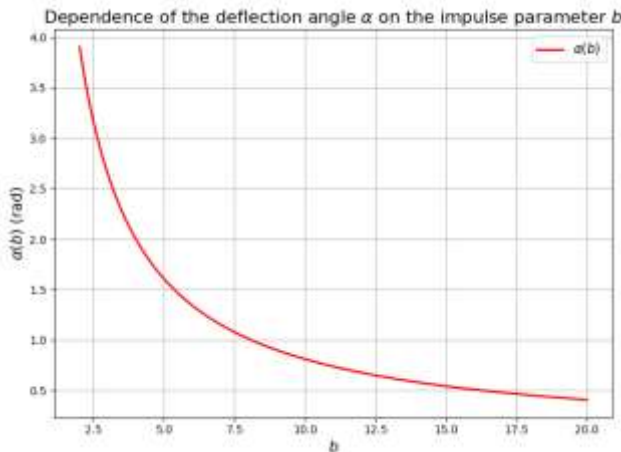


Figure 6 – This graph shows the dependence of the angle of deviation $\hat{\alpha}$ on the impulse parameter b for the selected value λ and a fixed ratio $\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}$.

The graph shows that as b increases, the angle of deflection α decreases. For $\lambda = 0.3$, there is a slight deviation from the classical behavior due to a modification of the metric, and the plasma coefficient increases the total angle of inclination by a factor of $\frac{1}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}}$ [4-8].

The lensing equation

Gravitational lensing is described by an equation relating the angular position of the source (β), the angular position of the image (θ) and the angle of deflection ($\hat{\alpha}$). In general, the equation has the form:

$$\beta = \theta - \frac{D_{ls}}{D_s} \hat{\alpha}, \quad (19)$$

where D_{ls} is distance from the lens to the source, D_s is distance from the observer to the source.

In a weak gravitational field and provided that the impulse parameter b is approximately equal to $b \approx D_d \theta$ (where D_d is the distance to the lens), the lensing equation takes the form:

$$\beta = \theta - \frac{D_{ls}}{D_s} \hat{\alpha}(D_d \theta). \quad (20)$$

In this expression, the angle of deviation $\hat{\alpha}$ is determined by an approximate formula:

$$\hat{\alpha}(b) \approx \frac{4M}{b} \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}} \right) - \frac{\pi\lambda}{4b^2} \left(2 + \frac{1}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}} \right). \quad (21)$$

Substituting $b \approx D_d \theta$ into this expression, we obtain a nonlinear equation with respect to θ .

Numerical solution of the lensing equation

To determine the angular positions of the images θ at a given angular position of the source equation (21) is solved numerically. In practice, the equation may have several solutions corresponding to different images: primary, secondary, and (in some cases) relativistic [11-15].

Dependence of the angular positions of the images θ on the angular position of the source β is shown in the Figure 7.

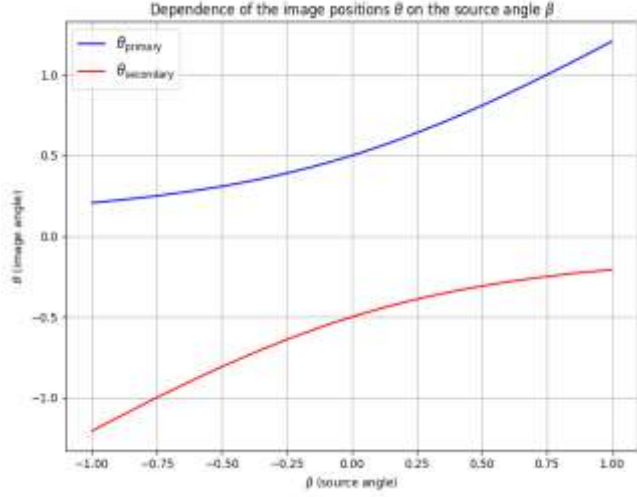


Figure 7– The graph shows the obtained numerical solutions of equation (21) for the primary and secondary images with a variation of β in a certain range. The graph allows you to see how a change in the angular position of the source leads to a shift in the positions of the images [8].

Image magnification calculation

Magnification of an image is defined as the ratio of the area of the image to the area of the source [16-18]. To a one-dimensional approximation, the magnification for each image can be written as follows [19-20]:

$$\mu = \left| \frac{\theta}{\beta} \frac{d\theta}{d\beta} \right|. \quad (22)$$

Conclusion

In this paper the integration of the extended theory of gravitation with the analysis of gravitational lensing and black hole shadow formation in the plasma medium was carried out. The main results of the study can be formulated as follows: Generalised theory of gravitation. The paper considers a modification of the classical general theory of relativity by introducing a function $F(R, Q, X, \phi)$ which includes not only the curvature scalar R but also the non-metricity scalar Q together with an additional scalar field ϕ (k-essence model). This approach allows us to take into account the effects of torsion and nonmetricity, which extends the scope of application of the theory in modelling gravitational phenomena under extreme conditions.

Modified metric potential. Based on the generalised action, a stationary spherically symmetric metric has been obtained in which the function $f(r)$

The total magnification of the image system is determined by the sum of the magnifications of all images:

$$\mu_{tot} = \sum_i \mu_i. \quad (23)$$

In the analytical or numerical solution of equation (22), one can calculate the dependence $\theta(\beta)$, and then, using (23), find μ .

Dependence of image magnification on the angular position of the source β is shown in the Figure 8.

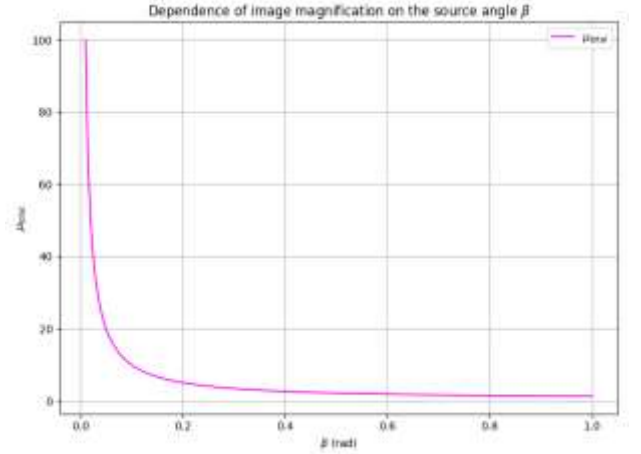


Figure 8 – This graph shows the conditional dependence of magnification for primary and secondary images depending on β . The graph allows you to visually assess how a change in the angular position of the source affects the brightness and magnification of images obtained as a result of lensing [4-8].

has the form $f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \lambda g(r)$. Here, the parameter λ is responsible for deviations from the classical Schwarzschild solution, and the chosen function $g(r)$ allows us to quantify the effect of the modification on the horizon structure. Numerical and graphical analyses have shown that even insignificant changes in the parameter λ can significantly change the position of inner and outer horizons, which is important for the interpretation of observational data.

Photon dynamics in the plasma medium.

The account of plasma effects is realised through the introduction of the refractive index $n(r)$, depending on the local plasma frequency and gravitational redshift: $n(r) = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2(r)}}$, where $\omega(r) = \frac{\omega_\infty}{\sqrt{f(r)}}$. This allows to describe correctly the

propagation of photons near a black hole, where the plasma effects become essential. Gravitational lensing and shadow of a black hole. The obtained results allowed us to perform a detailed analysis of the angle of light deflection, the formation of the photon sphere and the calculation of the angular size of the black hole shadow. The modification of the metric potential leads to changes in the photon dynamics, which is reflected in observational characteristics such as image shift and magnification under lensing. Practical significance and prospects.

The results of this work demonstrate that combining the extended theory of gravitation with the analysis of plasma effects and gravitational lensing allows us to obtain a more accurate description of gravitational phenomena in the vicinity of black holes. This opens new possibilities for experimental testing of theoretical models using modern

astronomical observations, such as data from the Event Horizon Telescope. Prospects for further research include taking into account the inhomogeneous distribution of plasma, the influence of black hole rotation and the development of more sophisticated numerical models to analyse the strong gravitational field.

Thus, the study confirms that modification of the classical theory of gravitation by introducing additional parameters and taking into account plasma effects allow us to significantly expand the modelling capabilities of gravitational processed.

Acknowledgements

This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP23489289)

References

1. A. Ditta, T. Xia, S. Mumtaz, F. Atamurotov, G. Mustafa, A. Abdujabbarov, Testing the Metric-Affine Gravity using particle dynamics and photon motion, *Physics of the Dark Universe* **41**, 101248 (2023). <https://doi.org/10.1016/j.dark.2023.101248>.
2. W. Liu, D. Wu, X. Fang, J. Jing, J. Wang, Kerr-MOG-(A)dS black hole and its shadow in scalar-tensor-vector gravity theory, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP)* **08**, 035 (2024). <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2024/08/035>.
3. A. Das, A. Saha, S. Gangopadhyay, Shadow of Kottler black hole in the presence of plasma for a co-moving observer, *Classical and Quantum Gravity* **40**, 015008 (2023). <https://doi.org/10.1088/1361-6382/aca5e4>.
4. O.Y. Tsupko, G.S. Bisnovaty-Kogan, Gravitational deflection of light in a homogeneous plasma, *Physical Review D* **87**, 124009 (2013). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.124009>.
5. H. Hoshimov, O. Yunusov, F. Atamurotov, M. Jamil, A. Abdujabbarov, Weak gravitational lensing and shadow of a GUP-modified Schwarzschild black hole in the presence of plasma, *arXiv preprint*, arXiv:2312.10678 (2023). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2312.10678>.
6. N.U. Molla, U. Debnath, Shadows and Strong Gravitational Lensing by Van der Waals Black Hole in Homogeneous Plasma, *arXiv preprint*, arXiv:2212.02104 (2022). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2212.02104>.
7. Q.-M. Fu, S.-W. Wei, L. Zhao, Y.-X. Liu, X. Zhang, Shadow and weak deflection angle of a black hole in nonlocal gravity, *Universe* **8**, 341 (2022). <https://doi.org/10.3390/universe8070341>.
8. X.-M. Kuang, Z.-Y. Tang, B. Wang, A. Wang, Constraining a modified gravity theory in strong gravitational lensing and black hole shadow observations, *arXiv preprint*, arXiv:2206.05878 (2022). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2206.05878>.
9. A. Kumar, A review on analytical studies in gravitational lensing, *Frontiers in Physics* **11**, 1113909 (2023). <https://doi.org/10.3389/fphy.2023.1113909>.
10. Y. Zhang, L. Chen, M. Li, Gravitational Lensing around a Dual-Charged Stringy Black Hole in Plasma Background, *European Physical Journal C* **85**, 4, 101 (2025). <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-025-13362-9>.
11. S. Kumar, R. Patel, M. Sharma, Shadow and weak gravitational lensing of a rotating regular black hole in a non-minimally coupled Einstein–Yang–Mills theory in the presence of plasma, *Classical and Quantum Gravity* **39**, 045001 (2025). <https://doi.org/10.1088/1361-6382/abca12>.
12. S.L. Rubinshtejn, *Osnovy obshhej psihologii [Basics of general psychology]* (SPb: Piter.Kom., 1999), 720 p. (in Russ).
13. A. Einstein, The foundation of the general theory of relativity, *Annalen der Physik* **49**(7), 769–822 (1916). <https://doi.org/10.1002/andp.19163480702>.
14. S. Weinberg, *Cosmology*, (Oxford, Oxford University Press, 2008).
15. C.W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler, *Gravitation* (San Francisco: W. H. Freeman and Co., 1973).
16. S. Carroll, *Spacetime and geometry: An introduction to general relativity* (San Francisco: Addison Wesley, 2003).
17. K.K. Yerzhanov, B. Meirbekov, G. Baurzhan, R. Myrzakulov, Cosmological solutions of F(R,T) gravity model with k-essence, *Journal of Physics: Conference Series* (2019). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1391/1/012070>.

18. K.K. Yerzhanov, G. Baurzhan, A. Altaybaeva, R. Myrzakulov Inflation from the symmetry of the generalized cosmological model, *Symmetry* **13**(8), 1433 (2021). <https://doi.org/10.3390/sym13081433>.
19. D. Momeni, K.K. Yerzhanov, R. Myrzakulov, Quantized black hole and Heun function, *Canadian Journal of Physics* **90**(9), 877–881 (2012). <https://doi.org/10.1139/p2012-069>.
20. T. Ibrokhimov, Z. Turakhanov, F. Atamuratov, A. Abdujabbarov, K.K. Yerzhanov, G. Baurzhan, A. Abduvokhidov, Testing regular scale-dependent black hole space time using particle dynamics: Shadow and gravitational weak lensing, *Physics of the Dark Universe* **47**, 101778 (2025). <https://doi.org/10.1016/j.dark.2024.101778>.

Article history:

Received 27 May 2025

Received in revised form 24 June 2025

Accepted 07 September 2025

Мақала тарихы:

Түсті – 27.05.2025

Түзетілген түрде түсті – 24.06.2025

Қабылданды – 07.09.2025

Information about authors:

1. **Koblandy Yerzhanov** – PhD, Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: yerzhanov_kkenu.kz
2. **Sultanbek Zholdybai** – Graduate student of the Department of General and Theoretical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: sultanbek200451@gmail.com
3. **Almira Sergazina** – (correspondent author) Doctoral student of the Department of General and Theoretical Physics of the L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: almira_240794@enu.kz
4. **Tolkynay Myrzakul** – PhD, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: tmyrzakul@gmail.ru

Авторлар туралы мәлімет:

1. Қобланды Ержанов – PhD, Жалпы және теориялық физика кафедрасы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: yerzhanov_kkenu.kz
2. Сұлтанбек Жолдыбай – Жалпы және теориялық физика кафедрасының магистранты, Л.Н. Гумилев ат. Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: sultanbek200451@gmail.com
3. Альмира Сергазина – (автор-корреспондент) Жалпы және теориялық физика кафедрасының докторанты Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: almira_240794@enu.kz
4. Толқынай Мырзақұл – PhD, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан, e-mail: tmyrzakul@gmail.ru

МРНТИ 37.15.23; 37.15.21

<https://doi.org/10.26577/RCPh20259432>

Б.Б. Сейфуллина^{1,2*} , О.Н. Крякунова^{1,2} , О. А. Каликулов² ,
Р.Е. Койчубаев^{1,3} 

¹Институт ионосферы, Алматы, Казахстан,²РГП Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан³Казахский национальный исследовательский технический университет имени К.И. Сатпаева,
Алматы, Казахстан*e-mail: botanaika.93@gmail.com

ФОРБУШ-ЭФФЕКТ 1-10 ИЮНЯ 2025 ГОДА: КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ ПО ДАННЫМ НЕЙТРОННОГО МОНИТОРА И КОСМИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

В работе представлен анализ события, зарегистрированного 1-10 июня 2025 г. нейтронным монитором ААТВ (Алматы, Казахстан, 3340 м над уровнем моря, жесткость геомагнитного обрезания $R = 5.9$ ГВ). Амплитуда понижения интенсивности космических лучей, зарегистрированной нейтронным монитором, составила около 12 %, что позволяет отнести событие к числу больших Форбуш-эффектов. Источником возмущений явилась активная область AR 14100, в которой произошла серия вспышек классов M3.4 и M8.1 (30–31 мая 2025 г.), сопровождавшихся быстрыми гало-СМЕ корональными выбросами масс (КВМ) типа гало со скоростями до 1700 км/с. Сопоставление данных нейтронного монитора с межпланетными параметрами показало классическую структуру межпланетного КВМ, включающую межпланетную ударную волну 1 июня, 05:45 UT, область возмущенной сжатой плазмы и область коронального выброса до 2 июня, 01:10 UT. Событие сопровождалось развитием сильной геомагнитной бури, пик которой пришёлся на 2 июня. Результаты демонстрируют тесную взаимосвязь между солнечной активностью, динамикой межпланетного КВМ и модуляцией потоков галактических космических лучей ГКЛ, подчёркивая значимость комплексного подхода к диагностике и прогнозированию космической погоды.

Ключевые слова: Форбуш-эффект, космические лучи, межпланетное возмущение.

Б.Б. Сейфуллина^{1,2*}, О.Н. Крякунова^{1,2}, О. А. Каликулов², Р.Е. Койчубаев^{1,3}

¹Ионосфера институты, Алматы, Қазақстан,²РМК Ядролық физика институты, Алматы, Қазақстан,³Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы, Қазақстан*e-mail: botanaika.93@gmail.com

2025 жылғы 1-10 маусымдағы Форбуш-эффект: нейтронды монитор мен ғарыштық бақылаулар деректері бойынша кешенді талдау

Жұмыста 2025 жылғы 1-10 маусым аралығында ААТВ нейтронды мониторда (Алматы, Қазақстан, теңіз деңгейінен 3340 м биіктікте, геомагниттік қатандығы $R = 5.9$ ГВ) тіркелген оқиғаны талдау ұсынылған. Нейтронды монитор тіркеген ғарыштық сәулелердің қарқындылығының төмендеу амплитудасы шамамен 12% құрады, бұл оқиғаны үлкен Форбуш-эффектісі қатарына жатқызуға мүмкіндік береді. Қарқындылықтың төмендеуінің себепшісі AR 14100 белсенді аймағы болды, онда (2025 ж. 30-31 мамыр) M3.4 және M8.1 Күн жарқылдары тіркелді, олар 1700 км/с дейінгі жылдамдықпен гало-СМЕ тәждік масса шығарындыларымен (ТМШ) жүрді. Нейтрондық монитор деректерін планетааралық параметрлерге сәйкестендіру 05:45 UT 1 маусымдағы планетааралық соққы толқынын, ұйытқыған тығыздалған плазма аймағын және 01:10 UT 2 маусымдағы тәждік масса шығарындылары аймағын қамтитын классикалық планетааралық ТМШ құрылымын көрсетті. Оқиға 2 маусымда шыңына жеткен күшті геомагниттік дауылдың дамуымен қатар

жүрді. Нәтижелер Күн белсенділігі, планетааралық ТМШ динамикасы және ГСГ галактикалық ғарыштық сәулелер ағындарының модуляциясы арасындағы тығыз байланысты көрсетеді, бұл ғарыштық ауа-райын диагностикалау мен болжаудың кешенді тәсілінің маңыздылығын көрсетеді.

Түйін сөздер: Форбуш-эффект, ғарыштық сәулелер, планетааралық ауытқу.

B.B. Seifullina^{1,2*}, O.N. Kryakunova^{1,2}, O.A. Kalikulov², R.Ye. Koichubayev^{1,3}

¹Institute of Ionosphere, Almaty, Kazakhstan

²RSE Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstan

³Satbayev University, Almaty, Kazakhstan

*e-mail: botanaika.93@gmail.com

Forbush decrease on June 1-10, 2025: A comprehensive analysis based on neutron monitor and space observations

The study presents an analysis of the event recorded on 1–10 June 2025 by the AATB neutron monitor (Almaty, Kazakhstan, 3340 m a. s. l., geomagnetic cutoff rigidity $R = 5.9$ GV). The amplitude of the cosmic ray intensity decrease registered by the neutron monitor was about 12%, which classifies the event as a major Forbush decrease. The source of the disturbances was active region AR 14100, where a series of M3.4 and M8.1 flares (30–31 May 2025) occurred, accompanied by fast halo-type coronal mass ejections (CMEs) with velocities reaching up to 1700 km/s. A comparison of neutron monitor data with interplanetary parameters revealed the classical structure of an interplanetary CME, including an interplanetary shock observed on 1 June at 05:45 UT, a disturbed sheath region, and the CME ejecta extending until 2 June at 01:10 UT. The event was accompanied by the development of a strong geomagnetic storm, peaking on 2 June. The results demonstrate a close relationship between solar activity, the dynamics of interplanetary CMEs, and the modulation of galactic cosmic ray (GCR) fluxes, which points out the importance of an integrated approach to space weather diagnostics and forecasting.

Key words: Forbush decrease, cosmic rays, interplanetary disturbance.

Введение

Форбуш-эффекты (ФЭ) представляют собой изменения интенсивности космических лучей в крупномасштабных возмущениях солнечного ветра. Корональные выбросы массы (СМЕ), инициированные солнечными вспышками, представляют собой одни из наиболее энергетически мощных проявлений солнечной активности. Эти явления связаны с выбросом плазмы из короны Солнца в межпланетное пространство. СМЕ играют ключевую роль в процессе формирования больших ФЭ, так как, чаще всего, сопровождаются межпланетными ударными волнами, ускорением энергичных частиц и изменением структуры межпланетного магнитного поля [1-2].

Для КВМ характерны повышенная плотность и напряжённость магнитного поля, а также широкий диапазон скоростей распространения от сотен до нескольких тысяч километров в секунду. Пространственные масштабы выбросов могут охватывать значительную часть солнечного диска, а их динамика обеспечивает сохранение

целостности структуры на протяжении нескольких суток в межпланетной среде [2-3].

Особый интерес представляют КВМ, сопровождающие мощные солнечные вспышки. Именно такие события наиболее часто становятся источниками сильных геомагнитных возмущений. Быстро распространяясь во внешние области гелиосферы, они достигают орбиты Земли и являются главной причиной магнитных бурь различной интенсивности [3].

Одним из наиболее наглядных проявлений взаимодействия КВМ и ударных волн с околоземным пространством являются ФЭ. Эти эффекты возникают в результате модуляции потоков космических лучей межпланетными возмущениями, связанными с КВМ и другими солнечными источниками возмущений, распространяющимися в межпланетном пространстве.

Изучение ФЭ имеет большое значение. Анализ динамики, амплитуды и временной структуры ФЭ позволяет уточнять модельные

представления о взаимодействии межпланетных магнитных структур с галактическими космическими лучами, а также выявлять связь между солнечными и геофизическими процессами.

Наибольший интерес представляют ФЭ, сопровождающие мощные вспышки и быстрые КВМ, так как именно они формируют целостную картину эволюции солнечно-земных связей от источников на Солнце до проявлений в околоземной среде [3-10]. Наиболее развернутое определение ФЭ дано в работе Белова [11], где под ними понимается изменение плотности и анизотропии космических лучей в условиях крупномасштабных возмущений солнечного ветра. При этом межпланетные возмущения могут носить как спорадический, так и рекуррентный характер [11-13].

Настоящая работа посвящена анализу ФЭ, зарегистрированного 1-10 июня 2025 г. по данным нейтронного монитора ААТВ (Алматы, Казахстан, 3340 м над уровнем моря, жесткость геомагнитного обрезания $R = 5.9$ ГВ). В исследовании рассматриваются резкое понижение интенсивности космических лучей, солнечные источники и межпланетные возмущения, которые привели к такому большому ФЭ, а также связь данного события с изменением геомагнитной активности. ФЭ, возникающие под влиянием возмущений от различных солнечных источников, отличаются по амплитуде и геоэффективности, что отражает разнообразие межпланетных возмущений и их роли в модуляции космических лучей [14].

Нейтронные мониторы являются основным инструментом для изучения вариаций галактических космических лучей (ГКЛ) и изучения ФЭ. Эти наземные детекторы регистрируют вторичные нейтроны, возникающие при взаимодействии космических лучей с атмосферой, и на протяжении нескольких десятилетий обеспечивают непрерывные наблюдения, являясь ключевым элементом глобальной сети мониторинга космических лучей (www.nmdb.eu) [15–17].

Интенсивность ГКЛ в околоземном пространстве изменяется под воздействием солнечной активности и межпланетных

возмущений. Модуляция потоков космических лучей в гелиосфере определяется совокупностью процессов, происходящих на Солнце, в межпланетной и околоземной среде. Турбулентность и неоднородности межпланетного магнитного поля ограничивают проникновение частиц, особенно в области возмущенной сжатой плазмы (sheath-области) КВМ, где коэффициент диффузии понижается, и наблюдается уменьшение интенсивности ГКЛ. Существенную роль играют конвективные процессы в солнечном ветре: при возрастании скорости солнечного ветра, во время КВМ или появления высокоскоростных потоков солнечного ветра, возрастает эффективность отклонения траекторий космических лучей наружу межпланетного возмущения. В расширяющемся солнечном ветре частицы испытывают адиабатические потери энергии, что дополнительно снижает их наблюдаемую интенсивность. Важное значение имеют и дрейфовые эффекты, зависящие от конфигурации межпланетного магнитного поля и полярности солнечного цикла [18–20].

Для исследования использовались данные о параметрах солнечного ветра и межпланетного магнитного поля, предоставленные в базе OMNI (<https://omniweb.gsfc.nasa.gov/>). Рентгеновские данные солнечного излучения использованы из базы GOES X-ray flux, предоставляемой NOAA Space Weather Prediction Center (<https://www.swpc.noaa.gov/products/goes-x-ray-flux>). Информация о геомагнитной активности (индексы Kp и Ap) получена из архива GFZ Potsdam (<ftp://ftp.gfz-potsdam.de/pub/home/obs/kp-ap/wdc>).

Анализ солнечных источников проводился на основе комплекса ресурсов: SOHO (Solar and Heliospheric Observatory, <https://soho.nascom.nasa.gov/>) и <https://kauai.ccmc.gsfc.nasa.gov/CMEscoreboard>).

Начало ФЭ определялось по внезапным возмущениям геомагнитного поля: Sudden Storm Commencement (SSC). При отсутствии таких индикаторов началом FE считались резкие изменения параметров солнечного ветра (V_{sw}), межпланетного магнитного поля (B_t), а также интенсивности ГКЛ.

Форбуш-эффект 1-10 июня 2025 г.

ФЭ, зарегистрированный 1-10 июня 2025 г. нейтронным монитором ААТВ, проявился как резкое падение интенсивности ГКЛ примерно на 12 %, с последующим восстановлением в течение

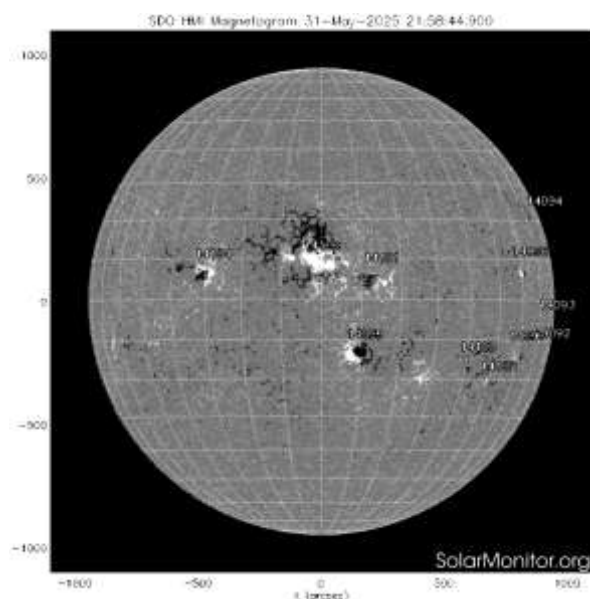
нескольких суток. Основным источником возмущений, приведших к ФЭ, были корональные выбросы массы из активной области AO14100 на Солнце.

Солнечные источники события

Солнечным источником данного события являлась активная область AO14100 (N12E12). Данная область отличалась большой площадью 440 msh (millionths of the solar hemisphere) и сложной магнитной конфигурацией β - γ - δ , что указывает на запутанность разных полярностей. На рисунке 1 приведено изображение видимого солнечного диска с обозначением активных областей.

Также на рисунке 2 представлено более детальное изображение активной области AO14100. В оптическом диапазоне (HMI 6173 Å)

наблюдается группа солнечных пятен, центральная часть которой содержит несколько крупных пятен. Магнитограмма (HMI) показывает сложную β - γ - δ -конфигурацию магнитного поля, что указывает о высоком потенциале для вспышек классов M и X. В мягком рентгеновском диапазоне (Hinode/XRT) регистрируется область яркого излучения над AO14100 связанная с нагревом плазмы до высоких температур. Изображение в крайнем ультрафиолете (SWAP 174 Å) демонстрирует сложную систему магнитных петель, что говорит о высокой динамической активности данной области.



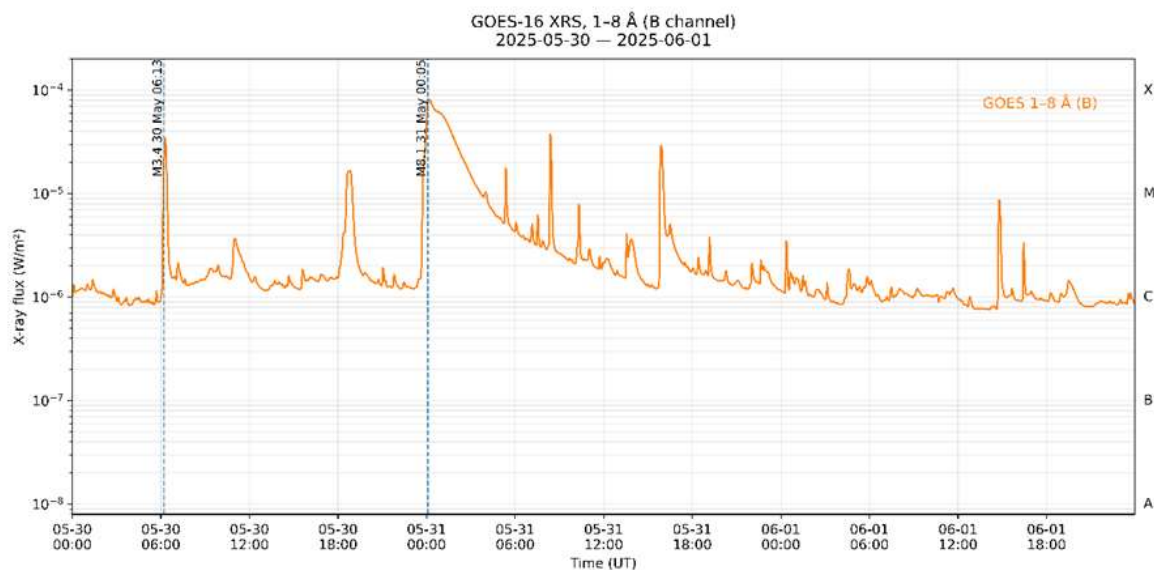


Рисунок 3 – Рентгеновское излучения Солнца по данным спутника GOES-16

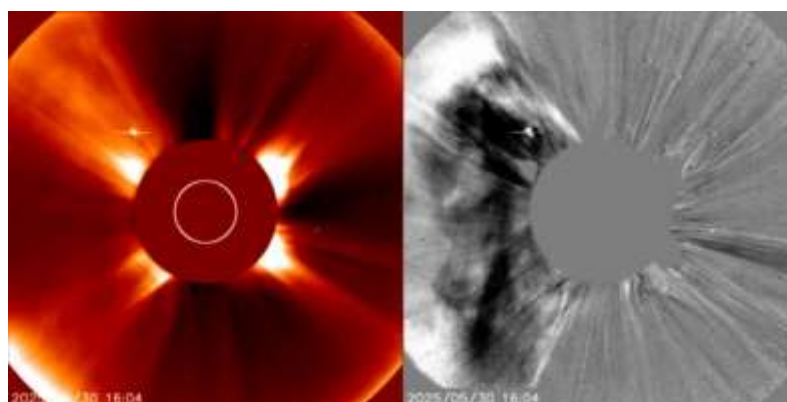


Рисунок 4 – Корональный выброс массы от вспышки M3.4 по данным SOHO/LASCO C2

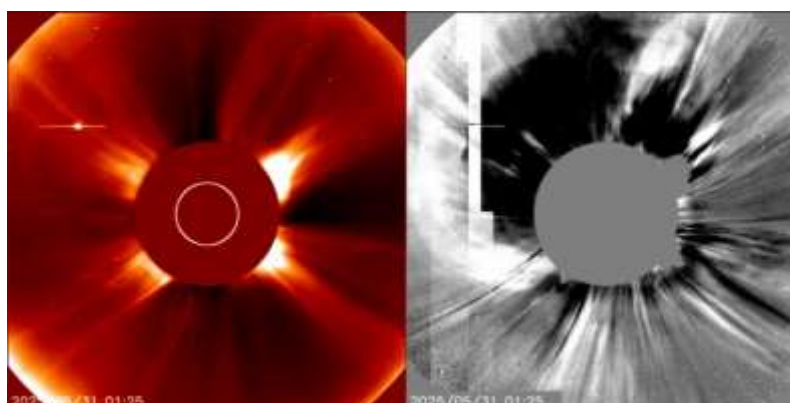


Рисунок 5 – Корональный выброс массы от вспышки M8.1 по данным SOHO/LASCO C2

Ключевые границы ICME определены по совокупности признаков. Межпланетный удар (Shock). Ударная волна фиксируется как резкий положительный скачок магнитного поля B_t и

скорости солнечного ветра V_{sw} . Для выделения момента используется 5-минутный ряд, для данного случая момент удара определён на 2025-06-01 в 05:45 UT. Переход от sheath к ejecta. После удара формируется область sheath,

характеризующаяся сильной турбулентностью магнитного поля и повышенным уровнем B_t . Переход к e_j определяется по резкому снижению турбулентности при сохранении высокой величины B_t , что образует характерный «спокойный» участок магнитного поля. Начало

e_j зафиксировано на 2025-06-01 в 23:10 UT. Окончание e_j . Завершение e_j отмечается при возвращении B_t к фоновым уровням, наблюдавшимся до события. Для этого случая конец e_j определён на 2025-06-02 в 01:10 UT (рисунок 6).

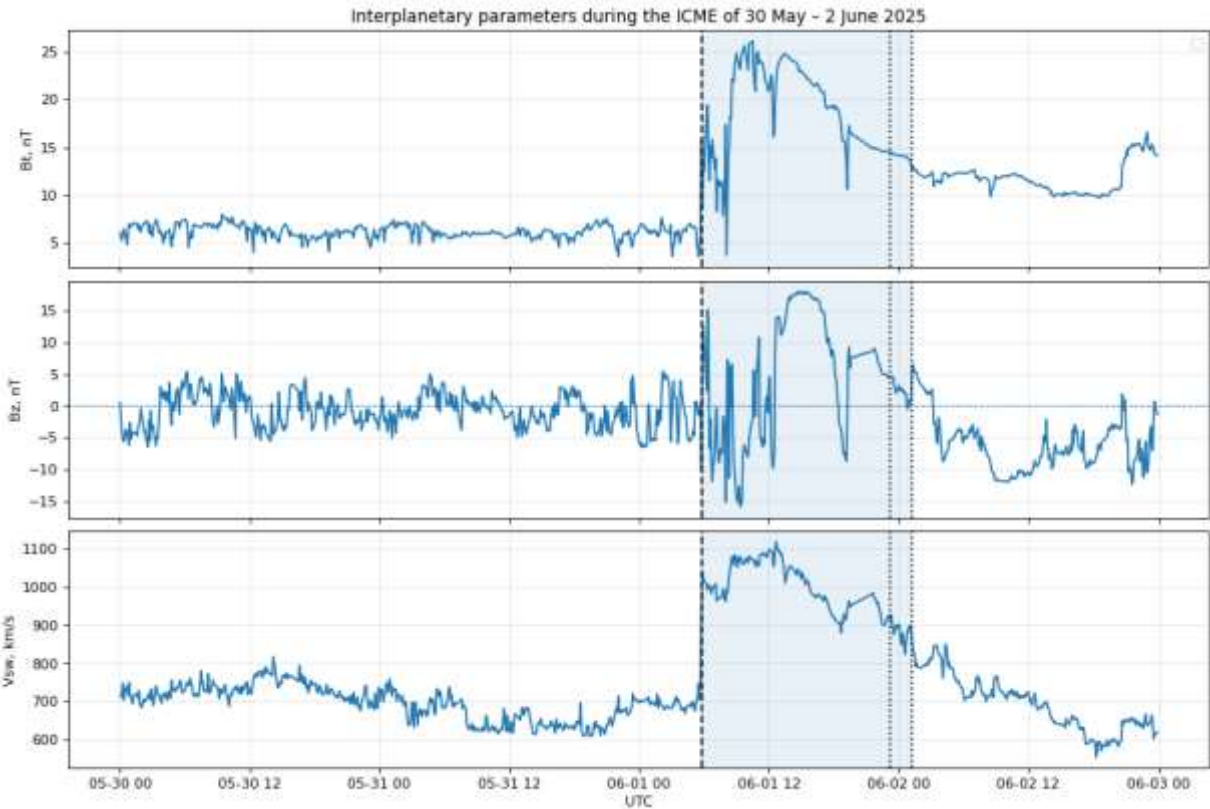


Рисунок 6 – Изменение магнитного поля и скорости солнечного ветра во время геомагнитной бури

На рисунке заливкой показаны интервалы $sheath$ и e_j . Область $sheath$ характеризуется высоким уровнем турбулентности и усиленным магнитным полем, а e_j проявляет более стабильную структуру – пониженную вариацию и

постепенное снижение. Эти признаки соответствуют классическим критериям выделения фаз межпланетного КВМ.

Полученные значения параметров приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Максимальные, минимальные и средние значения параметров ММП и солнечного ветра

Полный вектор напряжённости межпланетного магнитного поля	$B_{t_{max}} = 26.11$ нТл	$B_{t_{min}} = 3.58$ нТл	$B_{t_{mean}} = 9.82$ нТл
Z-компонента межпланетного магнитного поля	$B_{z_{max}} = 18.02$ нТл	$B_{z_{min}} = -15.93$ нТл	$B_{z_{mean}} = -1.27$ нТл
Скорость солнечного ветра	$V_{sw_{max}} = 1117.35$ км/с	$V_{sw_{min}} = 554.90$ км/с	$V_{sw_{mean}} = 746.38$ км/с

В период с 31 мая по 3 июня 2025 г. была зарегистрирована большая геомагнитная буря. 1 июня наблюдался резкий рост индекса K_p до значения 7, что соответствует сильной магнитной

буре уровня G3 (Рисунок 7). В течение 2 и 3 июня сохранялась возмущённая обстановка с отдельными периодами магнитной бури, что указывает на продолжительное воздействие

межпланетного возмущения, вызванного приходом КВМ с ударной волной. К 4 июня магнитная активность снизилась до спокойного уровня. Таким образом, событие представляет

собой продолжительную магнитную бурю, вызванную мощным КВМ из активной области AO14100, которая сопровождалась типичными проявлениями большого возмущения и ФЭ в ГКЛ.

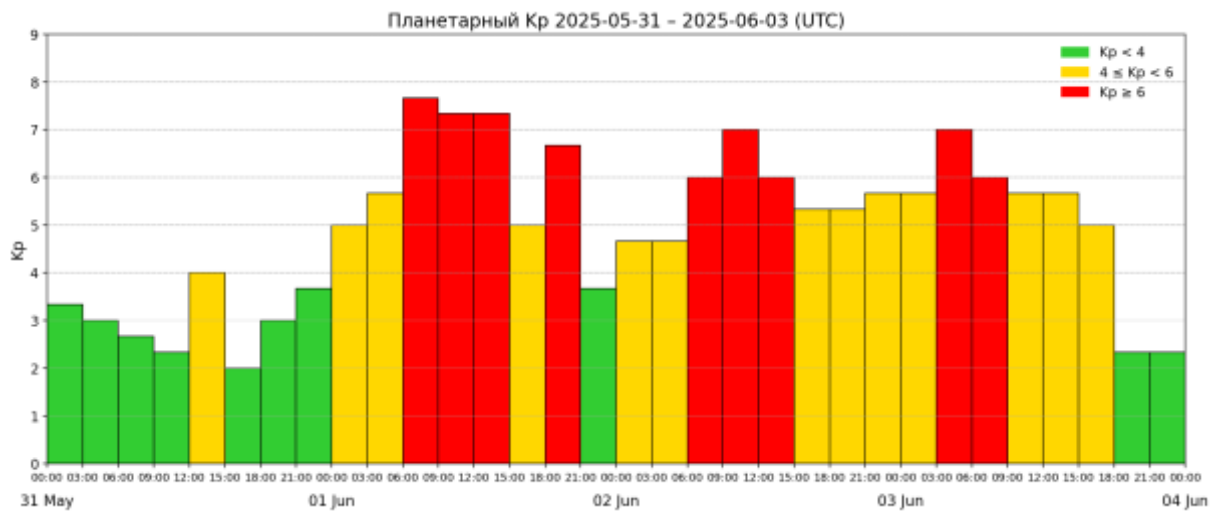


Рисунок 7 – Изменения Kp в период геомагнитной бури 31 мая - 3 июня 2025 г.

Форбуш-эффект

Интенсивность галактических космических лучей по данным нейтронного монитора ААТВ за период с 31 мая по 10 июня 2025 г. приведена на рисунке 8. В начале интервала интенсивность на фоновом уровне около +5 %. 1 июня 2025 года зафиксирован ФЭ с резким понижением –12 % относительно фона. После минимума наблюдается

постепенное восстановление интенсивности ГКЛ. Таким образом, зарегистрированное событие демонстрирует типичный ФЭ с довольно быстрой фазой понижения и последующим медленным восстановлением интенсивности ГКЛ из-за воздействия межпланетных возмущений на поток частиц космических лучей.

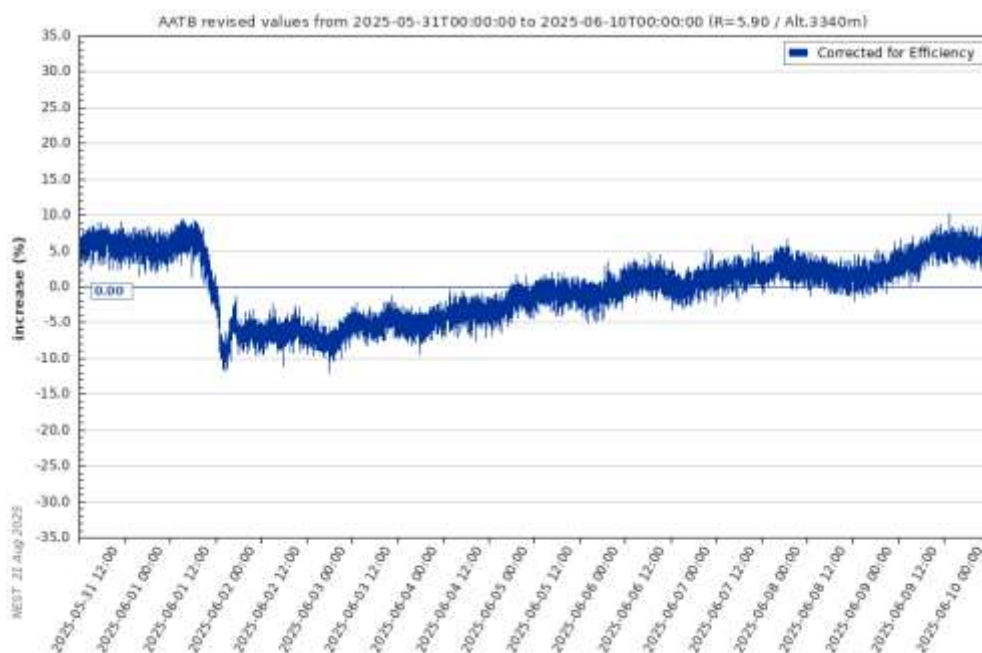


Рисунок 8 – Интенсивность космических лучей, зарегистрированная нейтронным монитором ААТВ. (Алматы, 3340 м, R = 5.9 ГВ) в период с 31 мая по 10 июня 2025 г.

Минимум ФЭ приходится на вторую половину дня 1 июня. У события классическая структура: резкое начальное понижение интенсивности и длительное восстановление. По амплитуде уменьшения интенсивности ($\sim 12\%$) данное событие можно отнести к числу больших Форбуш-эффектов. Сопоставляя по времени изменение интенсивности ГКЛ с данными OMNI, выявлена прямая связь между поведением интенсивности ГКЛ и параметрами межпланетного поля. Прибытие КВМ 31 мая 2025 г. сопровождалось скачком межпланетного магнитного поля B_t до 26 нТл и скорости солнечного ветра $V_{sw} > 1000$ км/с в 05:45 UT, что соответствует фронту ударной волны. Этот момент совпадает с началом резкого понижения ГКЛ.

В дальнейшем в интервале 1 июня 23:10 UT – 2 июня 01:10 UT, фиксировались устойчиво повышенные значения B_t , что указывает на прохождение Землёй магнитного облака (ejecta). В этот период поток ГКЛ оставался на минимальном уровне, отражая эффективность

магнитной структуры ejecta в модуляции космических лучей.

Для события ФЭ 1-10 июня 2025 г. можем наблюдать резкое падение интенсивности ГКЛ, связанное с турбулентностью sheath-области и фронтом ударной волны; глубокий минимум, обусловленный прохождением магнитного облака и медленное восстановление, которое отражает постепенную релаксацию межпланетного магнитного поля и снижение турбулентности.

Таким образом, событие 1-10 июня 2025 г. иллюстрирует классическую последовательность: солнечная вспышка + КВМ $\rightarrow$ межпланетный КВМ $\rightarrow$ ударная волна и ejecta $\rightarrow$ Форбуш-эффект в интенсивности ГКЛ. Большая амплитуда понижения $\sim 12\%$ и длительная фаза восстановления подтверждают значительную энергетику источника и важную роль КВМ в формировании больших ФЭ. Временная корреляция и межпланетные характеристики подтверждают связь КВМ с наблюдаемым ФЭ.

Заключение

ФЭ, зарегистрированный 1-10 июня 2025 г., показывает влияние КВМ на интенсивность ГКЛ, которое привело к значительной модуляции потоков частиц. Активная область AO14100 была основным солнечным источником возмущений, в которой происходила серия вспышек с последующими КВМ, что и отразилось на форме ФЭ.

Зарегистрированный ФЭ является экстремальным событием космической погоды. Ударная волна межпланетного КВМ выступает в роли экрана, ограничивающего проникновение заряженных частиц во внутрь области КВМ. Магнитное облако КВМ создаёт барьер для проникновения космических лучей внутрь области ejecta, что формирует глубокие минимумы интенсивности. Временная корреляция между межпланетными параметрами и наблюдаемыми изменениями космических лучей подтверждает связь данного выброса с зарегистрированным ФЭ.

Определение границ межпланетного КВМ играет ключевую роль в интерпретации ФЭ. Оно позволяет установить, какое именно возмущение вызвало событие, зафиксировать момент его начала, продолжительность и условия модуляции космических лучей.

Таким образом, временная корреляция и межпланетные характеристики подтверждают связь данного КВМ с зарегистрированным ФЭ 1-10 июня 2025 г.

Благодарность, конфликт интересов

Данное исследование финансировалось Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № BR21881941 «Экспериментальные и теоретические исследования в области высоких и сверхвысоких энергий для решения актуальных задач астрофизики и физики космических лучей»).

Мы благодарим базу данных NMDB (www.nmdb.eu), созданную в рамках программы FP7 Европейского союза (контракт № 213007), за предоставление данных. Авторы выражают признательность поставщикам данных о космических лучах из базы данных Neutron Monitor Database (NMDB) высокого разрешения, а также всем организациям, предоставляющим данные о Солнце, межпланетном пространстве и геомагнитном поле.

References

- 1 D.F. Webb, T.A. Howard, Coronal mass ejections: observations, *Living Reviews in Solar Physics* **9**(3) (2012). <https://doi.org/10.12942/lrsp-2012-3>
- 2 R.A. Howard, A. Vourlidas, Stenborg G. The evolution of our understanding of coronal mass ejections, *Frontiers in Astronomy and Space Sciences* **10**, 1264226 (2023) <https://doi.org/10.3389/fspas.2023.1264226>
- 3 T. Howard, Coronal mass ejections, *Astrophysics and Space Science Library* **376**. Springer, New York, NY (2011). <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8789-1>
- 4 J.A. Lockwood, Forbush decreases in the cosmic radiation, *Space Science Reviews* **12**(5), 658–715 (1971). <https://doi.org/10.1007/BF00173346>
- 5 N. Iucci, M. Parisi, M. Storini, G. Villaresi, High speed solar wind streams and galactic cosmic ray modulation, *Nuovo Cimento C* **2**(4), 421–438 (1979). <https://doi.org/10.1007/BF02558283>
- 6 N. Iucci, S. Pinter, M. Parisi, M. Storini, G. Villaresi, The longitudinal asymmetry of the interplanetary perturbation producing Forbush decreases, *Nuovo Cimento C* **9**(1), 39–50 (1986). <https://doi.org/10.1007/BF02508051>
- 7 H.V. Cane, Cosmic ray decreases and magnetic clouds, *Journal of Geophysical Research* **98** (A3), 3509–3512 (1993). <https://doi.org/10.1029/92JA02479>
- 8 H.V. Cane, Coronal mass ejections and Forbush decreases, *Space Science Reviews* **93**, 55–77 (2000). <https://doi.org/10.1023/A:1026532125747>
- 9 I.G. Richardson, H.V. Cane, Forbush decreases and related solar wind structures, In: *Solar Wind 11/SOHO 16. Proceedings* (Ed. B. Fleck et al.), ESA SP-592, Noordwijk: ESA, p. 154.1. (2005).
- 10 A.V. Belov, Forbush effects and their connection with solar, interplanetary and geomagnetic phenomena, *Universal Heliospherical Processes, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium* **257**, 439–450 (2009).
- 11 A.V. Belov, E.A. Eroshenko, V.A. Oleneva, A.B. Struminsky, V.G. Yanke, What determines the magnitude of Forbush decreases? *Advances in Space Research* **27**, 625–630 (2001). [https://doi.org/10.1016/S0273-1177\(01\)00095-3](https://doi.org/10.1016/S0273-1177(01)00095-3)
- 12 I.G. Richardson, V.M. Dvornikov, V.E. Sdobnov, H.V. Cane, Bidirectional particle flows at cosmic ray and lower (~1 MeV) energies and their association with interplanetary coronal mass ejections/ejecta, *Journal of Geophysical Research* **105**, 12579–12592 (2000).
- 13 A.A. Abunin, M.A. Abunina, A.V. Belov, E.A. Eroshenko, V.A. Oleneva, V.G. Yanke, Forbush effects with a sudden and gradual onset. *Geomagnetism and Aeronomy* **52**, 292–299 (2012). <https://doi.org/10.1134/S0016793212030024>
- 14 O. Kryakunova, B. Seifullina, M. Abunina, N. Shlyk, A. Abunin, N. Nikolayevskiy, I. Tsepakina, Forbush effects associated with disappeared solar filaments. *Atmosphere* **16**, 735 (2025). <https://doi.org/10.3390/atmos16060735>
- 15 N.O. Saduyev, O.A. Kalikulov, A.N. Sedov, Y.S. Mukhamejanov, V.V. Oskomov, S.K. Shinbulatov, N.O. Yerezhep, A.I. Zhumabayev, Sh.B. Utey, A.Y. Baktorz, Development of an automated system for the determination of the snow water equivalent and soil moisture by the neutron component of cosmic rays. *Acta Physica Polonica B* **51**(3), 887–892 (2020). <https://doi.org/10.5506/APhysPolB.51.887>
- 16 Ye.S. Mukhamejanov, O.A. Kalikulov, S.K. Shinbulatov, A.I. Zhumabayev, Sh.B. Utey, N.O. Yerezhep, A.N. Sedov, U.S. Sarsenbay, A.Y. Baktorz, N.O. Saduyev, Development of method and equipment for measuring the density of neutron flux from the reactor WWR-K, *Recent Contributions to Physics* **4**(75), 96–101 (2020). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2020.v75.i4.10>
- 17 S.K. Shinbulatov, N.O. Saduyev, O.A. Kalikulov, A.N. Sedov, V.V. Oskomov, E.S. Mukhamejanov, A.E. Baktorz, N.O. Yerezhep, Sh.B. Utey, et al., Development of a method and equipment for measuring the neutron flux from a research reactor. *Recent Contributions to Physics* **2**(85), 23–28 (2023). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2023.v85.i2.04>
- 18 M.S. Potgieter, The modulation of galactic cosmic rays in the heliosphere: theory and models. *Space Science Reviews* **83**, 147–158 (1998). <https://doi.org/10.1023/A:1005014722123>
- 19 M.S. Potgieter, U.W. Langner, Modulation of cosmic rays: perpendicular diffusion and drifts in a heliosphere with a solar wind termination shock. *Advances in Space Research* **35**(4), 554–561 (2005). <https://doi.org/10.1016/j.asr.2005.01.008>
- 20 N.E. Engelbrecht, F. Effenberger, V. Florinski, et al., Theory of cosmic ray transport in the heliosphere. *Space Science Reviews* **218**, 33 (2022). <https://doi.org/10.1007/s11214-022-00896-1>

Мақала тарихы:

Түсті – 09.09.2025

Қабылданды – 17.09.2025

Article history:

Received 9 September 2025

Accepted 17 September 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Ботакөз Булатқызы Сейфуллина** (автор-корреспондент) – докторант, Ионосфера институтының Ғарыштық ауа райын диагностикалау және болжау зертханасының аға ғылыми қызметкері, Алматы, Қазақстан; e-mail: botanaika.93@gmail.com.

2. **Ольга Николаевна Крякунова** – физика-математика ғылымдарының кандидаты, Ионосфера институтының ғарыштық ауа райын диагностикалау және болжау зертханасының бас ғылыми қызметкері, Алматы, Қазақстан; e-mail: krolganik@yandex.ru.

3. **Оразалы Абилхасимович Каликулов** – PhD, ҚР Энергетика министрлігі «Ядролық физика институты» РМК ғарыштық сәулелер физикасы зертханасының меңгерушісі, Алматы, Қазақстан; e-mail: o.kalikulov@inp.kz.

4. **Рустам Еркенович Койчубаев** – докторант, Ионосфера институтының ғарыштық ауа райының диагностикасы және болжау зертханасының инженері, Алматы, Қазақстан; e-mail: r.koichubayev02@gmail.com.

Information about authors:

1. **Botakoz Seifullina** (corresponding author) – doctoral student, Laboratory of Diagnostics and Forecasting of Space Weather, Institute of Ionosphere, Almaty, Kazakhstan, e-mail: botanaika.93@gmail.com.

2. **Olga Kryakunova** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher of the Laboratory of Space Weather Diagnostics and Forecasting of the Ionosphere Institute, Almaty, Kazakhstan, e-mail: krolganik@yandex.ru.

3. **Orazaly Kalikulov** – Head of the Laboratory of Cosmic Ray Physics, RSE "Institute of Nuclear Physics" of the Ministry of Energy of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan, e-mail: o.kalikulov@inp.kz.

4. **Rustam Koichubayev** – Engineer, Laboratory of Diagnostics and Forecasting of Space Weather, Institute of Ionosphere, Almaty, Kazakhstan, e-mail: r.koichubayev02@gmail.com.

IRSTI 29.03.77; 29.15.35; 29.05.81

<https://doi.org/10.26577/RCPh20259433>S.A. Turganova^{1,2,*} , N.O. Saduyev^{1,2} , D.Y. Myktybekov^{1,2,3} , T.L. Enik³ ,Y.S. Mukhamejanov^{1,2,3} , M.I. Pshikov² ¹Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstan²Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan³Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia*e-mail: turganova.sanira.01@gmail.com

MODELLING OF A STRAW TRACKER IN THE NA64 EXPERIMENT ON THE M2 SPS MUON BEAM IN THE GEANT4 SOFTWARE ENVIRONMENT

The NA64 experiment is aimed at searching for mediator particles that carry out the interaction between standard matter and dark matter. The main goal of the experiment is to detect Light Dark Matter (LDM) particles with masses below 1 GeV. The missing energy/momentum technique is used in the experiment, e.g. in the muon run energy of muons in the final state is expected to be 80 GeV. The NA64 experiment has a fairly extensive detector system, including several types of detectors. Straw trackers are used in both muon and electron modes of the experiment. One of the essential components of the detection system along the beamline is the straw tube detector. Straw trackers allow one to reconstruct the tracks of primary and secondary particles and subsequently estimate their momentum based on the curvature of the track. This paper presents a straw tracker model built using the Geant4 software package. Secondary radiation particles were also included in straw tube responses. The main goal of this work is to construct and analyze a straw tracker model using the GEANT4 toolkit. The research methodology is based on the use of the Monte Carlo method, which underlies the work of GEANT4. The results of the study have practical significance, consisting in the use of models for optimizing the technical and design parameters of straw trackers.

Keywords: dark matter, NA64 experiment, straw tracker, Monte-Carlo method.

С.А. Тұрғанова^{1,2,*}, Н.О. Садуев^{1,2}, Д.Е. Мықтыбеков^{1,2,3}, Т.Л. Еник³,
Е.С. Мухамеджанов^{1,2,3}, М. И. Пшиков²¹Ядролық физика институты, Алматы, Қазақстан²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан³Біріккен ядролық зерттеулер институты, Дубна, Ресей*e-mail: turganova.sanira.01@gmail.com

GEANT4 бағдарламалық ортасында M2 SPS мюон шоғырындағы NA64 экспериментінде строу трекерді модельдеу

NA64 эксперименті 160 Гэв энергетикалық мюон сәулесін және 100 Гэв энергетикалық электронды сәулені жүзеге асыратын қараңғы секторларды табуға бағытталған. Эксперименттің негізгі мақсаты — массасы 1 Гэв-тан төмен Жеңіл Қараңғы Материяның (ЖҚМ) бөлшектерін анықтау. Жетіспейтін энергия/импульс техникасы экспериментте қолданылады, мысалы, мюондарда соңғы күйдегі мюондардың энергиясы 80 Гэв болады деп күтілуде. NA64 экспериментінде детекторлардың бірнеше түрін қамтитын жеткілікті кең детекторлық жүйе бар. Строу трекерлері эксперименттің мюондық және электрондық режимдерінде қолданылады. Сәуле сызығының бойындағы трекерді тіркеу жүйесінің маңызды компоненттерінің бірі — строу-трекер. Строу трекерлері бастапқы және қосалқы бөлшектердің іздерін қайта құруға және кейін жолдың қисаюына негізделген олардың импульсін бағалауға мүмкіндік береді. Бұл құжат GEANT4 бағдарламалық пакетін пайдаланып жасалған строу трекер үлгісін ұсынады. Екінші реттік сәулелену бөлшектері строу түтіктерінің реакцияларына да енгізілді. Бұл жұмыстың негізгі мақсаты-GEANT4

құралдар жинағын қолдана отырып, строу трекерінің моделін құру және талдау. Зерттеу әдістемесі GEANT4 жұмысының негізінде Жатқан Монте-Карло әдісін қолдануға негізделген. Зерттеу нәтижелері строу трекерлердің техникалық және құрылыстық параметрлерін оңтайландыру мақсатында тұратын практикалық маңыздары бар.

Түйін сөздер: қараңғы материя, NA64 эксперименті, строу трекері, Монте-Карло әдісі.

С.А. Турганова^{1,2*}, Н.О. Садуев^{1,2}, Д.Е. Мыктыбеков^{1,2,3}, Т.Л. Еник³,
Е.С. Мухамеджанов^{1,2,3}, М.И. Пшиков²

¹Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан

²Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

³Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

*e-mail: turganova.sanira.01@gmail.com

Моделирование строу трекера в эксперименте NA64 на мюонном пучке M2 SPS в программной среде GEANT4

Эксперимент NA64 направлен на поиск темных секторов, реализующих мюонный пучок с энергией 160 ГэВ и электронный пучок с энергией 100 ГэВ. Основная цель эксперимента — обнаружение частиц Легкой Темной Материи (ЛТМ) с массами менее 1 ГэВ. В эксперименте используется метод недостающей энергии/импульса, например, для мюонного режима энергия мюонов в конечном состоянии, как ожидается, составит 80 ГэВ. Эксперимент NA64 имеет довольно обширную систему детекторов, включающую несколько типов детекторов. Строу трекары используются как в мюонном, так и в электронном режимах эксперимента. Одним из важнейших компонентов системы регистрации треков вдоль линии пучка является строу трекер. Строу трекары позволяют реконструировать треки первичных и вторичных частиц и впоследствии оценить их импульс на основе кривизны трека. В данной статье представлена модель строу трекера, созданная с использованием программного пакета GEANT4. Вторичные частицы также были включены в отклики строу трубок. Основная цель этой работы — построить и проанализировать модель строу трекера с использованием инструментария GEANT4. Методология исследования основана на использовании метода Монте-Карло, лежащего в основе работы GEANT4. Результаты исследования имеют практическое значение, заключающееся в использовании моделей для оптимизации технических и конструктивных параметров строу.

Ключевые слова: темная материя, эксперимент NA64, строу трекары, метод Монте Карло.

Introduction

One of the main candidates for the role of the "theory of everything" is the Standard Model (SM). It provides some description of the Universe, has good evidential grounds, and most scientists are inclined to use it. However, despite its obvious popularity, the Standard Model has a number of shortcomings, including the lack of a description of gravitational interaction, CP invariance violation, neutrino oscillations, baryon asymmetry, anomalous magnetic moment of the muon, etc. The available cosmological data [1-3] allow us to assume the existence of a new type of matter - dark matter (DM). In most models, dark matter particles interact with SM particles either gravitationally or through special mediator particles. Today, the hypothesis that DM is a thermal relic that existed in thermodynamic equilibrium with ordinary

matter at the initial stages of the origin of the world has become popular. This formulation allows for the existence of the so-called dark sector (DS) - an analogue of ordinary matter, light in the same lower hierarchy of particles. Then the interaction of the particles of the DS and baryonic matter will have a non-gravitational character, consistent with weak interactions [4], and the particles are called WIMPs (Weakly Interacting Massive Particles).

Launched in 2016 at CERN, the NA64 experiment is dedicated to searching for the so-called dark photon, as well as the Z'-boson associated with L_μ - L_τ model, the particles that mediate the interaction of DM and SM. The experiment is based on the idea of the production of a dark photon A' during the interaction of high-energy electrons or muons with an

active target, similar to the formation of bremsstrahlung. Initially, the experiment was carried out on the electron beam of the H4 channel at the SPS, but later it was modified to search for DS particles that weakly interact with second-generation leptons, using the muon beam of the M2 channel. As part of the experiment, the search for the missing energy as a result of the scattering of leptons on target nuclei is carried out. Thus, the experiment on the electron beam was called NA64e, and on the muon beam - NA64 μ . The muon mode of the NA64 experiment is aimed at searching for the Z' boson, which is produced as a result of scattering of muons on target nuclei. Subsequently, Z' decays either into a pair of neutrinos $\nu\bar{\nu}$, or into a pair of particles DS with a smaller mass $\chi\bar{\chi}$. Thus, part of the energy is carried away by the Z' -boson or its decay products, and does not reach the detector, but the detectors measure the residual energy of the scattered muon. The detector system of the experiment includes the following types of detectors: MicroMegas detectors, gas electron multipliers, scintillation hodoscopes, BMS, and straw

trackers. We will consider the latter in this article. More details about the design and operating principle of the remaining detectors are described in [5-8].

Methodology for searching for Dark Matter particles in the NA64 μ experiment

The experiment is located in the M2 beamline of the Super Proton Synchrotron (SPS). The launch of this modification of the NA64 experiment was motivated by the so-called anomalous magnetic moment of the muon [9], more details about the anomalous magnetic moment of the muon are described in [10, 11, 12]. The goal of the NA64 μ experiment is to search for light dark matter with a mass less than 1 GeV. The experiment is based on the missing energy/momentum method, which consists of measuring the beam energy before and after the collision with the target and observing the violation of the energy conservation law. A schematic representation of the experimental setup is shown in Figure 1.

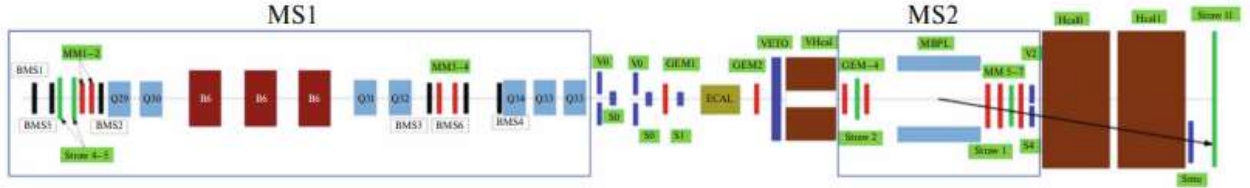


Figure 1 – Experimental setup of NA64 μ . The target is ECAL. The detector systems before and after the target are designated as MS1 and MS2.

The muon beam is obtained at SPS by accelerating protons to energies of ~ 450 GeV with subsequent collision with a beryllium target. The pions and kaons resulting from the collision decay, forming muons, which are sent to the so-called "sorting" by energy, the focusing-defocusing system (FODO). In this way, a muon beam with an energy of 160 ± 3 GeV is obtained [13], and its moment is recorded. Then the beam is directed to the target, which is a shashlik-type calorimeter. It is a structure of 150 lead-scintillator layers. Inside the target, events occur according to 2 scenarios: in the standard case, as a result of scattering, muon bremsstrahlung appears

$$\mu + Z \rightarrow \mu + Z + \gamma, \quad (1)$$

Materials and methods of research

Straw trackers

Straw trackers are used throughout the experimental setup and are an integral part of it. They are a system of thin-walled tubes glued together. Straw

in a non-standard case, it will not be a photon that is born, but a dark boson Z' , which will subsequently decay into a pair of Standard Model particles or a pair of Dark Sector particles

$$\mu + Z \rightarrow \mu + Z + Z', Z \rightarrow \nu\bar{\nu}, \chi\bar{\chi}, \quad (2)$$

ECAL detects the energy of muons and secondary particles, then the momentum and energy of the muons are measured in the track detectors, magnetic spectrometer and HCAL. In the standard case, the total energy of muons and secondary particles will be about 160 GeV, but in the signature case, the output will be observed to be muon energy of about 80 GeV [14] and no detection of secondary particles - this will mean that part of the initial energy $(1 - f)E_0$ is carried away by an invisible particle.

trackers are essentially proportional drift counters. Their peculiarity lies in the small amount of material, i.e. it is essentially invisible to the high-energy muon beam. In the context of the NA64 experiment, it is

important that muons do not lose energy when passing through the tracker system. Due to their thin walls, straw trackers ensure that there is no energy loss. Straw trackers are widely used in modern high-energy experiments: ATLAS [15], Muon g-2 [16], LHCb [18], etc. As mentioned earlier, straw trackers are proportional counters, and they have a typical proportional counter design. The detector is a hollow cylinder, the length of which is much greater than the base radius. The walls of the cylinder act as a cathode, and a thin wire in the center of the cylinder serves as an anode. A potential difference arises between the electrodes, and the field is stronger near the anode. The working volume of the detector contains gas, in this case, a mixture of Ar (80%) + CO₂ (20%) gases [18]. A charged particle, passing through the sensitive volume of the detector, excites and ionizes gas atoms. The resulting ions and electrons drift toward the electrodes. Separate sections fastened together form a straw tracker.

The tracks, the so-called "traces" of the particle's passage, are reconstructed by measuring the time of flight of electrons and ions from the ionization point to the electrodes. When approaching the anode, an avalanche of electrons occurs due to the action of a strong electric field, and depending on the voltage and gas composition, the number of electrons drifting to the anode can reach 10⁴-10⁵ [19]. The resulting signal, passing through a preamplifier, is fed to a time digital converter for subsequent processing.

The NA64 μ experiment uses two types of straw trackers: small chambers consisting of two substations of 64 tubes glued together in two rows, and a large chamber. In the small trackers, the substations are rotated by 90° relative to each other and have linear dimensions of 20 × 20 cm. Large substations are rotated by $\pm 7^\circ$ relative to the beam axis and have dimensions of 120 × 60 cm [18, 20]. Each tube is made of two layers of Kapton, either glued or ultrasonically welded, with a thin layer of aluminum deposited on the outer Kapton layer. A tungsten wire with a diameter of 30 μ m serves as an anode. A schematic of the straw tube is shown in Figures 2 and 3.

Using GEANT4 tools for modeling straw trackers

The main tool in this work is the GEANT4 software environment. GEANT4 (GEometry AND Tracking) was created by the eponymous collaboration at CERN mainly to study the interaction of particles with matter. It can be used to simulate processes occurring in a wide energy range - from eV to PeV [21]. Thanks to the toolkit, it is possible to build the geometry of not only the detector, but also the entire experimental setup, as well as set the

characteristics of materials, physical processes, etc. GEANT4 was written in C++, and compared to its previous generations, it is a pioneer in the use of object-oriented programming. The software environment is based on the Monte Carlo method [22], since modeling the behavior of particles often requires averaging multiple cases of interaction, a set of so-called statistics. The choice of this software package in the framework of the work was motivated by the fact that all previous simulations carried out by the NA64 experiment team were written using GEANT4.

In this study, the FTFP_BERT class was used to describe physical processes, allowing one to specify the particle type, physical models, and cross sections of the processes occurring [23].

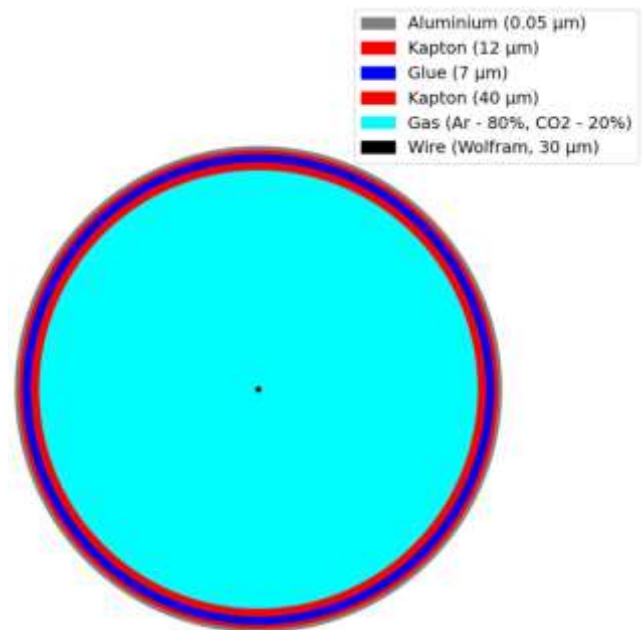


Figure 2 – Schematic representation of the cross-section of a straw tube.

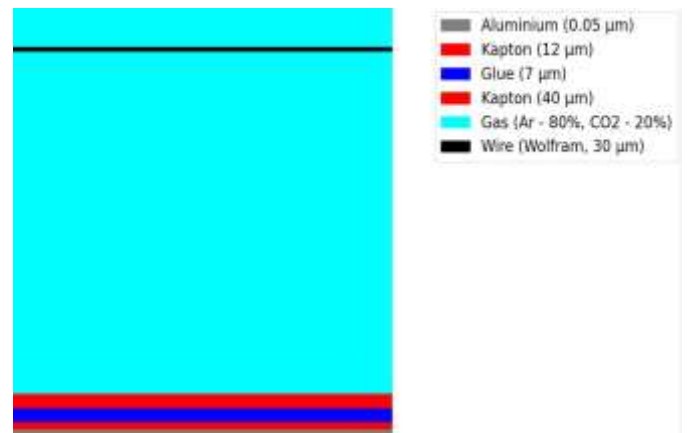


Figure 3 – Schematic representation of the longitudinal section of a straw tube.

This class was chosen because it describes well the interaction components at high energies — hadronic and electromagnetic. In this work in order to create a straw tracker model one straw tube was simulated, then its copies were created using the G4PVReplica class. A lead box simulating an

Results and discussion

As a result, 3D models of straw trackers were obtained, shown in Figures 4 and 5. A beam of 10.000 particles was also launched and tracks of the beam and its reaction products with the calorimeter were obtained (Figure 6).

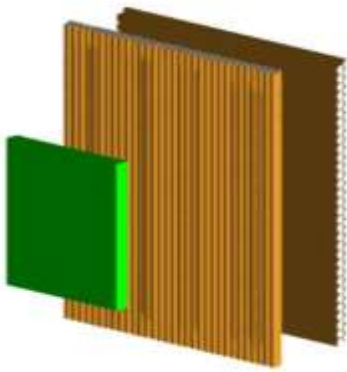


Figure 4 – Model of a small straw chamber 20×20 cm. The lead box simulating an electromagnetic calorimeter is shown in green.

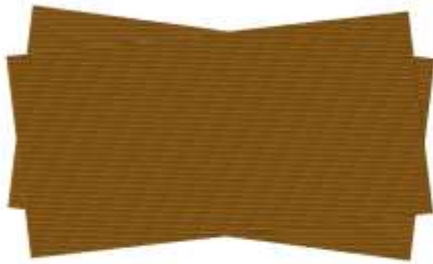


Figure 5 – Model of a large straw chamber. The planes of the substations are inclined by $\pm 7^\circ$.

As a result of the beam-target interaction, as expected in the experiment, part of the energy was carried away by the reaction products. In this regard, an energy spectrum was obtained (Figure 7), in which two peaks corresponding to muons and the electromagnetic component of the particles formed are clearly visible. The spectrum and tracks show that the energy is carried away mainly by gamma rays and electrons.

The experiment assumes a deviation of the beam trajectory due to the scattering of muons on target

electromagnetic calorimeter was also created. The simulation results were presented as one-dimensional and two-dimensional histograms using ROOT [24] and Matplotlib libraries [25].

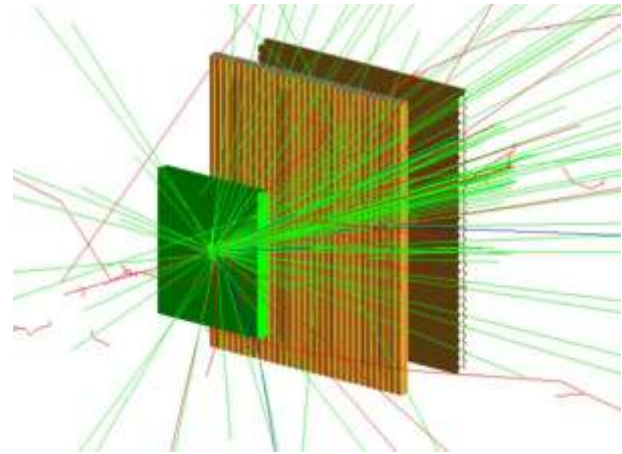


Figure 6 – Beam and secondary particle tracks. Negatively charged particles are shown in red, positively charged particles in blue, and gamma rays in green.

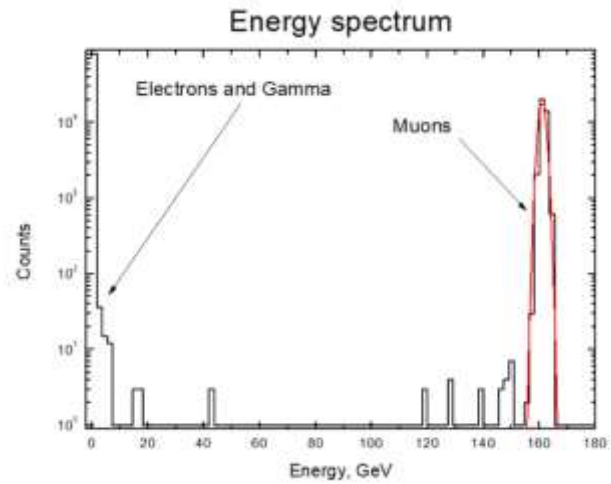


Figure 7 – Energy spectrum of the beam and secondary particles.

The halo around the beam is due to the absence of trigger system which includes scintillation detectors and veto-counters.

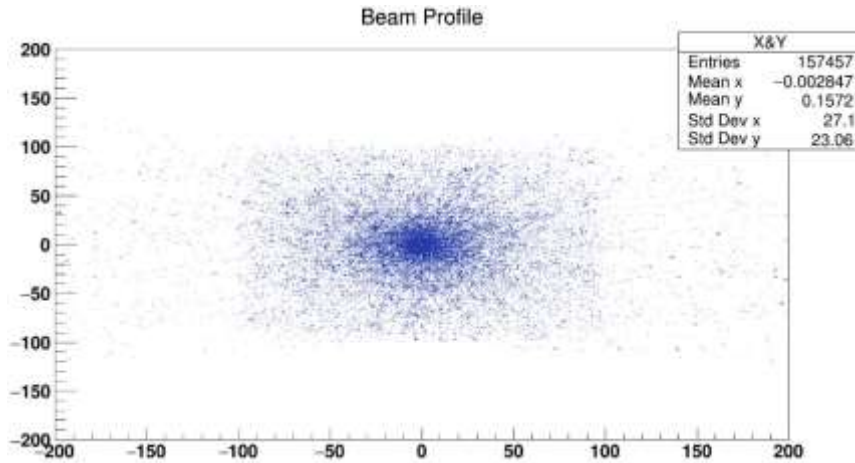


Figure 8 – Beam profile on a small straw chamber, labeled XY.

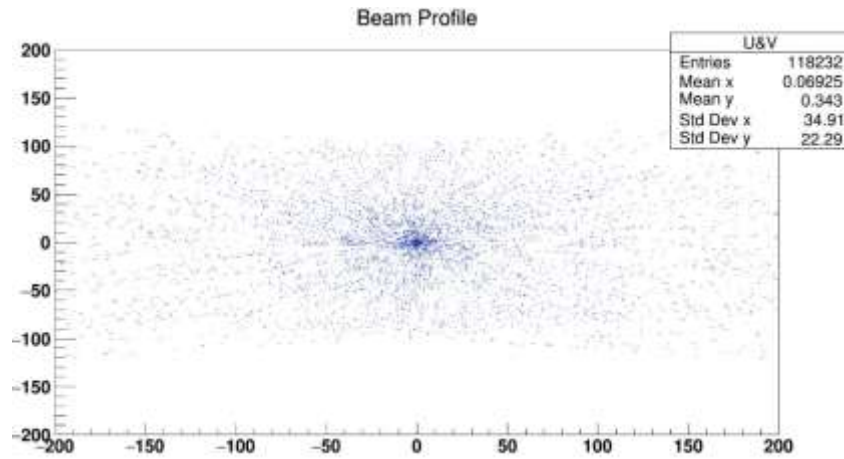


Figure 9 – Scattered beam profile from a large straw chamber labeled UV.

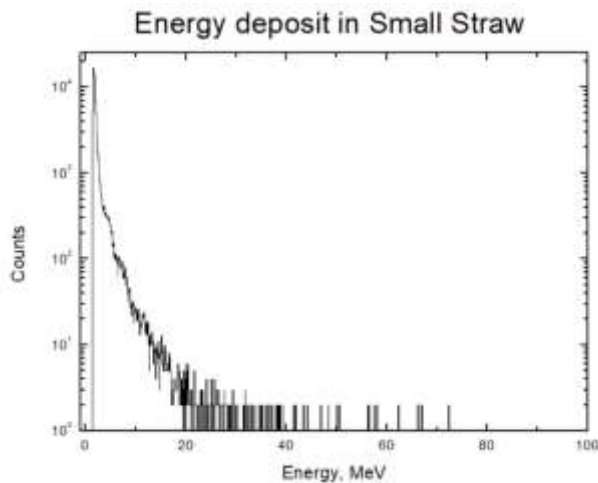


Figure 10 – Energy deposit distribution in small straw.

The energy loss distribution in the detector was obtained, shown in Figure 10. This behavior of the distribution is typical for the case of interaction of high-energy muons with matter. It is also evident from the distribution that the beam does not experience any abnormal energy losses. This means that the models are in fairly good agreement with each other and with theoretical expectations.

The distribution shows that 160 GeV muons lose ~ 1.65 MeV of energy when passing through the detector. This agrees well with the theoretical value of 1.79 MeV, calculated using the Bethe-Bloch formula.

The track length distribution in one of the straw chambers was also obtained and is shown in Figure 11. A large peak at 11.75 mm is clearly visible, which corresponds to high-energy muons that hit the straw perpendicularly. And longer tracks correspond to scattered muons and electrons that hit at some angle.

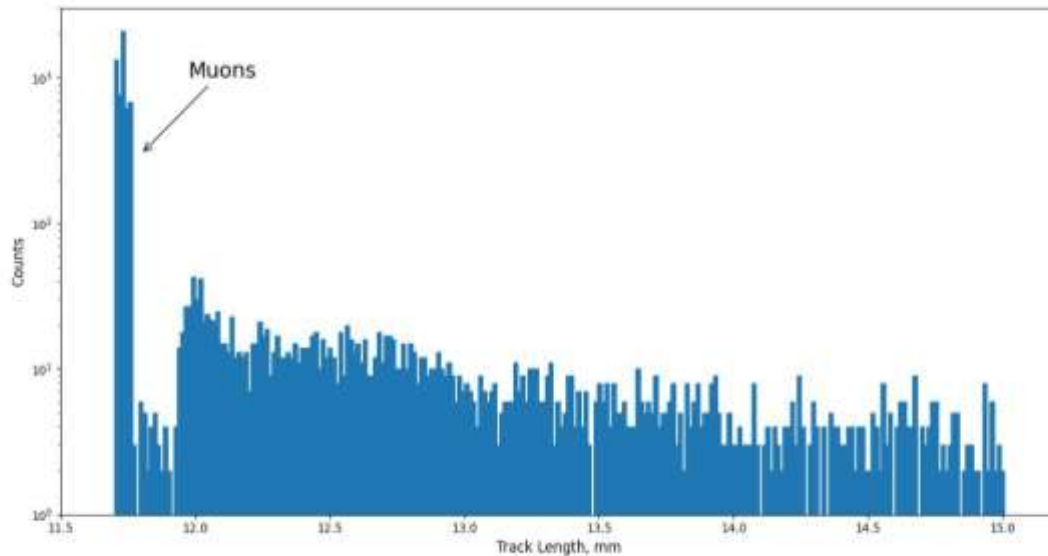


Figure 11 – Track length distribution.

Conclusion

In this study, three-dimensional models of small and large straw trackers were constructed, and particle tracks, their energy spectrum, beam profiles from two stations were obtained. Despite the halo of secondary particles, the obtained beam profiles show its good centralization. The energy spectrum demonstrates the absence of anomalous energy losses, which is consistent with the classical scenario of interaction of muons with matter. An energy loss assessment was performed and found to be consistent with the theoretical value obtained using the Bethe-Bloch formula for the given gas mixture. Using the GEANT4 and ROOT instruments, a distribution of

track lengths in the range of 10-15 mm was obtained. The obtained data can be useful for analyzing background processes in the experiment. The results of the study will help in the further development of modifications and improvements to straw trackers, which are widely used in particle physics and high-energy physics.

Acknowledgments

This research was funded by the Committee of Science of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan Grant No. IRN BR21881941.

References

- 1 F. Zwicky, On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae In A Source Book in Astronomy and Astrophysics, 1900–1975, (Harvard University Press, 1979), pp. 729-737. <https://doi.org/10.4159/harvard.9780674366688.c115>
- 2 M. Persic, P. Salucci, and Stel F., The universal rotation curve of spiral galaxies—I. The dark matter connection, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society **281**(1), 27-47 (1996). <https://doi.org/10.1093/mnras/278.1.27>
- 3 D. Clowe, M. Bradač, A.H. Gonzalez, M. Markevitch, S.W. Randall, C. Jones, and D. Zaritsky, A direct empirical proof of the existence of dark matter, The Astrophysical Journal **648**(2), L109 (2006). <https://doi.org/10.1086/508162>
- 4 S.N. Gninenko, N.V. Krasnikov, and V.A. Matveev, Search for light dark matter in the NA64 experiment, Physics-Uspekhi **64**(12), 1286 (2021). <https://doi.org/10.3367/UFNe.2021.09.039066>
- 5 D. Banerjee, Resistive multiplexed micromegas detectors to search for dark sector physics and test the weak equivalence principle for anti-matter at CERN, Doctoral dissertation, ETH Zurich (2017). <https://doi.org/10.3929/ethz-b-000231250>
- 6 F. Sauli, The gas electron multiplier (GEM): Operating principles and applications, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment **805**, 2-24 (2016). <https://doi.org/10.1016/j.nima.2015.07.060>

- 7 O.C. Allkofer, J.J. Aubert, G. Bassompierre, K.H. Becks, Y. Bertsch, C. Besson (European Muon Collaboration), A large magnetic spectrometer system for high-energy muon physics, *Nuclear Instruments and Methods* **179**(3), 445-466 (1981). [https://doi.org/10.1016/0029-554X\(81\)90169-5](https://doi.org/10.1016/0029-554X(81)90169-5)
- 8 P. Abbon, et al. The COMPASS experiment at CERN, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **577**(3), 455-518 (2007). <https://doi.org/10.1016/j.nima.2007.03.026>
- 9 S. Gninenko, Proposal for an experiment to search for dark sector particles weakly coupled to muon at the SPS. – 2019. – №. CERN-SPSC-2019-002. (2019). <https://doi.org/10.17181/CERN.LEK5.O4J3>
- 10 A. Keshavarzi, K.S. Khaw, T., and Yoshioka, Muon g-2: A review, *Nuclear Physics B* **975**, 115675 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2022.115675>
- 11 M. Takeuchi, S. Iguro, T. Kitahara, and M.S. Lang, Current status of the muon g-2 interpretations within two-Higgs-doublet models, *Physical Review D* **108**(11), 115012 (2023). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.108.115012>
- 12 G. Arcadi, L. Calibbi, M. Fedele, F. and Mescia, Muon g-2 and B Anomalies from Dark Matter, *Physical review letters* **127**(6), 061802 (2021). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.061802>
- 13 Y.M. Andreev, D. Banerjee, B.B. Oberhauser, J. Bernhard, P. Bisio, N. Charitonidis (NA64 Collaboration), Shedding light on dark sectors with high-energy muons at the NA64 experiment at the CERN SPS, *Physical Review D* **110**(11), 112015 (2024). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.112015>
- 14 Y.M. Andreev, et al. Exploration of the Muon g-2 and Light Dark Matter explanations in NA64 with the CERN SPS high energy muon beam, arXiv preprint arXiv:2401.01708 (2024). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.01708>
- 15 A. Vogel, and ATLAS Collaboration, ATLAS Transition Radiation Tracker (TRT): Straw tube gaseous detectors at high rates, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **732**, 277-280 (2013). <https://doi.org/10.1016/j.nima.2013.07.020>
- 16 B.T. King, et al. The straw tracking detector for the Fermilab Muon g-2 Experiment, *Journal of Instrumentation* **17**(02), P02035 (2022). <https://doi.org/10.1088/1748-0221/17/02/P02035>
- 17 S. Bachmann, and LHCb OT collaboration. Performance of the LHCb outer tracker in run-I and run-II of the LHC, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **1069**, 169746 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.nima.2024.169746>
- 18 V.Y. Volkov, et al. Straw chambers for the NA64 experiment, *Physics of Particles and Nuclei Letters*, **16**, 847-858 (2019). <https://doi.org/10.1134/S1547477119060554>
- 19 W. Erni, et al. Technical design report for the P ANDA (Anti Proton ANnihilations at DArmstadt) Straw Tube Tracker: Strong interaction studies with antiprotons, *The European Physical Journal A* **49**, 1-104 (2013). <https://doi.org/10.1140/epja/i2013-13025-8>
- 20 S. Gertsenberger, Simulation of the Straw Detector in the NA64 Experiment for the Muon Run, *Physics of Particles and Nuclei Letters* **20**(6), 1492-1495 (2023). <https://doi.org/10.1134/S1547477123060158>
- 21 S. Agostinelli, et al. GEANT4—a simulation toolkit, *Nuclear instruments and methods in physics research section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **506**(3), 250-303 (2003). [https://doi.org/10.1016/S0168-9002\(03\)01368-8](https://doi.org/10.1016/S0168-9002(03)01368-8)
- 22 T. Basaglia, et al. Geant4: A game changer in high energy physics and related applicative fields, *Future Generation Computer Systems* **159**, 411-422 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.future.2024.05.042>
- 23 J. Allison, et al. Recent developments in Geant4, *Nuclear instruments and methods in physics research section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **835**, 186-225 (2016). <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.125>
- 24 I. Antcheva, et al. ROOT—A C++ framework for petabyte data storage, statistical analysis and visualization, *Computer Physics Communications* **180**(12), 2499-2512 (2009). <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2009.08.005>
- 25 A.H. Sial, S.Y.S. Rashdi, and A.H. Khan, Comparative analysis of data visualization libraries Matplotlib and Seaborn in Python, *International Journal* **10**(1), 277-281 (2021). <https://doi.org/10.30534/ijatcse/2021/391012021>

Мақала тарихы:

Түсті – 17.05.2025

Қабылданды – 20.08.2025

Article history:

Received 17 May 2025

Accepted 20 August 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Санира Тұрғанова** (автор-корреспондент) – Ядролық физика институтының кіші ғылыми қызметкері, Алматы, Қазақстан; Өл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан; e-mail: turganova.sanira.01@gmail.com

Information about authors:

1. **Sanira Turganova** (corresponding author) – Junior Researcher, Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstan; Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; e-mail: turganova.sanira.01@gmail.com

2. **Нұржан Садуев** – PhD, Ядролық физика ғылыми-зерттеу институты директорының орынбасары, Алматы, Қазақстан; әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан; e-mail: n.sadyev@inp.kz

3. **Демежан Мықтыбеков** – Ядролық физика институтының ғылыми қызметкері, Алматы, Қазақстан, Біріккен ядролық зерттеулер институтының кіші ғылыми қызметкері, Дубна, Ресей; e-mail: demezhan04@mail.ru

4. **Темір Енік** – ғылым кандидаты, аға ғылыми қызметкер, Біріккен ядролық зерттеулер институты, Дубна, Ресей; e-mail: temur.enik@cern.ch

5. **Ержан Мухамеджанов** - PhD, Ядролық физика институтының аға ғылыми қызметкері, Алматы, Қазақстан, Біріккен ядролық зерттеулер институтының кіші ғылыми қызметкері, Дубна, Ресей; әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан; e-mail: y.mukhamejanov@gmail.com

6. **Мұстахим Пшиков** - физика-математика ғылымдарының кандидаты, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан; e-mail: mustakhim64@gmail.com

2. **Nurzhan Sadyev** – PhD, Deputy Director for Research Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstan; Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; e-mail: n.sadyev@inp.kz

3. **Demezhan Myktybekov** – Researcher, Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstan, Junior Researcher, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia; e-mail: demezhan04@mail.ru

4. **Temur Enik** – Candidate of Science, Senior Researcher, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia; e-mail: temur.enik@cern.ch

5. **Yerzhan Mukhamejanov** – PhD, Senior Researcher, Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstan, Junior Researcher, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia; Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; e-mail: y.mukhamejanov@gmail.com

6. **Mustakhim Pshikov** – Candidate of Science, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan; e-mail: mustakhim64@gmail.com

МРНТИ 29.15.53

<https://doi.org/10.26577/RCPh20259434>Д.М. Секен^{1,2*}, А.С. Сураев¹, Р.А. Иркимбеков¹, О.М. Жанболатов¹,Г.А. Витюк¹, Н.Е. Мухамедов¹, В.А. Витюк¹¹Национальный ядерный центр Республики Казахстан, Курчатов, Казахстан²НАО «Университет Шакарима», Семей, Казахстан*e-mail: seken@nnc.kz

РАСЧЕТ ВЫГОРАНИЯ ТОПЛИВА В РЕАКТОРНОЙ УСТАНОВКЕ ВВЭР-1000

Реактор ВВЭР (водо-водяной энергетический реактор) относится к типу PWR (реактор с водой под давлением), который широко применяется в мировой атомной энергетике благодаря своей надежности и высоким эксплуатационным характеристикам. В данном исследовании используется компьютерный код MCNP6 для разработки нейтронно-физической модели активной зоны реактора ВВЭР-1000 и проведения расчетов. Основной задачей исследования является воспроизведение ключевых характеристик реактора с высокой степенью точности. Проведены расчеты коэффициента размножения нейтронов и процесса выгорания топлива в активной зоне реактора. Особое внимание уделено расчетам выгорания с учетом реального профиля мощности во время первого топливного цикла. На основе расчетов определены изменения атомной концентрации ^{235}U и ^{238}U в различных зонах активной области. Также исследована динамика концентрации изотопов плутония, ксенона и самария для топливной сборки, что дает возможность оценить их влияние на нейтронно-физические характеристики реактора. Выполнено сравнение полученных результатов с расчетными и экспериментальными данными из литературных источников, что подтверждает их достоверность.

Ключевые слова: нейтронно-физическая модель, выгорание ядерного топлива, ВВЭР-1000, ТБС, активная зона, MCNP, СУЗ.

Д.М. Секен^{1,2*}, А.С. Сураев¹, Р.А. Иркимбеков¹, О.М. Жанболатов¹,Г.А. Витюк¹, Н.Е. Мухамедов¹, В.А. Витюк¹¹Ұлттық ядролық орталық, Курчатов қ., Қазақстан²«Шәкәрім университеті» КеАҚ, Семей қ., Қазақстан*e-mail: seken@nnc.kz

ВВЭР-1000 реакторлық қондырғысында отынның жануын есептеу

ВВЭР реакторы (су-су энергетикалық реакторы) PWR (қысымдағы су реакторы) түріне жатады және өзінің сенімділігі мен жоғары эксплуатациялық сипаттамаларының арқасында әлемдік атом энергетикасында кеңінен қолданылады. Бұл зерттеуде MCNP6 компьютерлік коды ВВЭР-1000 реакторының белсенді аймағының егжей-тегжейлі нейтрон-физикалық моделін жасау және есептеулер жүргізу үшін пайдаланылады. Зерттеудің негізгі мақсаты – реактордың негізгі сипаттамаларын жоғары дәлдікпен қалпына келтіру. Реактордың белсенді аймағында нейтрондардың көбею коэффициенті мен отынның күйіп кету процесіне есептеулер жүргізілді. Отынның бірінші цикліндегі нақты қуат профилін ескере отырып, күйіп кету есебіне ерекше назар аударылды. Есептеулердің негізінде белсенді аймақтың әртүрлі аймақтарындағы ^{235}U және ^{238}U атомдық концентрациясының өзгерістері анықталды. Сондай-ақ, әртүрлі отын жинақтары үшін плутоний, ксенон мен самарий изотоптарының концентрациясының динамикасы зерттелді, бұл олардың реактордың нейтрон-физикалық сипаттамаларына әсерін бағалауға мүмкіндік береді. Алынған нәтижелер әдеби көздерден алынған есептік және эксперименттік деректермен салыстырылып, олардың сенімділігін растайды.

Түйін сөздер: нейтронды-физикалық модель, ядролық отынның жануы, ВВЭР-1000, ЖШЖ, белсенді аймақ, MCNP, басқару және қорғау жүйесі.

D.M. Seken^{1,2*}, A.S. Surayev¹, R.A. Irkimbekov¹, O.M. Zhanbolatov¹,
G.A. Vityuk¹, N.E. Mukhamedov¹, V.A. Vityuk¹

¹National Nuclear Center of the Republic of Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan

²NJSC Shakarim University, Semey, Kazakhstan

*e-mail: seken@nnc.kz

Calculation of fuel burnup in a VVER-1000 reactor installation

The VVER (Water-Water Energetic Reactor) is a type of PWR (Pressurized Water Reactor) widely used in global nuclear energy due to its reliability and high operational performance. In this study, the MCNP6 computer code is utilized to develop a detailed neutron-physical model of the VVER-1000 reactor core and to perform calculations. The primary objective of the research is to accurately reproduce the key characteristics of the reactor. Calculations of the neutron multiplication factor and fuel burnup process in the reactor core were conducted. Special attention was paid to burnup calculations considering the actual power profile during the first fuel cycle. Based on the calculations, changes in the atomic concentration of ²³⁵U and ²³⁸U in different core zones were determined. The dynamics of plutonium, xenon and samarium isotope concentrations for each type of fuel assembly were also analyzed, enabling the assessment of their impact on the neutron-physical characteristics of the reactor. A comparison of the obtained results with computational and experimental data from literature sources confirms their reliability.

Keywords: neutron-physical model, nuclear fuel burnout, VVER-1000, FA, core, MCNP, control and protection system.

Введение

Современная атомная энергетика сталкивается с важными вызовами, связанными с повышением эффективности ядерного топлива, увеличением его кампании и обеспечением высокой степени безопасности эксплуатации реакторов. Одним из ключевых направлений исследований является моделирование процессов, происходящих в активной зоне ядерных реакторов, включая нейтронно-физические характеристики и динамику выгорания топлива.

По результатам проведенного осенью 2024 года референдума в Республике Казахстан было принято решение о строительстве первой АЭС. Несмотря на то, что тип реакторной установки, на базе которой будет спроектирована будущая АЭС еще не определен, очевидно, что это будет имеющий референтность и хорошо зарекомендовавший себя энергетический реактор. Соответственно актуальной становится задача подготовки расчетной базы для определения и прогнозирования физических процессов, протекающих в ядерном энергетическом реакторе, которое обеспечивается созданием расчетных моделей, позволяющих обеспечивать детальное их моделирование. Разработка расчетных моде-

лей с использованием зарекомендовавших себя специализированных программных комплексов и их применение позволяет обеспечить понимание важнейших эксплуатационных характеристик реактора: реактивность, эффективность органов регулирования, энерговыделение, характеристики кампании реактора и т.д.

Моделирование необходимо для детального анализа процессов, протекающих в активной зоне реактора, оптимизации топливного цикла, прогнозирования поведения ядерного топлива и обеспечения безопасности эксплуатации реакторной установки [1].

Водо-водяной энергетический реактор ВВЭР-1000, широко применяемый в мировой атомной энергетике, представляет собой надежную и высокоэффективную установку. Он работает на тепловых нейтронах, обеспечивая устойчивый процесс деления и выработки энергии благодаря сбалансированному взаимодействию топлива, теплоносителя и конструктивных элементов активной зоны. Введение современных методов моделирования позволяет более точно исследовать нейтронно-физические характеристики реактора и процессы выгорания

топлива, что играет ключевую роль в повышении его эксплуатационной эффективности и безопасности.

Одним из инструментов для анализа сложных процессов в ядерных реакторах является программный код MCNP6 [2], основанный на методе Монте-Карло. Его использование в моделировании реактора ВВЭР-1000 дает возможность учитывать детали конструктивных и эксплуатационных параметров, включая геометрию активной зоны, распределение топлива и профили мощности. Эти подходы позволяют изучить динамику изменения состава топлива, включая выгорание топлива и накопление побочных продуктов деления, таких как плутоний, самарий, ксенон и т.д., которые существенно влияют на характеристики реактора. Изучение изотопного состава отработавшего топлива необходимо для решения ключевых задач ядерной энергетики, включая учет и контроль ядерно-опасных материалов, оценку условий радиационной безопасности и обоснование безопасного обращения с отработавшим топливом.

Расчёты по моделированию ВВЭР-1000 с использованием MCNP6 ранее уже успешно проводились, включая нейтронно-физические характеристики [3]. Настоящая работа является логическим продолжением этих исследований и

направлена на анализ выгорания топлива с учетом реального профиля мощности, переходных режимов и динамики концентраций ключевых изотопов.

Настоящее исследование посвящено разработке нейтронно-физической модели реактора ВВЭР-1000 и анализу выгорания топлива в условиях первого топливного цикла. Полученные результаты включают оценку эффективного коэффициента размножения нейтронов, анализ профилей изменения концентраций топливных изотопов и исследование влияния эксплуатационных параметров на общую динамику выгорания. Проведено сравнение результатов расчетов характеристик с данными различных исследований, опубликованных в открытой печати.

В отличие от большинства существующих публикаций, настоящее исследование учитывает изменение концентрации урана и воспроизводства плутония в расчете выгорания топлива на протяжении первого топливного цикла, а также использует адаптивный временной шаг для учета динамики короткоживущих изотопов, таких как ^{135}Xe и ^{149}Sm . Это позволяет более точно моделировать переходные процессы и реактивные эффекты, что является важным преимуществом предлагаемого подхода.

Объект исследования

На большинстве атомных станций используется реактор ВВЭР-1000 с номинальной тепловой мощностью 3000 МВт (1000 МВт электрической). Активная зона реактора содержит 163 тепловыделяющие сборки (ТВС) с общей загрузкой топлива (UO_2) 80,3 тонн. Количество партий топлива в исходной активной зоне составляет 4 партии с обогащением 2 % (^{235}U), 3 % (^{235}U) и 3,3 % (^{235}U) [4]. Профилированная ТВС имеет периферийные топливные элементы с обогащением 3 % (^{235}U) (рисунок 1). Высота топливной части активной зоны составляет 3530 мм, а расстояние между ТВС – 236 мм [5,6].

ТВС реактора ВВЭР-1000 представляет собой конструкцию с размером «под ключ» 234 мм и включает 312 топливных элементов (ТВЭЛы), которые равномерно расположены по треугольной схеме с шагом 12,75 мм между ними (рисунок 2).

В каждой ТВС размещено 18 направляющих каналов и одна центральная труба для установки датчиков измерения энерговыделения.

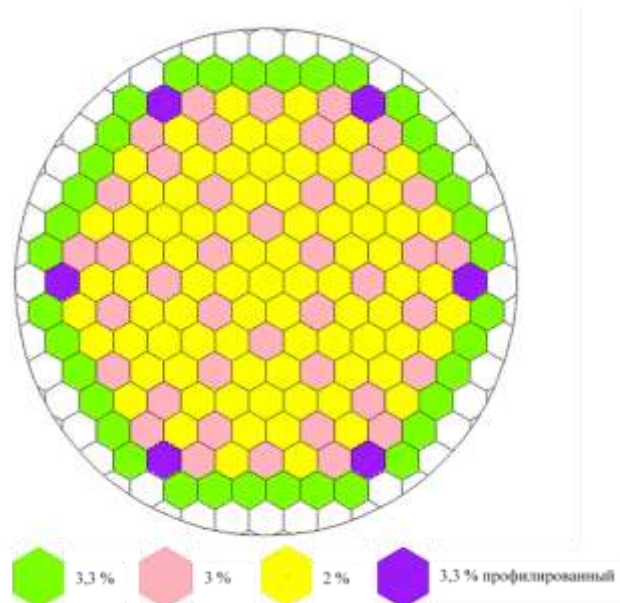


Рисунок 1 – Конфигурация активной зоны

Направляющие каналы выполнены из нержавеющей стали, а для центральной трубы

используется циркониевый сплав с добавлением 1 % ниобия. Размер центральной трубы составляет 11 мм в диаметре с толщиной стенки

0,8 мм, а направляющие каналы имеют диаметр 12,6 мм с толщиной стенки – 0,8 мм.

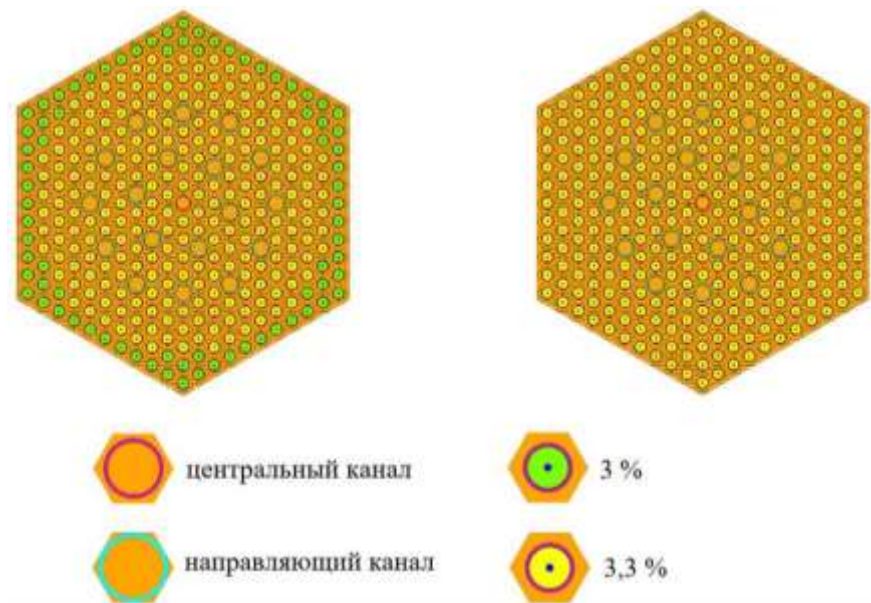


Рисунок 2 – Разница между профилированной и не профилированной тепловыделяющей сборкой

Твэл состоит из герметичной оболочки, внутри которой размещается топливо и локализуются продукты деления. В твэл помещены цилиндрические таблетки из диоксида урана с плотностью 10400 кг/м^3 , каждая с наружным диаметром 7,53 мм. Общая длина топливного столба – 3530 мм. В центре топливной таблетки есть отверстие диаметром 1,4 мм с фасками по краям, что вместе с зазором между таблеткой и оболочкой позволяет компенсировать увеличение таблетки из-за радиационного распухания. Оболочка твэла из циркониевого сплава обеспечивает прочность конструкции, сохраняет её размеры стабильными и защищает топливо от коррозии и эрозии, вызванной теплоносителем. Внутренний радиус оболочки – 3,9 мм, а внешний – 4,55 мм. Оболочка изготовлена из циркониевого сплава с добавлением 1 % ниобия, а зазор между топливом и оболочкой заполнен гелием.

В реакторе ВВЭР-1000 установлен 61 кластер органа регулирования СУЗ. В системе используется 18 поглощающих элементов, верхняя часть которых выполнена из карбида бора с плотностью 1700 кг/м^3 (B_4C), а нижняя – из титаната диспрозия с плотностью 4900 кг/м^3 ($\text{Dy}_2\text{O}_3 \times \text{TiO}_2$). Полная высота поглотителя

составляет 3530 мм, при этом высота верхней части – 3230 мм, а нижней – 300 мм. Внешний диаметр оболочки поглощающих элементов составляет 8,2 мм при толщине 0,6 мм, и выполнена она из нержавеющей стали.

Нейтронно-физическая модель

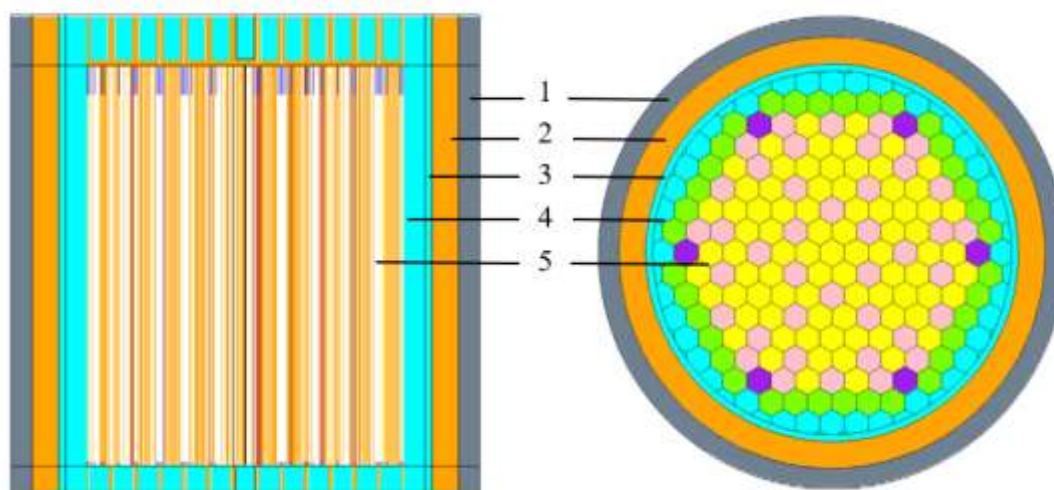
Для выполнения нейтронного анализа всей активной зоны реактора ВВЭР-1000 был использован компьютерный код MCNP6, основанный на методе Монте-Карло [2] с использованием библиотек ядерных данных ENDF/B-VII.0 [7].

В коде MCNP6 расчет выгорания топлива выполняется с использованием специальной карточки BURN, которая позволяет учитывать изменения изотопного состава топлива в процессе эксплуатации реактора. Данная карточка задает параметры расчета выгорания топлива, включая временные шаги (TIME), мощность реактора (POWER), облучаемые материалы (MAT) и минимальную концентрацию изотопов (AFMIN). Включение BURN в расчет позволяет более точно прогнозировать нейтронно-физические характеристики активной зоны на протяжении

топливного цикла и способствует корректной верификации модели реактора.

В расчётах критичности нейтронов были использованы следующие параметры: общее количество нейтронов составило 10 000 000, начальное значение коэффициента размножения нейтронов принято равным 1,00. Для достижения стационарного режима было пропущено 50 начальных циклов, после чего проведено 200 итерационных циклов моделирования. Полученная погрешность расчёта k_{eff} составила порядка $\pm 0,00002$ – $0,00003$, что соответствует относительной ошибке $\pm 0,002$ – $0,003$ % и является приемлемым уровнем точности для нейтронно-физических расчётов с использованием методов Монте-Карло.

На рисунке 3 показана полная геометрическая модель активной зоны реактора ВВЭР-1000 разработанная с помощью кода MCNP6. Модель точно описывает все размерно-материальные характеристики активной зоны реактора ВВЭР-1000 и включает в себя все необходимые компоненты активной зоны: (1) топливные сборки с тепловыделяющими элементами, (2) верхний, нижний и боковые отражатели, (3) органы регулирования мощности, (4) конструкционные элементы. Визуализация модели выполнена в редакторе VisEd, использование которого позволяет наглядно представлять структуру и компоновку модели, что облегчает ее построение и отладку.



1 – корпус, 2 – отражатель, 3 – шахта, 4 – выгородка, 5 – активная зона

Рисунок 3 – Графическое представление расчетной модели реактора

Верификация модели по эффективному коэффициенту размножения нейтронов

Коэффициент размножения был рассчитан при условии, что концентрация бора в течение первого цикла составляла 600 ppm (parts per million – это единица измерения концентрации, равная $1 \cdot 10^{-6}$) в качестве среднего значения, а температуры теплоносителя и топлива 300 К. Предполагается, что стержни управления рабочей группой (группа №10) закреплены на расстоянии 80 % от основания [8]. Это положение было принято за среднее значение положений стержней управления за весь цикл, поскольку рабочая группа перемещается с 70 % до 90 % в течение

цикла. Было установлено, что значение k_{eff} равно $1,13518 \pm 0,00007$.

В таблице 1 представлено сравнение результатов нейтронно-физических расчетов (k_{eff}), выполненных для различных вариантов обогащения партий топлива, с литературными данными. Верификация проводилась для конфигурации активной зоны с ТВС, обладающими различными уровнями обогащения топлива. Было рассмотрено 11 вариантов топливного обогащения. Это позволяет оценить влияние изменения обогащения на нейтронно-физические характеристики активной зоны, что является важным этапом верификации модели реактора ВВЭР-1000.

Таблица 1 – Сравнение обогащения топлива различных партий

Вариант расчета	Обогащение по ^{235}U , %			k_{eff} (литература) [8]	k_{eff} (расчет)	δ , %
	Партия 1	Партия 2	Партия 3			
1	2	3	3,3	1,13554	1,13518	0,036
2	2,1	3,15	3,465	1,15027	1,14987	0,040
3	2,2	3,3	3,63	1,16339	1,16389	0,050
4	2,3	3,45	3,795	1,17580	1,17727	0,147
5	2,4	3,6	3,96	1,18751	1,18989	0,238
6	2,5	3,75	4,125	1,19820	1,20201	0,381
7	2,6	3,9	4,29	1,20854	1,21338	0,484
8	2,7	4,05	4,455	1,21838	1,22433	0,595
9	2,8	4,2	4,62	1,22758	1,23451	0,693
10	2,9	4,35	4,785	1,23630	1,24454	0,824
11	3,0	4,5	4,95	1,24455	1,25400	0,945

Отклонение результатов расчетных значений k_{eff} от литературных данных не превышает 1 % во всех вариантах конфигурации активной зоны. Это позволяет говорить о правильности и надежности модели, что является ключевым моментом, поскольку достоверная модель является основой для прогнозирования поведения топлива в условиях работы реактора, а также для обеспечения его безопасной и эффективной эксплуатации.

Дополнительно в расчетах учитывался переменный график мощности реактора – с чередованием периодов работы на полной и частичной мощности. Это позволило отразить влияние переходных режимов на изменение коэффициента размножения и на накопление отравляющих изотопов в активной зоне.

Методика расчёта выгорания топлива

Для моделирования выгорания топлива в активной зоне реакторной установки ВВЭР-1000 использовалась схема расчётов с поэтапным учётом накопления и выгорания нуклидов. Процесс выгорания моделировался в разрезе по времени кампании реактора с различными шагами по времени, в зависимости от характеристик нуклидов.

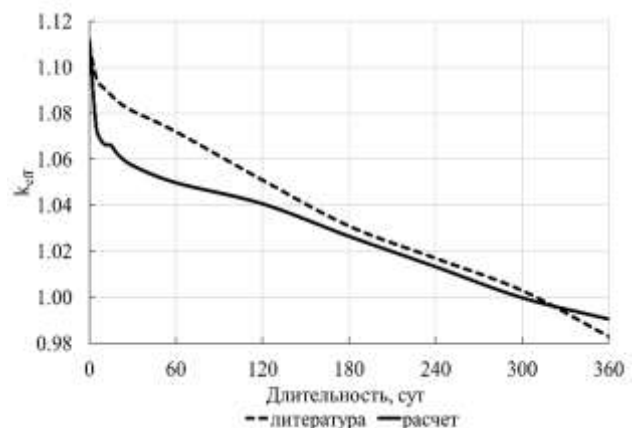
Для основных делящихся и накапливаемых нуклидов, таких как уран и плутоний, расчёты выполнялись с интервалами по времени в несколько суток (от 5 до 60). Такие шаги позволяют точно отразить медленно развивающиеся изменения в составе топлива на протяжении всей кампании.

Для короткоживущих продуктов деления, критичных для нейтронной кинетики, в частности ксенона-135 и самария-149, использовался

адаптивный шаг по времени (от 1,5 часов до 10 суток) для более точного учёта их быстрой динамики. Эти шаги обеспечивают точное воспроизведение реактивных колебаний, связанных с наработкой и распадом нейтрон-поглощающих изотопов.

Анализ выгорания топлива

На рисунке 5 показан график изменения эффективного коэффициента размножения нейтронов при моделировании работы реактора в течение одной кампании на номинальной мощности. Проведено сравнение расчетных данных с литературными [8], при этом приняты следующие условия: температура топлива составляет 600 К, температура теплоносителя – 600 К, плотность теплоносителя – 700 кг/м³, а тепловая мощность реактора – 3000 МВт. Был выполнен расчёт с последовательным снижением концентрации борной кислоты в теплоносителе от 600 до 0 ppm с интервалом 120 ppm на каждом 60-дневном этапе топливной кампании.

**Рисунок 5**– Изменение значений k_{eff} по времени

Длительность кампании ядерного топлива составила 360 суток, эффективный коэффициент размножения нейтронов на конец кампании ядерного топлива составил 0,99059. Тепловые нейтроны вносят основной вклад в деление, благодаря высокому сечению взаимодействия в этом диапазоне. В таблице 2 представлена информация о доли делений с учетом энергетических групп в этом топливе полученные в результате расчетов. Здесь учтены изменения сечений взаимодействия и изменения числа вторичных нейтронов от энергии взаимодействующих нейтронов.

Таблица 2 – Зависимость доля делений от группы нейтронов

Группа нейтронов	Доля делений, %
Тепловые, $E < 0,625$ эВ	82,57
Промежуточные, $0,625 \text{ кэВ} < E < 100 \text{ кэВ}$	9,59
Быстрые, $E > 100 \text{ кэВ}$	8,34

Верификация модели по изменению концентрации ^{235}U и ^{238}U в процессе выгорания топлива

Расчет концентрации ^{235}U и ^{238}U в процессе выгорания топлива является ключевым элементом анализа работы реактора ВВЭР-1000. ^{235}U является основным делящимся материалом, который обеспечивает цепную реакцию деления, поддерживая стабильную выработку энергии. Сечение поглощения тепловых нейтронов ^{235}U очень велико ($582,6 \pm 1,1$ барн) по сравнению с сечением поглощения тепловых нейтронов ^{238}U ($2,683 \pm 0,012$ барн). По мере выгорания топлива его концентрация снижается, что напрямую влияет на реактивность активной зоны и

эффективность работы реактора. ^{238}U , в свою очередь, участвует в радиационном захвате нейтронов, образуя вторичный делящийся материал – ^{239}Pu , который вносит значительный вклад в поддержание реакции деления на поздних стадиях топливного цикла. Контроль за изменением этих изотопов позволяет точно прогнозировать срок службы топлива и корректировать параметры эксплуатации для обеспечения надежной и безопасной работы реактора [9].

На рисунке 6 показано изменение концентрации изотопов ^{235}U и ^{238}U в топливе тепловыделяющей сборки с обогащением 3,7 % в активной зоне реактора в процессе выгорания. Приведены расчетные результаты и их сравнение с литературными данными [10]. Для расчета были приняты следующие условия: температура топлива – 900 К, температура теплоносителя – 600 К. На рисунке 7 показано изменение массы изотопов ^{235}U и ^{238}U в топливе.

Исходя из данных графика, можно определить, что ежегодный расход урана-235 в имеющемся топливном цикле составляет 966 кг, а по литературным данным 982 кг [11].

Воспроизводство ядерного топлива – это процесс образования в реакторе вторичных делящихся нуклидов из нуклидов, которые не делятся на тепловых нейтронах. В реакторах, работающих на уране, помимо выгорания делящегося нуклида ^{235}U , при радиационном захвате нейтронов ядрами ^{238}U (реакция (n, γ)) образуются ядра нового делящегося нуклида ^{239}Pu . Затем в результате последовательных захватов на ^{239}Pu образуются также ядра ^{240}Pu и ^{241}Pu (рисунок 8). Это влияет на реактивность топлива и образование вторичных делящихся материалов, что необходимо учитывать для оптимизации работы реактора, повышения безопасности, планирования переработки и оценки эффективности топливного цикла.

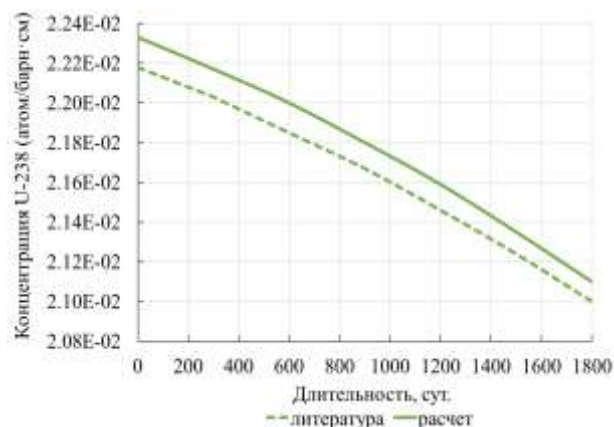
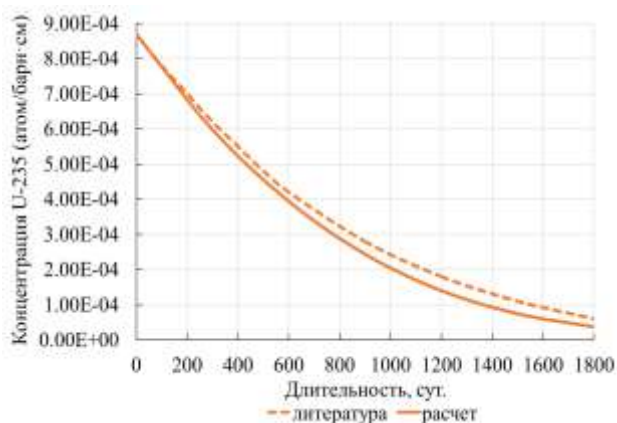


Рисунок 6 – Изменение концентрации ^{235}U и ^{238}U при выгорании

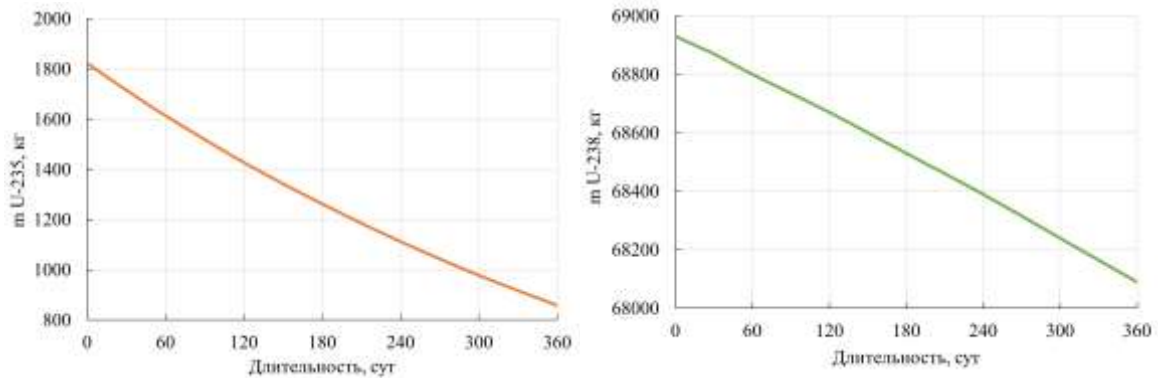


Рисунок 7 – Изменение количества ^{235}U и ^{238}U при выгорании

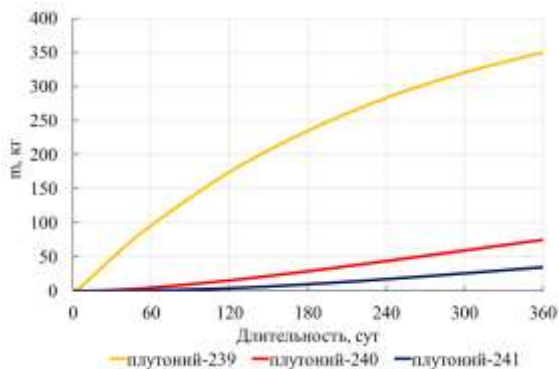


Рисунок 8 – Изменение количества Pu

Расчет изменения концентрации ^{135}Xe и ^{149}Sm в процессе выгорания топлива

При работе ядерного реактора в топливе накапливаются изотопы, способные негативно влиять на реактивность. Большинство из них имеют малое сечение захвата тепловых нейтронов или небольшой удельный выход. Как правило, основной вклад в «отравление» реактора вносят изотопы ^{135}Xe и ^{149}Sm , обладающие очень большим сечением поглощения тепловых нейтронов [12,13]. Концентрация ^{135}Xe изменяется вследствие его образования при делении ядер ^{235}U . ^{135}Xe обладает наибольшим среди известных веществ микроскопическим сечением захвата тепловых нейтронов ($2,5 \cdot 10^6$ барн), причем это значение резко уменьшается с ростом энергии нейтронов. В свою очередь, не весь ^{135}I превращается в ^{135}Xe , часть его выгорает в нейтронном потоке, но из-за низкого сечения захвата этот эффект незначителен. Графики изменений концентрации ^{135}Xe и ^{149}Sm в активной зоне приведены на рисунке 9.

При увеличении обогащения урана возрастает число делений, что ведет к увеличению образования ^{135}I и ^{135}Xe , достигая максимума для чистого ^{235}U . Однако сама по себе

концентрация ксенона не определяет изменение реактивности, поэтому в качестве показателя отравления используют относительное вредное поглощение ксеноном, выражающееся через отношение скорости захвата нейтронов ^{135}Xe к скорости поглощения нейтронов ^{235}U .

Стационарное отравление реактора также вызывается ^{149}Sm , который имеет свои особенности. Его микроскопическое сечение поглощения тепловых нейтронов составляет примерно ($5 \cdot 10^4$ барн), но механизм его образования и выгорания отличается от ^{135}Xe . ^{149}Sm формируется через β -распады ^{149}Nd и ^{149}Pm , при этом его уменьшение происходит только за счет выгорания, так как он является стабильным нуклидом.

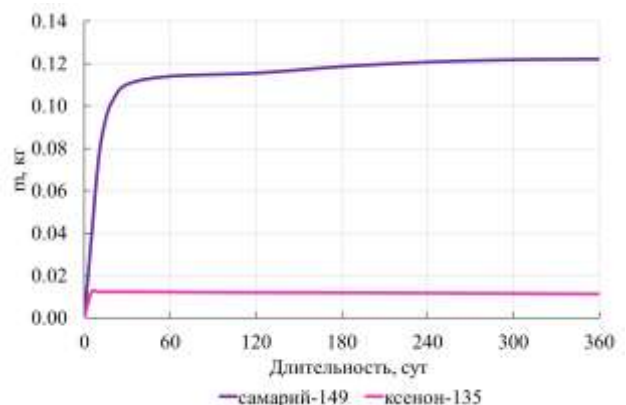


Рисунок 9 – Изменение количества ^{135}Xe и ^{149}Sm

Равновесная концентрация ^{149}Sm пропорциональна обогащению урана и плотности потока нейтронов, но в стационарном режиме зависит только от обогащения, что отличает его от ксенона. Для ВВЭР потеря реактивности из-за стационарного отравления самарием примерно в 5 раз меньше, чем от ксенона, а время достижения стационарного состояния в 15-20 раз больше.

Характер изменения концентрации ксенона при изменении мощности реактора

Расчёт выгорания топлива проводился при изменяющемся уровне мощности реактора: в первые 30 суток реактор функционировал на мощности 3000 МВт, затем в течение следующих 30 суток – на мощности 2000 МВт, после чего вновь 30 суток – на уровне 3000 МВт.

Когда реактор переходит на более низкий уровень мощности концентрация ^{135}Xe в активной зоне начинает изменяться. На начальном этапе после снижения мощности скорость образования ^{135}Xe уменьшается пропорционально снижению плотности нейтронного потока, однако скорость его распада также уменьшается. Это приводит к тому, что в первые моменты концентрация ^{135}Xe будет расти, даже несмотря на снижение мощности, поскольку скорость его образования по-прежнему будет выше скорости распада. В результате после уменьшения мощности наблюдается временное снижение $k_{\text{эфф}}$, которое показано на рисунке 10.

Со временем, по мере того как скорость образования ^{135}Xe снижается из-за уменьшения концентрации ^{135}I (который является предшественником ^{135}Xe), общая скорость его накопления также начинает падать. В какой-то момент скорость образования ксенона и его распада уравниваются. Это означает, что концентрация ^{135}Xe достигает своего максимума, после чего её увеличение прекращается, и она начинает снижаться, пока не стабилизируется на новом уровне мощности [14]. График этого перехода выглядит как на рисунке 10, где видно, как концентрация ^{135}Xe сначала растёт, достигает пика, а затем стабилизируется.

Когда реактор переводится на более высокий уровень мощности, в первые моменты концентрация ^{135}Xe начинает изменяться. В начальный период после увеличения мощности скорость его убыли будет больше, чем скорость его образования. Это происходит из-за того, что после увеличения мощности в первую очередь повышается скорость расстрела ^{135}Xe нейтронами, а скорость его образования вначале остается почти неизменной. Несмотря на увеличение скорости генерации ^{135}Xe как непосредственного продукта деления, эта скорость всё ещё значительно меньше, чем скорость образования ^{135}Xe из распадающегося йода. В результате после увеличения мощности

наблюдается временное увеличение $k_{\text{эфф}}$, которое показано на рисунке 10.

Со временем, по мере того как концентрация йода увеличивается и стремится к новому, более высокому стационарному значению, растёт и скорость его β -распада. Это ведёт к тому, что скорость образования ^{135}Xe из ^{135}I возрастает, и общее уменьшение скорости образования ^{135}Xe начинает замедляться. В какой-то момент, когда скорости образования и убыли ^{135}Xe уравниваются, концентрация ^{135}Xe достигает минимума, после чего она начинает снова расти.

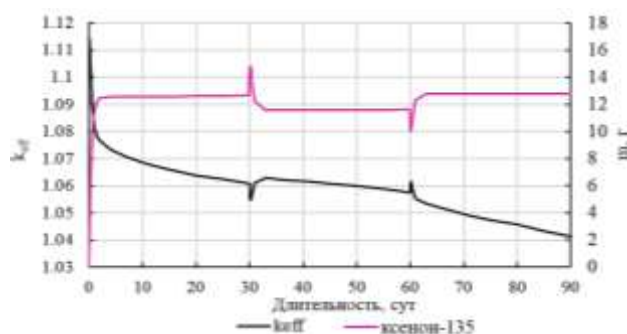


Рисунок 10 – Изменение количества ^{135}Xe при изменении мощности

Это происходит до тех пор, пока концентрация ^{135}Xe не стабилизируется на новом, более высоком уровне мощности. Этот процесс занимает примерно три дня, и графически его можно представить как переход от более низкого уровня отравления ^{135}Xe к более высокому. При этом на рисунке видно, как концентрация ^{135}Xe сначала уменьшается, а затем снова увеличивается, достигая нового стационарного уровня.

Характер изменения концентрации самария при изменении мощности реактора

При изменении мощности реактора нарушается динамическое равновесие между накоплением и поглощением ^{149}Sm , характерное для стационарного состояния. Скорость образования ^{149}Sm определяется концентрацией ^{149}Pm , тогда как его убывание – собственным содержанием и интенсивностью нейтронного потока.

При понижении мощности скорость образования ^{149}Sm на первых этапах превышает его убывание, поскольку при сниженном потоке нейтронов интенсивность поглощения падает, а

концентрация ^{149}Pm ещё остаётся высокой. Это приводит к временному увеличению содержания ^{149}Sm , прежде чем система снова достигнет равновесия.

При резком повышении мощности, когда поток нейтронов возрастает, ^{149}Sm начинает поглощаться быстрее, чем успевает образовываться. В результате его концентрация временно снижается.

После начального отклонения концентрации ^{149}Sm вверх или вниз (в зависимости от направления изменения мощности) начинается постепенное возвращение к новому стационарному уровню. Такая форма переходного процесса напоминает поведение реактора при йод-ксеноновых эффектах: наблюдаются своеобразные «горбы» или «ямы» на графиках реактивности, но с более длительной временной шкалой.

Выводы

На основе разработанной модели реактора ВВЭР-1000 в коде MCNP6 проведены расчеты нейтронно-физических характеристик, включая коэффициент размножения нейтронов и процесс выгорания топлива. Полученные данные показали хорошую согласованность с литературными значениями, что подтверждает достоверность модели. Анализ профилей выгорания топлива продемонстрировал ожидаемую динамику изменения концентрации ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{241}Pu и побочных продуктов деления, таких как ^{135}Xe и ^{149}Sm , что важно для прогнозирования реактивности и характеристик активной зоны в течение топливного цикла. Исследование влияния обогащения топлива на k_{eff} выявило, что рост обогащения способствует увеличению эффективности деления, что подтверждается как расчетными, так и литературными данными. Разработанная модель активной зоны позволяет учитывать реальные эксплуатационные параметры, включая распределение профилей мощности и изменения состава топлива. Это предоставляет возможность точного анализа

Графически переходные процессы реактора ^{149}Sm при изменении мощности показано на рисунке 11.

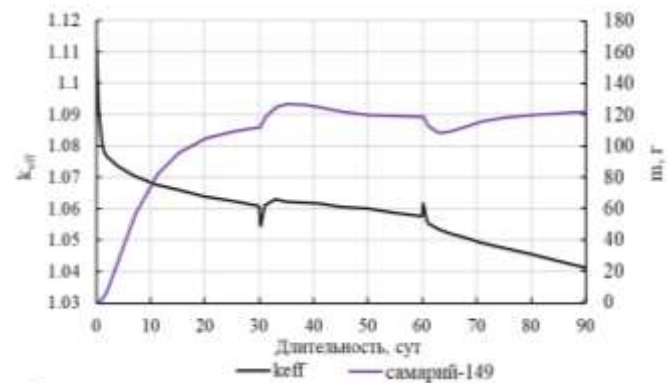


Рисунок 11 – Изменение концентрации ^{149}Sm при изменении мощности

процессов в реакторе и их влияния на эксплуатационную эффективность и безопасность. Полученные результаты позволяют, в частности, определить условия, необходимые для расчета изотопного состава для его последующего использования при оценке ядерной безопасности систем обращения с отработавшим топливом с учетом выгорания.

Благодарность

Работа была выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан в рамках проектов:

1. Расчетное обоснование режимов внутриреакторных испытаний перспективного ядерного топлива (AP26199863).

2. Исследования в поддержку создания и безопасного функционирования атомной электростанции в Республике Казахстан (BR21882185)

Литература References

1 А.Ю. Аникин, А.В. Курындин, Л.А. Курындина, А.А. Строганов, Мировой опыт использования подходов, учитывающих выгорание ядерного топлива при обосновании ядерной безопасности обращения с ОЯТ, Ядерная и радиационная безопасность 3(53), 38-43 (2009). [A.Yu. Anikin, A.V. Kuryndin, L.A. Kuryndina, A.A. Stroganov, Global experience in using approaches considering nuclear fuel burnup in substantiating the nuclear safety of spent fuel management, Nuclear and Radiation Safety 3(53), 38-43 (2009). (In Russ)].

- 2 MCNP6 Monte Carlo N-Particle Transport Code System, MCNP6.1. LANL (2013).
- 3 D.M. Seken, A.S. Surayev, R.A. Irkimbekov, G.A. Vityuk, N.Y. Mukhamedov, O.M. Zhanbolatov, and V.A. Vityuk, Development Of A Neutronic Model Of The Wwer-1000 Reactor Facility Core, Eurasian Journal of Physics and Functional Materials **9**(2), 6 (2025). <https://doi.org/10.69912/2616-8537.1248>
- 4 In-core Fuel Management Code Package Validation for WWERs', IAEA-TECDOC-847, November 1995.
- 5 С.А. Андрущенко и др., АЭС с реактором типа ВВЭР-1000. От физических основ эксплуатации до эволюции проекта, (Москва, Логос, 2010), 604 с. [S.A. Andrushchenko, et al, Nuclear Power Plants with VVER-1000 Reactor: From Physical Principles of Operation to Project Evolution, (Moscow, Logos, 2010), p.604. (In Russ)].
- 6 T. Lötsch, V. Khalimonchuk, A. Kuchin, Proposal of a benchmark for core burnup calculations for a VVER-1000 reactor core, AER Symposium on VVER Reactor Physics and Reactor Safety, Varna (Bulgaria), 21-25 Oct 2009, 57 (2009).
- 7 M.B. Chadwick, P. Obložinský, et al., ENDF/B-VII.0: next generation evaluated nuclear data library for nuclear science and technology, Nuclear Data Sheets **107**(12), 2931-3060 (2006). <https://doi.org/10.1016/j.nds.2006.11.001>
- 8 Bulbul Ahammed D. A. A. S. From VVER-1000 to VVER-1200: Studying the impact of core changes, (2024).
- 9 K. Hadad, M. Yousefnia, Burnup and Neutronic Analysis of VVER-1000 Nuclear Reactor, Proceedings of 2010 LWR Fuel Performance/TopFuel/WRFPM Orlando, Florida, USA, September 26-29, Paper 083.doc (2010).
- 10 A.I. Elazaka, G.V. Tikhomirov, A. Abdelghafar Galahom, Study the Neutronic Feasibility of Using Zr as an Energy Regulator Instead of Traditional Methods, Int J Energy Res. **45**, 10012–10023. <https://doi.org/10.1002/er.6494>
- 11 Ю.А. Казанский, Н.О. Кушнир, Е.С. Хныкина, Многократное использование топлива на основе тория в реакторе типа ВВЭР-1000, Известия вузов, Ядерная энергетика **3**, 53-64 (2022). <https://doi.org/10.26583/npe.2022.3.05> [Yu.A. Kazanskiy, N.O. Kushnir, E.S. Khnykina Multiple use of thorium-based fuel in a VVER-1000 type reactor, Izvestiya vuzov, Yadernaya energetika **3**, 53-64 (2022). (In Russ).]
- 12 L. Mercatali, A. Venturini, V.H. Sanchez, New Solutions for the OECD VVER-1000 LEU and MOX Burnup Computational Benchmark, Electronic resource: <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/230098149/3816710> (access date 19.04.2025).
- 13 S.A. Khan, et al. Study of VVER-1000 OECD LEU and MOX computational benchmark with VISWAM code system, Nuclear Energy and Technology **2**(4), 312-334 (2016). <https://doi.org/10.1016/j.nucet.2016.11.008>
- 14 Г.Я. Мерзликин Основы теории ядерных реакторов, (Москва, Энергоиздат, 2001), 341 с. [G.Ya. Merzlikin, Fundamentals of Nuclear Reactor Theory, (Moscow, Energoatomizdat, 2001), 341 p. (In Russ)].

Мақала тарихы:

Түсті – 20.05.2025

Түзетілген түрде түсті – 15.07.2025

Қабылданды – 20.08.2025

Article history:

Received 20 May 2025

Received in revised form 15 July 2025

Accepted 20 August 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Дархан Секен** (автор-корреспондент) – Инженер, Қазақстан Республикасы Ұлттық ядролық орталығы, Курчатов, Қазақстан; магистрант, Шәкәрім университеті, Семей, Қазақстан; e-mail: seken@nnc.kz

2. **Артур Сураев** – PhD, жетекші ғылыми қызметкер, Қазақстан Республикасының Ұлттық ядролық орталығы, Курчатов, Қазақстан; e-mail: suraev@nnc.kz

3. **Руслан Иркимбеков** – ф.-м.ғ.к., PhD, доцент, зертхана меңгерушісі, Қазақстан Республикасының Ұлттық ядролық орталығы, Курчатов, Қазақстан; e-mail: irkimbekov@nnc.kz

4. **Олжас Жанболатов** – PhD докторанты, ғылыми қызметкер, Қазақстан Республикасының Ұлттық ядролық орталығы, Курчатов, Қазақстан; e-mail: zhanbolatov@nnc.kz

Information about authors:

1. **Darkhan Seken** (corresponding author) – Engineer, National Nuclear Center of the Republic of Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan; Master's student, Shakarim University, Semey, Kazakhstan; e-mail: seken@nnc.kz

2. **Artur Suraev** – PhD, Senior Researcher, National Nuclear Center of the Republic of Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan; e-mail: suraev@nnc.kz

3. **Ruslan Irkimbekov** – Cand. Phys.-Math. Sci., PhD, Associate Professor, Head of Laboratory, National Nuclear Center of the Republic of Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan; e-mail: irkimbekov@nnc.kz

4. **Olzhas Zhanbolatov** – PhD Doctoral Student, Researcher, National Nuclear Center of the Republic of Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan; e-mail: zhanbolatov@nnc.kz

5. **Галина Витюк** - PhD, зертхана меңгерушісі, Қазақстан Республикасының Ұлттық ядролық орталығы, Курчатов, Қазақстан; e-mail: Shmeleova@nnc.kz

6. **Нұржан Мухамедов** - PhD, доцент, кафедра меңгерушісі, Қазақстан Республикасының Ұлттық ядролық орталығы, Курчатов, Қазақстан; e-mail: mukhamedov@nnc.kz

7. **В.А. Витюк** – Физика-математика ғылымдарының кандидаты, PhD, доцент, Қазақстан Республикасының Ұлттық ядролық орталығының ғылым жөніндегі бас директорының орынбасары, Курчатов, Қазақстан; e-mail: vityuk@nnc.kz

5. **Galina Vityuk** – PhD, Head of Laboratory, National Nuclear Center of the Republic of Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan; e-mail: Shmeleova@nnc.kz

6. **Nurzhan Mukhamedov** – PhD, Associate Professor, Head of Department, National Nuclear Center of the Republic of Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan; e-mail: mukhamedov@nnc.kz

7 **V.A. Vityuk** – Cand. Phys.-Math. Sci., PhD, Associate Professor, Deputy Director General for Science, National Nuclear Center of the Republic of Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan; e-mail: vityuk@nnc.kz

МРНТИ 29.19.22

<https://doi.org/10.26577/RCPh20259435>

С. Опахай^{1*}, К.А. Кутербеков¹, К.Ж. Бекмырза¹, А.М. Кабышев¹,
М.М. Кубенова¹, Н.К. Айдарбеков¹, Ж.С. Зейнулла¹, Е.М. Пангалиев²

¹Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

²Каспийский университет технологии и инжиниринга им. Ш. Есенова, Актау, Казахстан

*e-mail: serikjan_0707@mail.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ПЛАТИНЫ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕМБРАННО-ЭЛЕКТРОДНЫХ БЛОКОВ ТОПЛИВНОГО ЭЛЕМЕНТА С ТВЕРДО-ПОЛИМЕРНЫМ ЭЛЕКТРОЛИТОМ

В данной работе представлен анализ влияния ключевых параметров, таких как содержание платины, температура и концентрация кислорода, на характеристики мембранно-электродных блоков (МЭБ), используемых в топливных элементах. Основной целью исследования является разработка рекомендаций по оптимизации состава катализаторов для достижения баланса между производительностью и экономичностью. Моделирование выполнено для трёх типов катализаторов: чистой платины (Pt), платины с добавлением никеля (Pt-Ni) и платины с добавлением кобальта (Pt-Co). Исследованы зависимости напряжения, мощности и эффективности от плотности тока с учётом активационных, омических и массовых потерь. Для оценки стабильности работы катализаторов использовался параметр изменения напряжения (ΔV) в диапазоне рабочих нагрузок. Результаты исследования демонстрируют, что содержание платины оказывает наиболее значительное влияние на производительность МЭБ. Оптимальное содержание платины составляет 1.0 усл. ед., при котором достигаются максимальные значения мощности и эффективности. Однако легированные катализаторы (Pt-Ni и Pt-Co) проявляют стабильность при меньших затратах, что делает их перспективными для применения. Также выявлена зависимость характеристик от температуры и концентрации кислорода, что подчёркивает важность контроля условий эксплуатации.

Ключевые слова: топливные элементы, катализатор, мембранно-электродный блок (МЭБ), напряжения, платина.

С. Опахай^{1*}, Қ.А. Күтербеков¹, К.Ж. Бекмырза¹, Ә.М. Қабышев¹,
М.М. Күбенова¹, Н.К. Айдарбеков¹, Ж.С. Зейнулла¹, Е.М. Панғалиев²

¹Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан

²Ш. Есенов атындағы Каспий технология және инжиниринг университеті, Ақтау, Қазақстан

*e-mail: serikjan_0707@mail.ru

Платина мөлшерінің қатты полимерлі электролиті бар отын элементінің мембрана-электродтық блоктарының сипаттамаларына әсерін зерттеу

Бұл жұмыста отын элементтерінде қолданылатын мембрана-электрод блогының (МЭБ) сипаттамаларына платинаның мөлшері, температура және оттегінің концентрациясы сияқты негізгі параметрлердің әсері талданады. Зерттеудің негізгі мақсаты – өнімділік пен үнемділіктің арасындағы тепе-теңдікті қамтамасыз ету үшін катализаторлардың құрамын оңтайландыру бойынша ұсыныстар әзірлеу. Модельдеу үш түрлі катализаторлар үшін орындалды: таза платина (Pt), никель қоспасы бар платина (Pt-Ni) және кобальт қоспасы бар платина (Pt-Co). Белсенділік, омикалық және масса жоғалтуларын ескере отырып, ток тығыздығына байланысты кернеу, қуат және тиімділік тәуелділіктері зерттелді. Катализаторлардың тұрақтылығын бағалау үшін жүктеме ауқымында кернеудің өзгеру параметрі (ΔV) пайдаланылды. Зерттеу нәтижелері платинаның мөлшері МЭБ өнімділігіне ең үлкен әсер ететінін көрсетеді. Платинаның оңтайлы мөлшері – 1.0 шартты бірлік, бұл

кезде қуат пен тиімділіктің ең жоғары мәндері қол жеткізіледі. Дегенмен, қоспаланған катализаторлар (Pt-Ni және Pt-Co) аз шығындармен тұрақтылықты көрсетеді, бұл оларды қолдануға перспективалы етеді. Сондай-ақ сипаттамалардың температура мен оттегінің концентрациясына тәуелділігі анықталды, бұл пайдалану шарттарын бақылаудың маңыздылығын айқындайды.

Түйін сөздер: отын элементтері, катализатор, мембрана-электрод блогы (МЭБ), кернеу, платина.

S. Opakhai^{1*}, K.A. Kuterbekov¹, K.Zh. Bekmyrza¹, A.M. Kabyshev¹,
M.M. Kubenova¹, N.K. Aidarbekov¹, Zh.S. Zeinulla¹, Ye.M. Pangaliev²

¹L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

²Caspian University of Technology and Engineering named after Sh. Yesenov, Aktau, Kazakhstan

*e-mail: serikjan_0707@mail.ru

Investigation of the influence of platinum content on the characteristics of membrane-electrode assemblies of a polymer electrolyte fuel cell

This work presents an analysis of the impact of key parameters, such as platinum content, temperature, and oxygen concentration, on the performance of membrane-electrode assemblies (MEAs) used in fuel cells. The primary objective of the study is to develop recommendations for optimizing catalyst compositions to achieve a balance between performance and cost-effectiveness. Modeling was conducted for three types of catalysts: pure platinum (Pt), platinum with nickel (Pt-Ni), and platinum with cobalt (Pt-Co). The dependencies of voltage, power, and efficiency on current density were investigated, taking into account activation, ohmic, and mass transport losses. To assess the stability of the catalysts, the parameter of voltage variation (ΔV) was used within the range of operating loads. The results of the study demonstrate that platinum content has the most significant impact on the performance of MEAs. The optimal platinum content is 1.0 relative units, at which the maximum values of power and efficiency are achieved. However, alloyed catalysts (Pt-Ni and Pt-Co) exhibit stability at lower costs, making them promising for application. Additionally, the characteristics were found to depend on temperature and oxygen concentration, emphasizing the importance of controlling operating conditions.

Keywords: fuel cells, catalyst, membrane-electrode assembly (MEA), voltage, platinum.

Введение

Топливные элементы с твердополимерным электролитом (ТПЭ), также известные как PEMFC (Proton Exchange Membrane Fuel Cells), в последние десятилетия привлекают значительное внимание научного сообщества и промышленного сектора [1]. Их уникальные характеристики, включающие высокую удельную мощность, низкий уровень вредных выбросов, способность к быстрому запуску и регулированию под нагрузкой, а также совместимость с различными видами топлива (в первую очередь с водородом высокой чистоты), делают ТПЭ-технологию одним из ключевых направлений развития современной энергетики [2]. В условиях растущего внимания к сокращению выбросов парниковых газов и уменьшению зависимости от ископаемых энергоносителей топливные элементы рассматриваются как одна из основ будущей водородной экономики. Они способны обеспе-

чить не только экологически чистое энергоснабжение для транспорта (легковых и грузовых автомобилей, автобусов, поездов, морских судов), но и эффективную генерацию электроэнергии для стационарных установок, включая распределённую энергетику и автономные системы жизнеобеспечения [3, 4].

В основе работы ТПЭ-топливного элемента лежит мембранно-электродный блок (МЭБ), состоящий из твёрдополимерной протонопроводящей мембраны, а также анодного и катодного электродов, на которых протекают электрохимические реакции. Для анода наиболее распространённым топливом является водород, который подаётся под давлением и окисляется, высвобождая электроны. На катоде происходит электрохимическое восстановление кислорода (Oxygen Reduction Reaction, ORR), обеспечивающее замыкание цепи и формирование тока.

Таким образом, эффективность и выходная мощность топливного элемента в решающей степени зависят от каталитических свойств электродов, особенно катода, поскольку ORR является кинетически более «трудной» реакцией по сравнению с окислением водорода [5-7].

Наиболее эффективным катализатором для ORR на сегодняшний день считается платина (Pt) благодаря её уникальным свойствам – высокой активности, устойчивости к коррозии в кислородсодержащей среде, а также совместимости с протонопроводящей мембраной. Применение платиновых катализаторов даёт возможность достичь значительных показателей плотности тока и КПД топливного элемента, что уже подтверждено в лабораторных и демонстрационных образцах. Однако существенным ограничивающим фактором массового внедрения ТПЭ-технологий является высокая стоимость платины, а также её ограниченные мировые запасы. Это приводит к удорожанию конечных систем и снижению их конкурентоспособности по сравнению с традиционными источниками энергии [8, 9].

Стремление снизить себестоимость топливных элементов стимулирует поиск альтернативных каталитических материалов, путей минимизации содержания драгоценных металлов и оптимизации структуры катализаторных слоёв. Исследователи активно изучают разнообразные стратегии снижения платиносодержания: от разработки биметаллических и многокомпонентных наноструктур, в которых Pt сочетается с более доступными и недорогими металлами (например, Fe, Co, Ni, Cu), до применения неметаллических каталитических систем на основе углеродных и других функциональных материалов. Немаловажную роль играют улучшение распределения частиц катализатора в пористой структуре газодиффузионного слоя, формирование оптимальной морфологии наночастиц, а также применение новых методов синтеза и нанесения катали-

заторов, позволяющих достичь максимального использования платиновых центров [10-13].

Таким образом, актуальной задачей сегодняшнего дня является разработка экономически и ресурсно эффективных катализаторов для ТПЭ-топливных элементов, сохраняющих или повышающих показатели активности и стабильности при существенном снижении содержания платины. Решение этой задачи способствует ускорению коммерциализации и широкому внедрению топливных элементов, а также будет способствовать формированию основ новой энергетической парадигмы, основанной на чистой, устойчивой и доступной энергии. В данной работе рассматриваются подходы к снижению платиносодержания и повышению каталитической эффективности МЭБ, что позволит приблизить перспективу масштабного промышленного применения экологически безопасных топливных элементов.

Настоящее исследование направлено на анализ влияния содержания платины, температуры и концентрации кислорода на характеристики МЭБ. Целью работы является разработка рекомендаций по оптимизации катализаторов для достижения баланса между эффективностью и экономичностью. Дополнительно, в данном исследовании рассматривается влияние ключевых параметров, таких как температура, содержание платины и концентрация кислорода, на характеристики МЭБ. Важность этих параметров обусловлена их прямым влиянием на основные процессы, включая электрохимическую кинетику, транспортировку реагентов и стабильность работы катализаторов.

Понимание этих взаимосвязей позволит разработать более эффективные и экономически выгодные решения для использования топливных элементов в различных приложениях. Основной акцент в работе сделан на анализ характеристик катализаторов Pt, Pt-Ni и Pt-Co, а также их потенциальной замене для снижения стоимости без значительной потери эффективности.

Материалы и методы

Для анализа характеристик МЭБ использовались аналитические модели, описывающие ключевые процессы: активационные потери, омическое сопротивление и потери массовой транспортировки. Основное уравнение, описывающее напряжение топливного элемента, имеет вид:

$$V = V_0 - k_T \cdot T - \frac{k_c}{C_0}$$

где V_0 – теоретическое равновесное напряжение

(1.23 В), T – температура (°C), C_0 – концентрация кислорода (молекулы/см³), k_T и k_c – эмпирические коэффициенты, описывающие потери напряжения.

Мощность рассчитывалась как $P = V \cdot I$, где I – токовая плотность. Для анализа эффективности использовался метод численного интегрирования по всей области плотности тока. Изучались три типа катализаторов: чистая платина (Pt), платина с добавками никеля (Pt-Ni) и кобальта (Pt-Co).

Содержание платины варьировалось от 0.1 до 1.0 усл. ед., температура изменялась в диапазоне 30–90 °С, а концентрация кислорода от 0.1 до 1.0 молекул/см³.

Для моделирования характеристик катализаторов учитывались активационные потери, связанные с преодолением энергии активации реакции восстановления кислорода (ORR), а также омические потери, вызванные сопротивлением мембраны и электродов. Потери массовой транспортировки были включены в модель для описания ограничений в подаче кислорода к активным зонам катализатора.

Результаты и обсуждение

На основе моделирования были получены зависимости напряжения, мощности и стабильности от содержания платины, температуры и концентрации кислорода. Основные результаты представлены на графиках с детальным описанием.

На графике представлена зависимость напряжения (V) мембранно-электродных блоков (МЭБ) от температуры (T) и концентрации кислорода (C_O) для катализаторов Pt, Pt-Ni и Pt-Co. Для чистой платины (Pt) наблюдается значительное снижение напряжения при увеличении температуры и уменьшении концентрации кислорода, что объясняется ростом активационных и массовых потерь. Легированный катализатор Pt-Ni демонстрирует схожую динамику, но напряжение остаётся несколько ниже по сравнению с Pt из-за изменения электронной структуры, снижая каталитическую активность. Катализатор Pt-Co показывает наибольшую устойчивость к изменениям

значения эмпирических коэффициентов k_T и k_c подбирались на основе экспериментальных данных, чтобы обеспечить максимальную точность расчётов. Катализаторы оценивались по стабильности напряжения ΔV и устойчивости к изменениям условий эксплуатации. Особое внимание уделялось изучению зависимости напряжения и мощности от содержания платины, что позволило выявить оптимальные параметры для каждого типа катализатора. Полученные результаты использовались для формирования рекомендаций по повышению эффективности и снижению затрат в топливных элементах.

температуры и концентрации кислорода, что связано с улучшенной стабильностью реакции восстановления кислорода (ORR) благодаря добавлению кобальта.

Научное объяснение состоит в том, что Pt-Co более эффективно снижает массовые потери и сохраняет высокую активность даже при неблагоприятных условиях. Практическая значимость графика заключается в возможности выбора оптимального катализатора: Pt подходит для стандартных условий, Pt-Ni обеспечивает баланс между стоимостью и производительностью, а Pt-Co подходит для тяжёлых эксплуатационных режимов. Эти данные подчеркивают необходимость учитывать условия эксплуатации при проектировании топливных элементов. График также подтверждает перспективность использования легированных катализаторов для повышения стабильности и экономической эффективности систем.

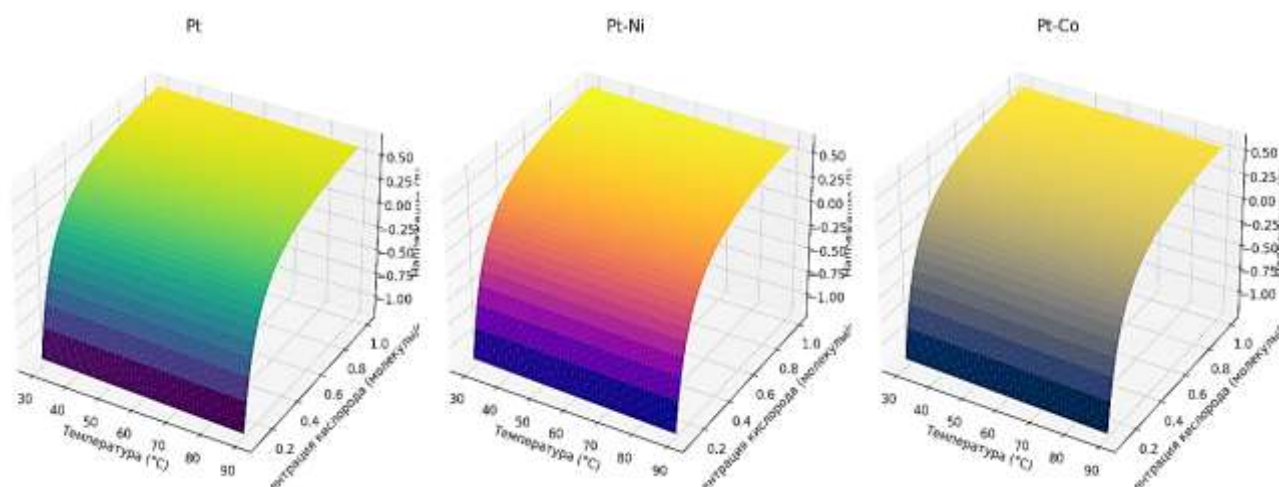


Рисунок 1 - Зависимости напряжения для катализаторов (Pt, Pt-Ni, Pt-Co) от температуры и концентрации кислорода

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) демонстрируют зависимость напряжения от плотности тока для катализаторов Pt, Pt-Ni и Pt-Co (рисунок 2). Чистая платина показывает наиболее высокое напряжение при всех плотностях тока, что объясняется её высокой каталитической активностью в реакции восстановления кислорода. Легированные катализаторы Pt-Ni и Pt-Co демонстрируют несколько меньшие значения напряжения, особенно при высоких плотностях тока. Однако их производительность остаётся стабильной, что делает их подходящими для промышленных приложений, где стоимость катализаторов имеет решающее значение. График подчеркивает необходимость баланса между эффективностью и экономичностью при выборе катализаторов для мембранно-электродных блоков.

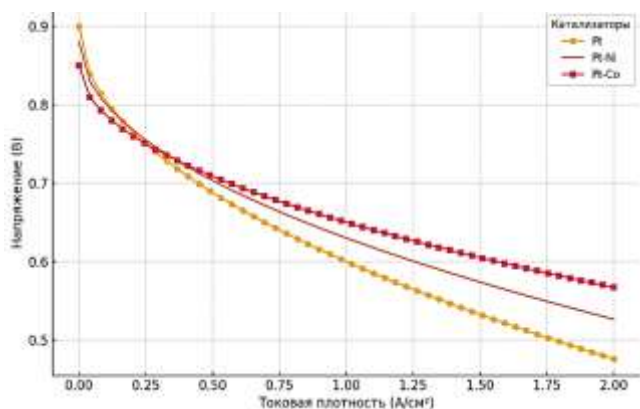


Рисунок 2 - Вольт-амперные характеристики (ВАХ) мембранно-электродных блоков с различными катодными катализаторами

На рисунке 3 показано, как теряются напряжение и мощность в зависимости от плотности тока для катализаторов Pt, Pt-Ni и Pt-Co. Чистая платина демонстрирует минимальные потери, что объясняется её высокой электронной проводимостью и каталитической активностью. Легированные катализаторы Pt-Ni и Pt-Co показывают более значительные потери при высоких токовых плотностях, что связано с их меньшим числом активных центров и увеличением омического сопротивления. Однако на низких токовых плотностях разница между катализаторами минимальна, что указывает на их схожую эффективность в условиях малой нагрузки. Таким образом, график подчеркивает важность выбора катализатора в зависимости от условий работы топливного элемента.

На рисунке 4 график демонстрирует стабильность работы катализаторов Pt, Pt-Ni и Pt-

Co при различных плотностях тока. Все три катализатора показывают схожую стабильность напряжения (ΔV), что подтверждает их пригодность для использования в промышленных приложениях. Стабильность катализаторов особенно важна для обеспечения долговечности и надёжности работы топливного элемента. Данный результат указывает на то, что даже менее дорогие катализаторы, такие как Pt-Ni и Pt-Co, могут использоваться без значительного ущерба для стабильности работы топливного элемента, что делает их экономически привлекательным решением.

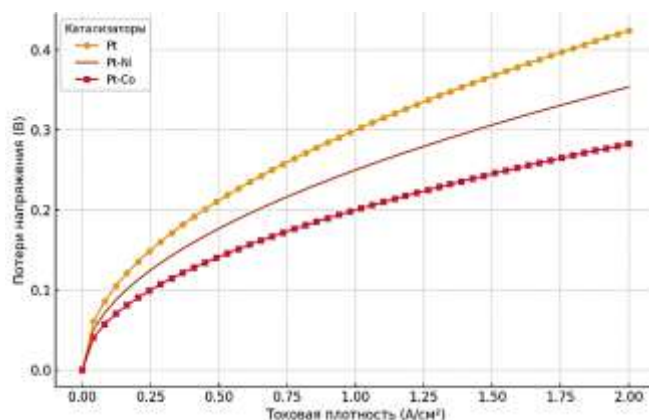


Рисунок 3 - Потери напряжения для различных катализаторов

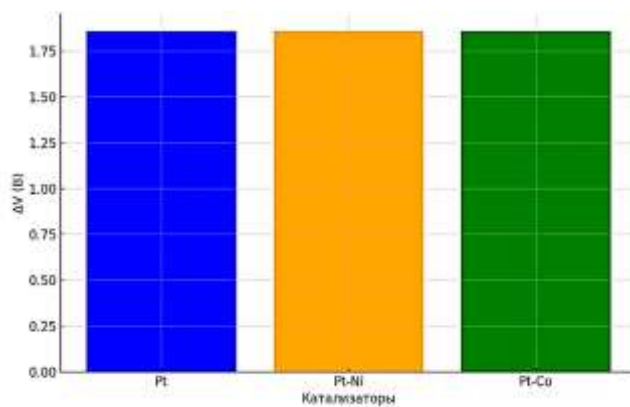


Рисунок 4 - Сравнение изменений напряжения (ΔV) для катализаторов

На графике видно (рисунок 5), что мощность увеличивается с ростом плотности тока, достигая пика, после чего начинает снижаться из-за падения напряжения. Катализатор Pt демонстрирует наивысшую мощность, однако Pt-Ni и Pt-Co также показывают конкурентоспособные результаты, особенно при высоких нагрузках. Это связано с их стабильностью в условиях интенсивной эксплуатации. График

подчёркивает необходимость оптимизации плотности тока для достижения максимальной производительности топливного элемента.

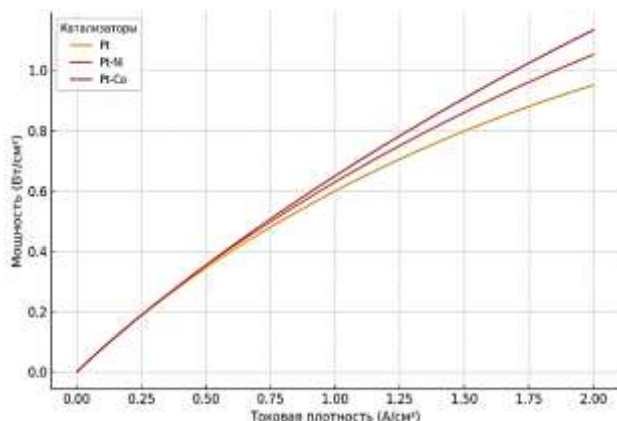


Рисунок 5 - Зависимость мощности от токовой плотности

Рисунок 6 демонстрирует влияние содержания платины на напряжение. С увеличением содержания платины напряжение повышается, что связано с увеличением числа активных центров, участвующих в реакции восстановления кислорода (ORR). При содержании платины 1.0 усл. ед. достигаются максимальные показатели напряжения, особенно при высокой плотности тока. Данный результат подчёркивает значимость содержания платины для обеспечения высокой производительности топливного элемента.

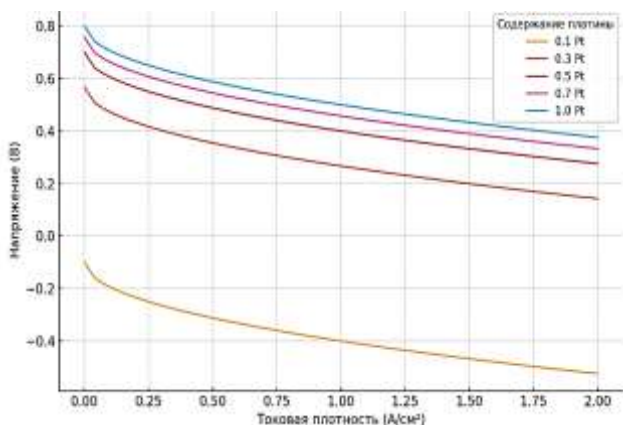


Рисунок 6 - Вольт-амперные характеристики (ВАХ) для различного содержания платины

На рисунке 7 график показывает, как мощность зависит от содержания платины. Увеличение содержания платины приводит к росту мощности, достигая максимума при содержании 1.0 усл. ед. Однако дальнейшее увеличение содержания платины может быть экономически нецелесообразным из-за высокой

стоимости материала. График подчеркивает необходимость поиска баланса между производительностью и затратами.

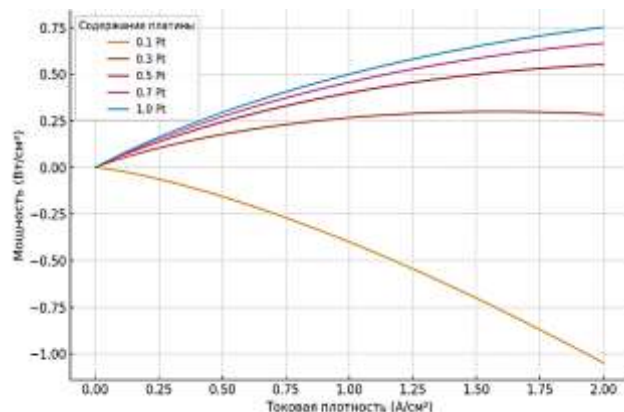


Рисунок 7 - Мощность для различного содержания платины

Эффективность топливного элемента увеличивается с ростом содержания платины. Это связано с улучшением кинетики реакции восстановления кислорода и снижением потерь напряжения. Максимальная эффективность достигается при содержании платины 1.0 усл. ед. Данный результат указывает на важность оптимизации содержания платины для достижения высокой эффективности без значительного увеличения затрат (рисунок 8).

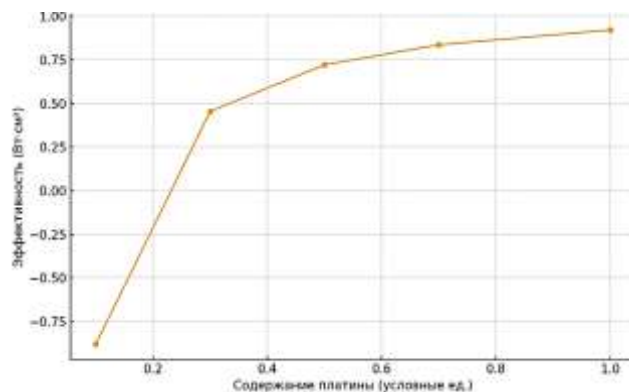


Рисунок 8 - Зависимость эффективности от содержания платины

Стабильность напряжения (ΔV) остаётся высокой при всех уровнях содержания платины. Это свидетельствует о том, что даже при низком содержании платины топливные элементы сохраняют устойчивость к изменениям нагрузки. Данный результат подчёркивает возможность использования низкоплатиновых катализаторов для снижения стоимости без существенного ухудшения стабильности. Кроме того,

увеличение потерь для Pt-Ni и Pt-Co связано с изменением электронной структуры поверхности, которая влияет на скорость реакции восстановления кислорода (ORR). Однако важно отметить, что на низких токовых плотностях, где активационные потери преобладают, разница между катализаторами минимальна. Это указывает на их схожую эффективность при условиях малых нагрузок, например, в стационарных системах. Таким образом, график подчёркивает необходимость оптимизации состава катализаторов для достижения равновесия между затратами и производительностью (рисунок 9).

Заключение

Проведённое исследование показало значительное влияние содержания платины, температуры и концентрации кислорода на характеристики мембранно-электродных блоков (МЭБ). Было выявлено, что оптимальное содержание платины составляет 1.0 усл. ед., при котором достигаются максимальные значения мощности, напряжения и эффективности. Однако результаты также продемонстрировали, что использование легированных катализаторов (Pt-Ni и Pt-Co) обеспечивает конкурентоспособные характеристики при меньших затратах. Это делает их привлекательными для коммерческого применения в промышленных масштабах.

Кроме того, анализ зависимости характеристик от температуры и концентрации кислорода подтвердил необходимость строгого контроля эксплуатационных параметров. Например, высокая концентрация кислорода и температура в диапазоне 60–80°C являются ключевыми факторами для минимизации потерь напряжения и максимизации эффективности. Легированные катализаторы проявили устойчивость в условиях высокой нагрузки, что расширяет их сферу применения.

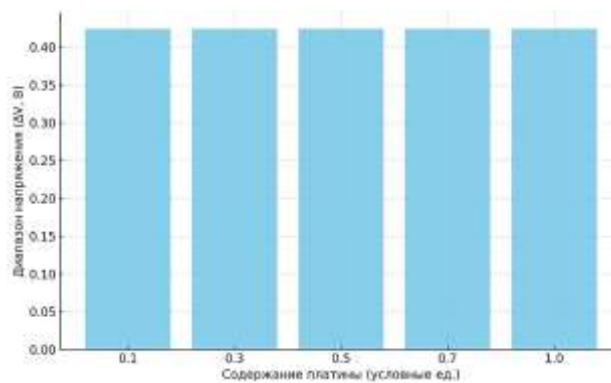


Рисунок 9 - Стабильность напряжения при разных содержаниях платины

Практическая значимость работы заключается в возможности снижения стоимости топливных элементов без значительного ущерба для их производительности. Данные результаты подтверждают перспективность дальнейшей разработки катализаторов с низким содержанием платины и внедрения оптимальных эксплуатационных режимов.

Научная ценность исследования заключается в расширении знаний о взаимодействии ключевых параметров в работе МЭБ и их влиянии на характеристики топливных элементов. Результаты могут быть использованы для создания более доступных, стабильных и эффективных решений для перехода на экологически чистые источники энергии.

Финансирование

Исследования выполнены при финансовой поддержке МНВО РК (BR24992964 «Разработка интегрированных энергосберегающих технологий для развития экологической устойчивости и эффективности морских операций в казахстанском секторе Каспийского моря»).

Литература References

- 1 M.M. Tellez-Cruz, J. Escorihuela, O. Solorza-Feria and V. Compañ, Proton exchange membrane fuel cells (PEMFCs): Advances and challenges, *Polymers* **13**, 3064 (2021). <https://doi.org/10.3390/polym13183064>
- 2 M. Pan, C. Pan, C. Li and J. Zhao, A review of membranes in proton exchange membrane fuel cells: Transport phenomena, performance and durability, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **141**, 110771 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.110771>
- 3 Z. Hua, Z. Zheng, E. Pahon, M.C Péra and F. Gao, A review on lifetime prediction of proton exchange membrane fuel cells system, *Journal of Power Sources* **529**, 231-256 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2022.231256>
- 4 X.R. Wang, Y. Ma, J. Gao, T. Li, G.Z Jiang and Z.Y Sun, Review on water management methods for proton exchange membrane fuel cells, *International Journal of Hydrogen Energy* **46**(22), 12206-12229 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2020.06.211>

- 5 N.H. Jawad, A.A. Yahya, A.R. Al-Shathir, H.G. Salih, K.T. Rashid, S. Al-Saadi and Q.F. Alsahy, Fuel cell types, properties of membrane, and operating conditions: A review, Sustainability **14**(21), 14653 (2022). <https://doi.org/10.3390/su142114653>
- 6 K. Jiao, J. Xuan, Q. Du, Z. Bao, B. Xie, B. Wang and M.D. Guiver, Designing the next generation of proton-exchange membrane fuel cells, Nature **595**(7867), 361-369 (2021). <https://doi.org/10.1038/s41586-021-03482-7>
- 7 R. Haider, Y. Wen, Z.F. Ma, D.P. Wilkinson, L. Zhang, X. Yuan and J. Zhang, High temperature proton exchange membrane fuel cells: progress in advanced materials and key technologies, Chemical Society Reviews **50**(2), 1138-1187 (2021). <https://doi.org/10.1039/D0CS00296H>
- 8 P.C. Okonkwo, O.O. Ige, P.C. Uzoma, W. Emori, A. Benamor and A.M. Abdullah, Platinum degradation mechanisms in proton exchange membrane fuel cell (PEMFC) system: A review, International journal of hydrogen energy **46**(29), 15850-15865 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2021.02.078>
- 9 L. Osmieri and Q. Meyer, Recent advances in integrating platinum group metal-free catalysts in proton exchange membrane fuel cells, Current Opinion in Electrochemistry **31**, 100847 (2022). <https://doi.org/10.1016/j.coelec.2021.100847>
- 10 H.R. Litkhi, A. Bahari and M.P. Gatabi, Improved oxygen reduction reaction in PEMFCs by functionalized CNTs supported Pt–M (M= Fe, Ni, Fe–Ni) bi-and tri-metallic nanoparticles as efficient electrocatalyst, International Journal of Hydrogen Energy **45**(43), 23543-23556 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2020.06.179>
- 11 S. Belenov, A. Alekseenko, A. Pavlets, A. Nevelskaya and M. Danilenko, Architecture evolution of different nanoparticles types: relationship between the structure and functional properties of catalysts for PEMFC, Catalysts **12**(6), 638 (2022). <https://doi.org/10.3390/catal12060638>
- 12 A.S. Pavlets, A.A. Alekseenko, N.Y. Tabachkova, O.I. Safronenko, A.Y. Nikulin, D.V. Alekseenko and V.E. Guterman, A novel strategy for the synthesis of Pt–Cu uneven nanoparticles as an efficient electrocatalyst toward oxygen reduction, International Journal of Hydrogen Energy **46**(7), 5355-5368 (2021). <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2020.11.094>
- 13 F. Xiao, Q. Wang, G.L. Xu, X. Qin, I. Hwang, C.J. Sun and M. Shao, Atomically dispersed Pt and Fe sites and Pt–Fe nanoparticles for durable proton exchange membrane fuel cells, Nature Catalysis **1**(5), 503-512 (2022). <https://doi.org/10.1038/s41929-022-00796-1>

Мақала тарихы:

Түсті – 23.12.2024

Түзетілген түрде түсті – 25.05.2025

Қабылданды – 22.09.2025

Article history:

Received 23 December 2024

Received in revised form 25 May 2025

Accepted 22 September 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Серікжан Опахай** (автор-корреспондент) – «Еуразиялық физикалық-энергетикалық зерттеулер және ғылыми-интенсивті технологиялар институты» ҒЗ институтының директоры, PhD, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан; e-mail: serikjan_0707@mail.ru

2. **Қайрат Күтербеков** – Ядролық физика, жаңа материалдар және технологиялар кафедрасының ғылыми профессоры, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан; e-mail: kkuterbekov@gmail.com

3. **Кенжебатыр Бекмырза** – Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің техникалық физика кафедрасының оқытушы-зерттеушісі, Астана, Қазақстан; e-mail: kbekmyrza@yandex.kz

4. **Әсет Қабышев** – Ядролық физика, жаңа материалдар және технологиялар кафедрасының оқытушы-зерттеушісі, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан; e-mail: assetenu@gmail.com

Information about authors:

1. **Serikzhan Opakhai** – Corresponding author, Director of the Research Institute “Eurasian Institute for Physical-Energy Research and Science-Intensive Technologies”, PhD, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: serikjan_0707@mail.ru

2. **Kairat Kuterbekov** – Research Professor, Department of Nuclear Physics, New Materials and Technologies, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: kkuterbekov@gmail.com

3. **Kenzhebatyr Bekmyrza** – Research Lecturer, Department of Technical Physics, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: kkuterbekov@gmail.com, Astana, Kazakhstan, e-mail: kbekmyrza@yandex.kz

4. **Asset Kabyshev** – Lecturer-researcher, Department of Nuclear Physics, New Materials and Technologies, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: assetenu@gmail.com

5. **Маржан Кубенова** – Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің стандарттау және сертификаттау кафедрасының оқытушы-зерттеушісі, Астана, Қазақстан; e-mail: kubenova.m@yandex.kz

6. **Нұрсұлтан Айдарбеков** – Ядролық физика, жаңа материалдар және технологиялар кафедрасының оқытушысы, Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана, Қазақстан; e-mail: nursultan02_22.10.92@mail.ru

7. **Жасұлан Зейнулла** - Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 3-курс докторанты, Астана, Қазақстан; e-mail: zeizhaser@mail.ru

8. **Ербол Пангалиев** - Ш. Есенов атындағы Каспий технология және инженерия университетінің экология және қоршаған орта кафедрасының оқытушысы, Ақтау, Қазақстан; e-mail: erbolpm@mail.ru

5. **Marzhan Kubenova** – Lecturer-researcher, Department of Standardization and Certification, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: kubenova.m@yandex.kz

6. **Nursultan Aidarbekov** – Lecturer, Department of Nuclear Physics, New Materials and Technologies, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: nursultan02_22.10.92@mail.ru

7. **Zhasulan Zeynulla** – 3rd year PhD student, L.N. Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan, e-mail: zeizhaser@mail.ru

8. **Yerbol Pangaliyev** – Lecturer, Department of Ecology and Environment, Caspian University of Technology and Engineering named after Sh. Yessenov, Aktau, Kazakhstan, e-mail: erbolpm@mail.ru

Плазма физикасы

Plasma Physics

Физика плазмы

M. Kavehnia¹ , H. Sadeghi^{1*} , S.N. Hosseinimotlagh² 

¹Department of Physics, Faculty of Sciences, Arak University, Arak, Iran

²Department of Physics, Shi.,C., Islamic Azad University, Shiraz, Iran

*e-mail: H-sadeghi@araku.ac.ir

UTILIZING THE EFFECTIVE INTERACTION POTENTIALS TO INVESTIGATE THE HOT THERMAL RELAXATION INDUCED VIA ION AND ELECTRON TEMPERATURE OF DT, D³He AND P¹¹B HOT PLASMA

In this work, the binary model and the effective interaction potentials approach are used to investigate the hot thermal relaxation induced by the temperature of dense plasma. This model is significant for thermonuclear combustion, especially for non-isothermal dense hot plasma fuels such as DT (neutron generator). Therefore, we used the development of this model for the first time to physically describe two neutron-free fuels D³He and P¹¹B. In this study, we examine the temperatures of electrons (Te) and ions (Ti) individually because the temperature within the electron and ion subsystems attains equilibrium much more rapidly than the temperature between electrons and ions. This phenomenon arises from the disparity between the masses of ions and electrons. Since the simulations and computations for fusion through confinement are exceedingly intricate due to the multitude of different physical processes that occur, and a considerable amount of time is required to perform these calculations, we have applied the method of effective interaction potentials for the first time in this study as this method can facilitate precise and rapid calculations for dense plasmas. The effective interaction potentials consist of two components: a) charge overlap effects at extended distances and b) quantum effects at shorter distances. We compute the stopping power, deceleration time, transfer coefficients, energy absorption, and temperature relaxation associated with non-isothermal dense hot plasma of DT, D³He, and P¹¹B fuels, identifying their optimal values.

Keywords: dense, fusion fuel, hot plasma, temperature, interaction potential.

М. Кавехния¹, Х. Садеги^{1*}, С.Н. Хоссейнимолаг²

¹Физика кафедрасы, Ғылым факультеті, Арак университеті, Арак, Иран

²Физика кафедрасы, Шираз, Ислам Азад университеті, Шираз, Иран

*e-mail: H-sadeghi@araku.ac.ir

DT, D³He және P¹¹B ыстық плазмасының иондық және электрондық температурасы арқылы индукцияланған ыстық термиялық релаксацияны зерттеу үшін тиімді өзара әрекеттесу потенциалдарын пайдалану

Бұл жұмыста тығыз плазма температурасымен индукцияланған ыстық термиялық релаксацияны зерттеу үшін екілік модель және тиімді өзара әрекеттесу потенциалдары тәсілі қолданылады. Бұл модель термоядролық жану үшін, әсіресе DT (нейтрон генераторы) сияқты изотермиялық емес тығыз ыстық плазма отындары үшін маңызды. Сондықтан біз бұл модельдің дамуын алғаш рет екі нейтронсыз отын D³He және P¹¹B физикалық түрде сипаттау үшін пайдаландық. Бұл зерттеуде біз электрондардың (Te) және иондардың (Ti) температурасын жеке-жеке қарастырамыз, себебі электрон мен иондық жүйелердегі температура электрондар мен иондар арасындағы температураға қарағанда әлдеқайда жылдам тепе-теңдікке жетеді. Бұл құбылыс иондар мен электрондардың массалары арасындағы айырмашылықтан туындайды. Шектелген термоядролық синтезді модельдеу және есептеулер көптеген әртүрлі физикалық процестерге байланысты өте күрделі болғандықтан және бұл есептеулерді орындау үшін айтарлықтай уақыт қажет болғандықтан, біз бұл зерттеуде алғаш рет тиімді өзара әрекеттесу потенциалдары әдісін

қолдандық, себебі бұл әдіс тығыз плазмалар үшін дәл және жылдам есептеулерді жеңілдетеді. Тиімді өзара әрекеттесу потенциалдары екі компоненттен тұрады: а) ұзақ қашықтықтағы зарядтардың қабаттасу эффектілері және ә) қысқа қашықтықтағы кванттық эффектілер. Біз DT, D^3He және $P^{11}B$ отындарының изотермиялық емес тығыз ыстық плазмасымен байланысты тоқтату қуатын, баяулау уақытын, тасымалдау коэффициенттерін, энергияны сіңіруді және температураның релаксациясын есептейміз, олардың оңтайлы мәндерін анықтаймыз.

Түйін сөздер: тығыздық, термоядролық отын, ыстық плазма, температура, өзара әрекеттесу потенциалы.

М. Кавехния¹, Х. Садеги^{1*}, С.Н. Хоссейнимолаг²

¹Кафедра физики, факультет естественных наук, Университет Арака, Арак, Иран

²Кафедра физики, Исламский университет Азад, Шираз, Иран

*e-mail: H-sadeghi@araku.ac.ir

Использование эффективных потенциалов взаимодействия для исследования горячей тепловой релаксации, индуцированной ионной и электронной температурой горячей плазмы DT, D^3He и $P^{11}B$

В данной работе бинарная модель и подход эффективных потенциалов взаимодействия используются для исследования горячей тепловой релаксации, индуцированной температурой плотной плазмы. Эта модель важна для термоядерного горения, особенно для неизотермических плотных плазменно-горячих топлив, таких как DT (нейтронный генератор). Поэтому мы впервые использовали разработку этой модели для физического описания двух безнейтронных топлив D^3He и $P^{11}B$. В данном исследовании мы рассматриваем температуры электронов (T_e) и ионов (T_i) по отдельности, поскольку температура внутри электронной и ионной подсистем достигает равновесия гораздо быстрее, чем температура между электронами и ионами. Это явление возникает из-за разницы в массах ионов и электронов. Поскольку моделирование и расчёты для термоядерного синтеза в условиях удержания чрезвычайно сложны из-за множества различных физических процессов, которые происходят, и для выполнения этих расчётов требуется значительное время, мы впервые применили в данном исследовании метод эффективных потенциалов взаимодействия, поскольку этот метод может обеспечить точные и быстрые расчёты для плотной плазмы. Эффективные потенциалы взаимодействия состоят из двух компонентов: а) эффектов перекрытия зарядов на больших расстояниях и б) квантовых эффектов на более коротких расстояниях. Мы вычисляем тормозную способность, время замедления, коэффициенты переноса, поглощение энергии и температурную релаксацию, связанные с неизотермической плотной горячей плазмой топлив DT, D^3He и $P^{11}B$, и определяем их оптимальные значения.

Ключевые слова: плотный, термоядерное топливо, горячая плазма, температура, потенциал взаимодействия.

Introduction

In a high-temperature hydrogen plasma via inertial confinement fusion (ICF) or in the center of stars, ions undergo fusion reactions to produce energetic alpha particles. Then, the alpha particles give their energy to the ions and electrons that make up the plasma through the Coulomb collision, but their speeds are different because the electrons are lighter than the ions. This causes an imbalance in the temperature of the electron and ion, which causes

energy exchange between them to reach the equilibrium temperature. Therefore, the temperature relaxation of electrons and ions is a key parameter that must be modeled to accurately describe the ignition temperature of a thermonuclear plasma [1-4].

Knowledge of the fusion fuel hotspot temperature is critical to the success of inertial confinement fusion (ICF) experiments [3]. In thermonuclear conditions, the fuel is in the form of

plasma, and the ion (Ti) and electron (Te) temperatures should generally be distinguished. The ion temperature can be deduced from the spectrum of the fusion reaction products [5-7]. Information about the electron temperature is mainly obtained from the radiation of the hot blasted plasma, as this radiation is produced by the free electrons scattered off the ions. Since the electrons are much faster, it is only their distribution that dominates the emission spectrum, which should then provide the basis for inferring Te [8-9].

Strongly produced plasmas in experiments are often far from thermal equilibrium. For example, ultra-cold neutral plasmas and dense plasmas can have electron and ion temperatures that differ by an order of magnitude or more [1-5]. In non-equilibrium plasmas - especially those far from equilibrium - an extension of the ideal gas kinetic theory is used to understand the behavior of the plasma [10-12].

In this paper relaxation of temperature, an additional portion of the state equation and correlation energy of non-isothermal hot dense plasmas are investigated according to the effective interaction potentials method, followed by the electron-ion effective interaction potentials for a hot-dense plasma [13-15]. Dense plasma is an active experimental subject and theoretical research is carried out because of its importance for ICF. To obtain a heat-nuclear reaction, study of the transfer properties and relaxation of time caused by the dense plasma temperature is required [15]. During a compression of a target, by a high-energy particle stream, a non-isothermal plasma with different electron and ion temperatures, created. [16-19] Therefore, studying the relaxation of time of the

electrons and ions is very important. The temperature inside the electron and ion subsystems reaches equilibrium between electrons and ions much faster [20-21].

This is due to the large difference between the masses of ions and electrons [22-24]. In this method, the effective interaction potential, Φ , which involves collective screening and quantum effects, is given by equation (1):

$$\Phi_{\alpha\beta}(r) = \int \frac{d^3k}{2\pi^2} \frac{\Phi_{\alpha\beta}(r)}{\epsilon(k, \omega)} e^{ik \cdot r}. \quad (1)$$

Where $\Phi_{\alpha\beta}(r)$ is the pair interaction potential and $\epsilon(k, \omega)$ is the dielectric function. The simplest model that describes the screening potential of point charges, is the Yukawa potential, which is given by equation (2)

$$\Phi_Y(r; n, T) = \frac{Q_1 Q_2}{r} e^{-k_Y r}. \quad (2)$$

Where k_Y denotes the determinate inverse Yukawa screening length. The Yukawa potential can be understood by using the Fermi model or the long wavelength range of the polarization function, in the random phase approximation [25]. In this paper, the results of stopping power, transition coefficients and temperature relaxation are investigated using the effective interaction potentials between electrons and ions in dense plasmas. The effective potential is deduced by using a long wavelength extension of the polarization function and quantum potentials, which implies a limited amount of potential interaction at a distant distance.

Effective interaction potential of electron-ion

The dielectric function in the random phase approximation is given by equation (3):

$$\epsilon(k, 0) = 1 - \frac{4\pi e^2}{k^2} \Pi_{RPA}(k) - \frac{4\pi Z^2 e^2}{k^2} \Pi_{ion}(k). \quad (3)$$

Where $\Pi_{ion}(k)$ is the polarization function of the ions and is obtained from the relation: $\Pi_{ion}(k) = -n_i / (k_B T_i)$. Figure 1-a shows that the variations of $\Pi_{ion}(k)$ (ion polarization function) as a function of T_i (keV) for the three fusion reactions DT, D³He, and P¹¹B.

$\Pi_{RPA}(k)$ is the quantum polarization function of electrons at a finite temperature, which is given by

equation (4) [26]:

$$\Pi_{RPA}(k, \omega) = -\frac{k^2 \chi_0^2}{16\pi e^2 Z^3} [g_3(u + Z) - g_3(u - Z)]. \quad (4)$$

Where: $u = \frac{\omega}{kv_F}$, $Z = \frac{k}{2k_F}$, $\chi_0^2 = 3/16(\hbar\omega_p/E_F)^2$, $k_F = (3\pi^2 n_e)^{1/3}$, $\omega_p^2 = 4\pi n_e e^2 / m_e$ and v_F is the Fermi velocity. Figures 1-b and 1-c show that the variations of u and Z as a function of T (keV) and T_i (keV) for three fusion reactions DT, D³He, and P¹¹B, respectively.

Also $g_3(x)$ is obtained from equation (5):

$$g_3(x) = -g_3(-x) = \int \frac{y dy}{\exp(y^2/\theta - \eta) + 1} \ln \left| \frac{x+y}{x-y} \right|. \quad (5)$$

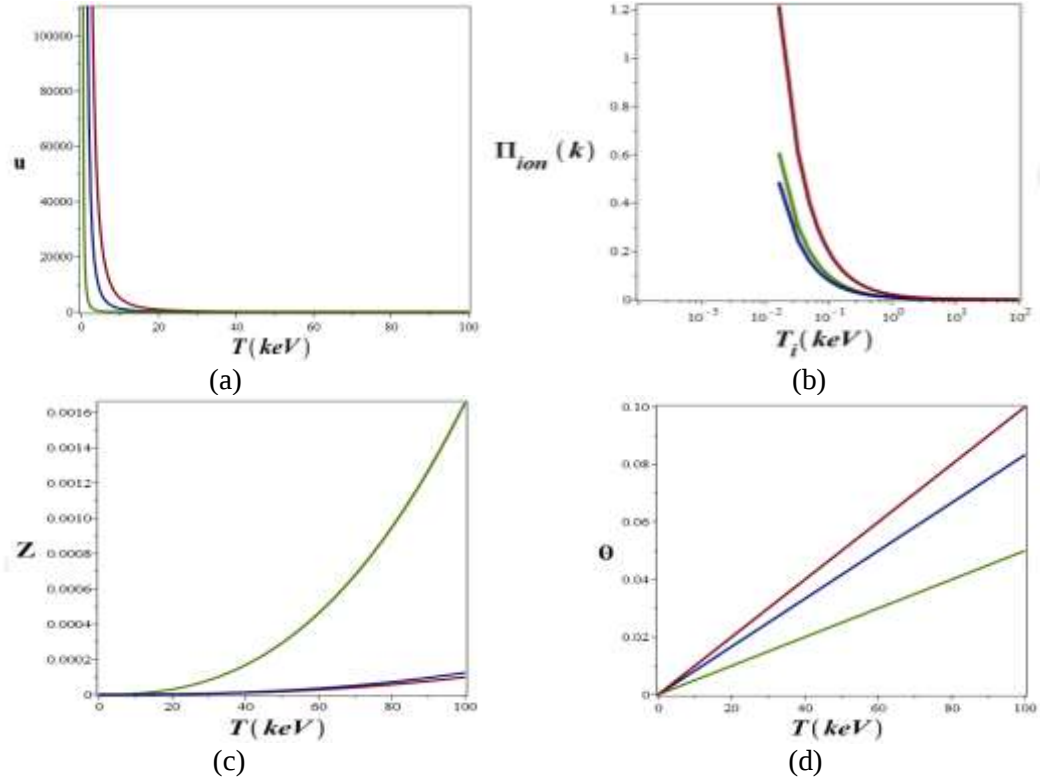


Figure 1 – Comparison of (a): $\Pi_{ion}(k)$ (ion polarization function). (b) u , (c) Z , and (d) θ variations as a function of $T_i(keV)$ and $T(keV)$ for three fusion reactions DT (red), D^3He (blue), and $P^{11}B$ (green)

Where θ is the degeneracy parameter, $\theta = k_B T / E_F$ and η is the chemical potential, defined as $\eta = \mu / k_B T$. In Figure 1-d, we observe the variations of θ (the eigenvalue parameter) in terms of T (keV) for three fusion reactions DT, D^3He , and $P^{11}B$. The effective interaction potential of an electron-ion is given by equation (6) [27]:

$$\Phi_{ei} = \frac{Ze^2}{r} [1 - \exp(-r/\lambda_{ei})]. \quad (6)$$

Where $\lambda_{ei} = \hbar / \sqrt{\pi m_{ei} k_B T_{ei}}$ is the thermal wavelength that describes the nature of the electron wave in the pair interaction potential, m_{ei} is the reduced mass of the pair particle, and Z is the number

of ion charges. Figure 2 shows that the comparison of the three-dimensional diagram of variations λ_{ei} (thermal wavelength) as $T_i(keV)$ and $T_e(keV)$ for three fusion reactions DT, D^3He , and $P^{11}B$.

In order to describe the non-isothermal plasma at two temperatures, not only the temperatures of electrons and ions, but also the electron-ion temperature, T_{ei} , are required [28,29]. Therefore, T_{ei} is represented by equation (7) [30]:

$$T_{ei} = \sqrt{T_e T_i}. \quad (7)$$

The effective interaction potential of electron-ion Φ_{ei} is represented by equation (8):

$$\Phi_{ei} = \frac{Ze^2}{r \lambda_{ee}^2 \gamma^2 \sqrt{1 - (2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2}} \left[\left(\frac{1 - \lambda_{ee}^2 B^2}{1 - \lambda_{ei}^2 B^2} \right) \exp(-rB) - \left(\frac{1 - \lambda_{ee}^2 A^2}{1 - \lambda_{ei}^2 A^2} \right) \exp(-rA) \right] + \frac{Ze^2 \exp(-r/\lambda_{ei})}{r(1 + C_{ei})}. \quad (8)$$

Where A^2 , B^2 , C_{ei} , γ^2 and λ_{ee}^2 and k_i^2 obtained from the equations (9) - (14):

$$A^2 = \gamma^2 / 2 \left[1 + \sqrt{1 - (2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2} \right], \quad (9)$$

$$B^2 = \gamma^2 / 2 \left[1 - \sqrt{1 - (2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2} \right], \quad (10)$$

$$C_{ei} = (k_D^2 \lambda_{ei}^2 - k_i^2 \lambda_{ee}^2) / (\lambda_{ee}^2 / \lambda_{ei}^2 - 1), \quad (11)$$

$$\gamma^2 = k_i^2 + 1 / \lambda_{ee}^2, \quad (12)$$

$$\lambda_{ee}^2 = -b_1 / 4k_F^2, \quad (13)$$

$$k_i^2 = 4\pi n_i Z_i^2 e^2 / k_B T_i. \quad (14)$$

In Figures 3-a to 3-c, we see that the comparison of λ_{ei} and C_{ei} in terms of $T_i(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$ for three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$, respectively.

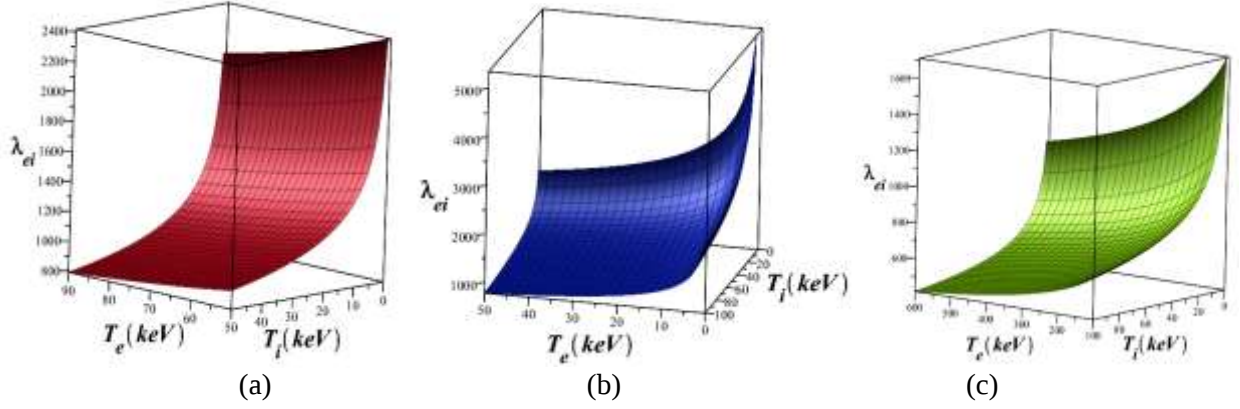


Figure 2 – Comparison of the three-dimensional diagram of variations λ_{ei} (thermal wavelength) as $T_i(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$ for three fusion reactions (a) DT (red), (b) $D^3\text{He}$ (blue), and (c) $P^{11}\text{B}$ (green)

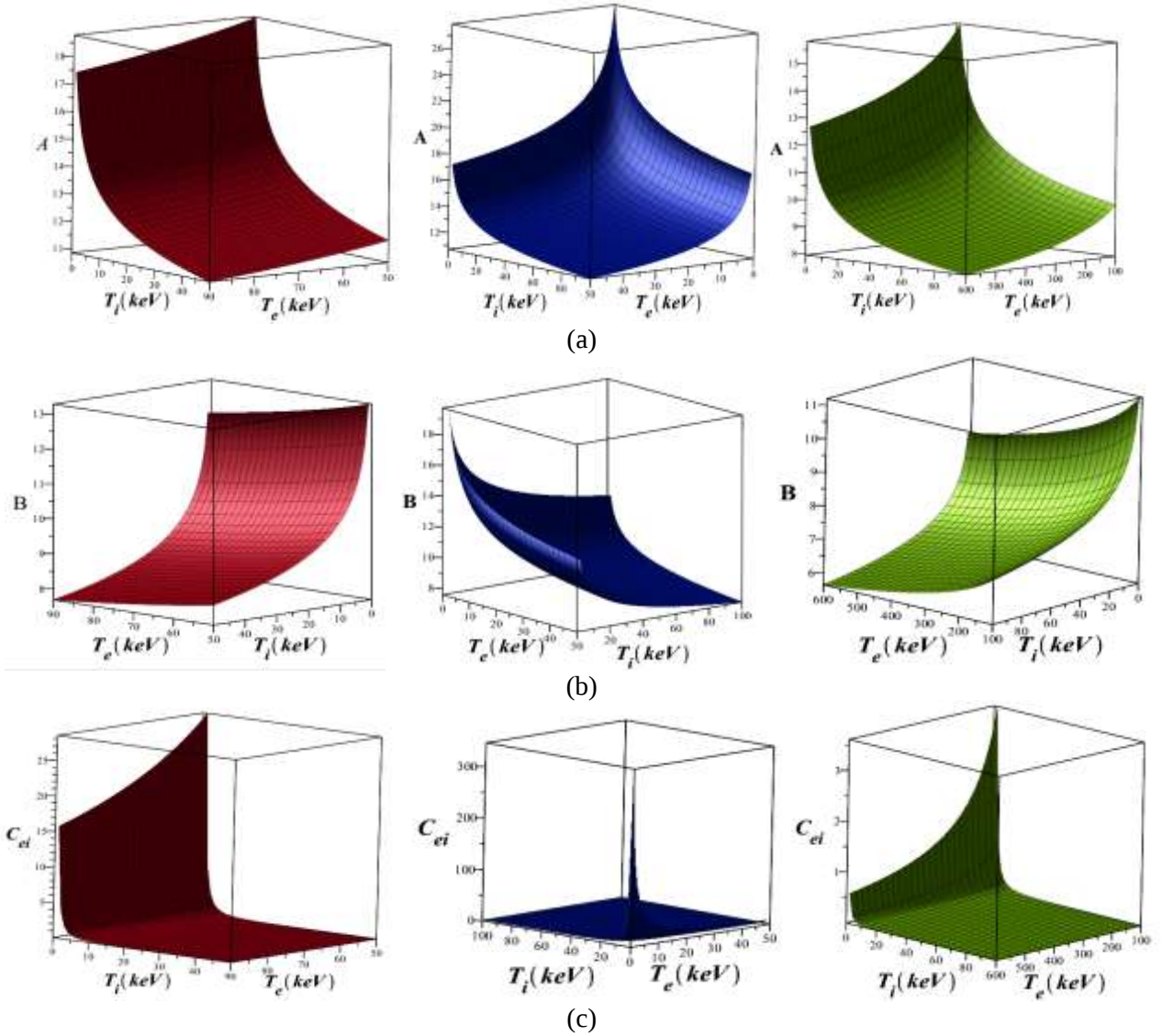


Figure 3 – Comparison of the three-dimensional diagram of variations (a) A, (b) B, and (c) C_{ei} as a function of $T_i(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$ for three fusion reactions DT (red), $D^3\text{He}$ (blue), and $P^{11}\text{B}$ (green)

Figure 4-a shows that the variations of γ^2 parameter as a function of $T_i(\text{keV})$ for the three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$.

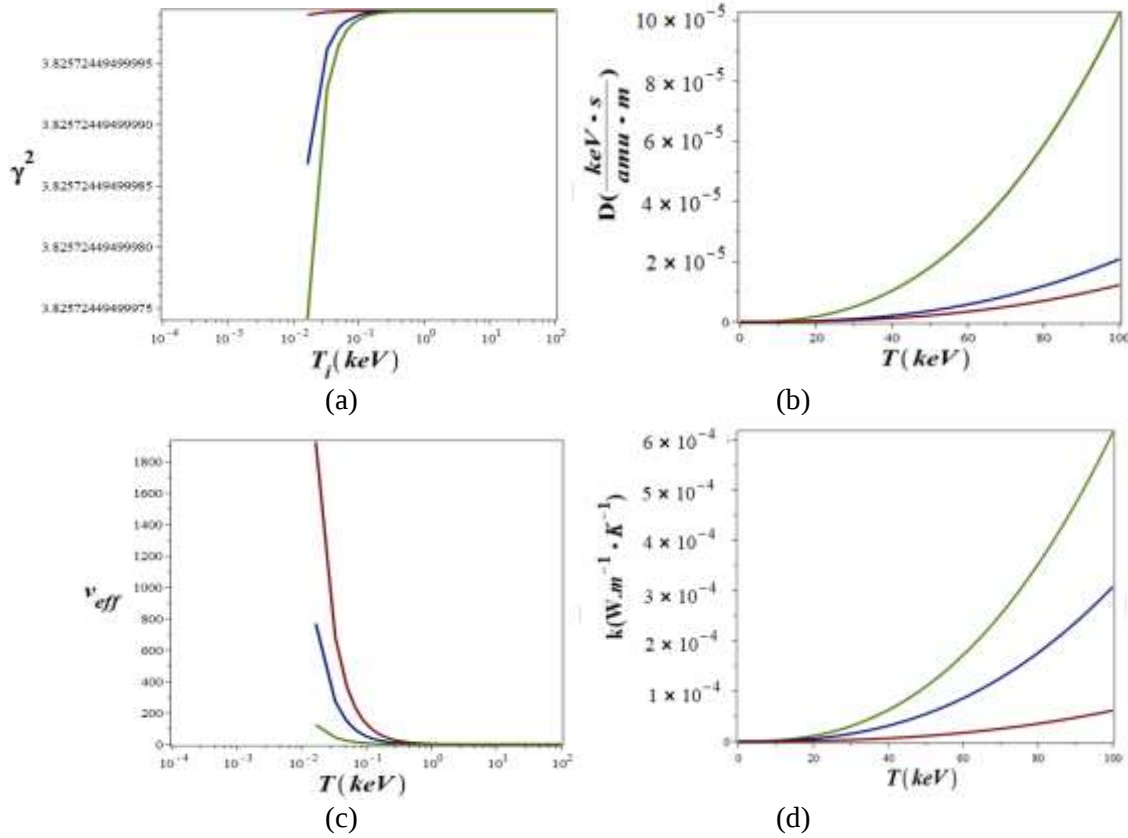


Figure 4 – Comparison of the variations of (a) γ^2 , (b) D (plasma diffusion coefficient), (c) k (thermal conductivity coefficient of plasma) and (d) v_{eff} (effective collision frequency) as a function of $T_i(\text{keV})$ and $T(\text{keV})$ for the three fusion reactions DT (red), $D^3\text{He}$ (blue), and $P^{11}\text{B}$ (green)

Stopping power

One of the most important features that describes the interaction of ions with materials is the stopping power [30]. Stopping power describes the rate of kinetic energy loss of the projectile's direct motion of the projectile in the material, which is presented by the equation (15) [31, 32]:

$$\frac{dE}{dx} = 8\pi n \left(\frac{m_{ei}}{m_i} \right) \cdot E_c \cdot \rho_{\perp}^2 \cdot \Lambda_{ei}. \quad (15)$$

Where $E_c = \frac{1}{2} m_{ei} v^2$ the center of mass energy of the particles is, m_{ei} is the reduced mass of the ions or electrons. V is relative velocity of the scattered particles and: $\rho_{\perp} = Ze^2 / 2E_c$. Also, Λ_{ei} is Coulomb logarithm of the electron-ion that is determined by the scattering angle in equation (16) [33]:

$$\Lambda_{ei} = \frac{1}{\rho_{\perp}^2} \int_0^{\infty} \sin^2 \left[\frac{\chi(\rho)}{2} \right] \rho d\rho. \quad (16)$$

Transfer properties

It is important to study the transfer properties for ICF and solid-state physics. In particular, the ICF requires reliable information on the transfer coefficients, that is, the plasma diffusion coefficient D , the thermal conductivity coefficient k , which is obtained from equations (17) and (18) respectively.

$$D = \frac{k_B T}{m_e v_{\text{eff}}}. \quad (17)$$

$$k = \frac{5n_e k_B^2 T}{m_e v_{\text{eff}}}. \quad (18)$$

Figures 4-b and 4-c show that the variations of D (plasma diffusion coefficient) and k as a function of T (keV) for the three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$, respectively.

In this paper, the DT and $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$ dense plasmas are considered. The plasma diffusion

coefficient and the plasma thermal conductivity coefficient with the effective collision frequency are related by equation (19):

$$\nu_{\text{eff}} = (4/3)\sqrt{2}\pi e^4 \Lambda_{ei} / \sqrt{m_e} (k_B T)^{3/2}. \quad (19)$$

Figure 4-d, shows that the variations of ν_{eff} (effective collision frequency) in terms of $T(\text{keV})$ for three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$, respectively.

Temperature relaxation

The temperature relaxation in plasma is calculated for different density values based on the Coulomb logarithm and using effective potentials [33-34]. The electron-ion temperature relaxation rate (rate of energy change) is determined by as the variations in the mean electron and ion temperatures

by the equation (20):

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{T_i - T_e}{\tau_{ei}} \cdot \frac{dT_i}{dt} = \frac{T_e - T_i}{\tau_{ei}}. \quad (20)$$

Where τ_{ei} the electron-ion interaction is time, which can be determined from equation (20) and is equation (21):

$$\tau_{ei} = \frac{3m_e m_i}{8\sqrt{2}\pi n e^2 \Lambda_{ei}} \left(\frac{k_B T_e}{m_e} + \frac{k_B T_i}{m_i} \right)^{3/2}. \quad (21)$$

Figure 5 illustrates that the comparison of three-dimensional variations of τ_{ei} (ion and electron interaction time) in terms of $T_i(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$ for the three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$, respectively.

The equation of state for plasma is presented by equation (22):

$$P = P_{\text{ideal}} + \frac{2\pi}{3} \sum_{\alpha, \beta} \frac{n_{\alpha} n_{\beta} e_{\alpha}^2 e_{\beta}^2}{k_B T_{\alpha\beta} \gamma^2 \sqrt{1 - (2k_D / \lambda_{ee} \gamma^2)^2}} \times \left[\frac{1/\lambda_{ee}^2 - B^2}{B(1 - B^2 \lambda_{\alpha\beta}^2)} - \frac{1/\lambda_{ee}^2 - A^2}{A(1 + A^2 \lambda_{\alpha\beta}^2)} \right] + P_{\lambda}. \quad (22)$$

In which P_{ideal} is the ideal gas pressure of the plasma. Figures 6 and 7 show that the variations of P_{ideal} (ideal gas pressure) as a function of T and P (plasma

pressure) in terms of $T_i(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$ for three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$, respectively.

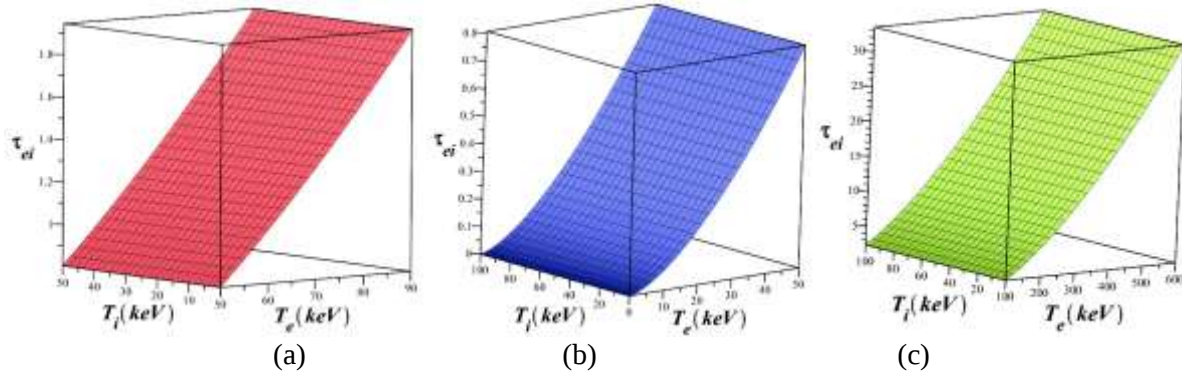


Figure 5 – Comparison of the three-dimensional diagram of variation τ_{ei} as a function of $T_i(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$ for three fusion reactions (a) DT (red), (b) $D^3\text{He}$ (blue), and (c) $P^{11}\text{B}$ (green)

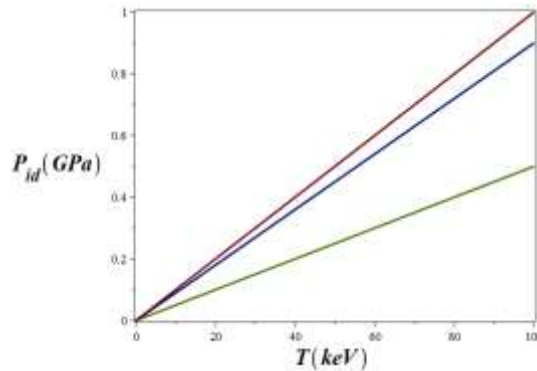


Figure 6 – Variations of P_{ideal} (ideal gas pressure) as a function of $T(\text{keV})$ for three fusion reactions: (a) DT, (b) $D^3\text{He}$, and (c) $P^{11}\text{B}$

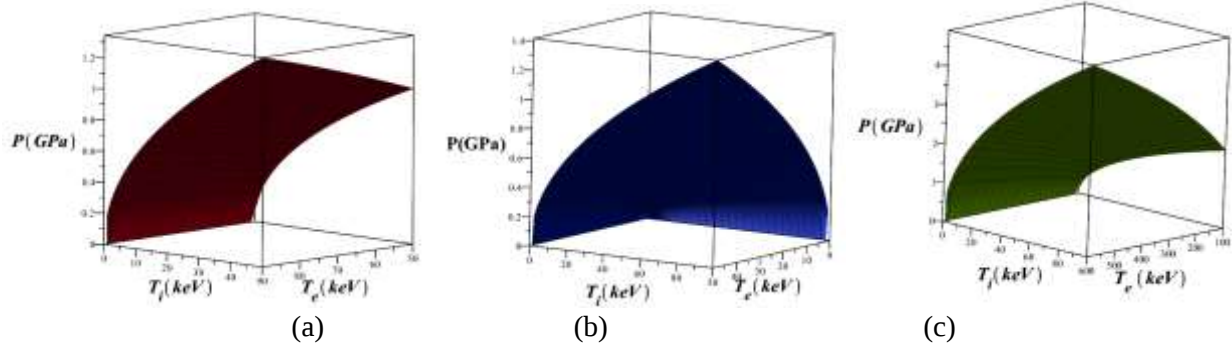


Figure 7 – Comparisons of the three-dimensional variations of P (plasma pressure) in terms of T_i (keV) and T_e (keV) for three fusion reactions (a) DT (red), (b) $D^3\text{He}$ (blue), and (c) $P^{11}\text{B}$ (green)

P_λ is obtained from equation (23):

$$P_\lambda = 2\pi e^2 \{ 2Z_i n_i n_e \lambda_{ei}^2 - n_e^2 \lambda_{ee}^2 + Z_i n_i n_e \lambda_{ei} e^2 / [12k_B T_{ei} (1 + C_{ei})] \}. \quad (23)$$

For efficient burning, the net energy generated in hot spots should be positive. The energy generated inside the hot spot must compensate for all energy losses. The energy losses inside the hot spot are due to electron-ion collisions, Compton scattering, bremsstrahlung radiation, and radiation. At higher densities required for ignition, the temperature is reduced. Now, if we consider, in addition to the ion temperature T_i (keV) and the electron temperature T_e (keV), the radiation temperature T_r (keV) that is the radiation from the hot spot, we will describe the plasma with a three-temperature model [35-38].

The initial hot spot, has radius r_0 and volume V_0 . The initial temperature T_0 and the initial density

ρ_0 are defined by other parameters. The total internal energy of ions in a hot spot at time t is given by the equation (24):

$$E_i = \rho_0 V C_{Vi} K_B T_i. \quad (24)$$

In which C_{Vi} is a special ion heat at a fixed value, T_i (keV) is the ion temperature, and V is the volume at time t . Figure 8 shows that the comparison of the three-dimensional variations of E_i (total internal energy of ions in hot spot) as a function of r (cm) and T_i (keV) for three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$, respectively.

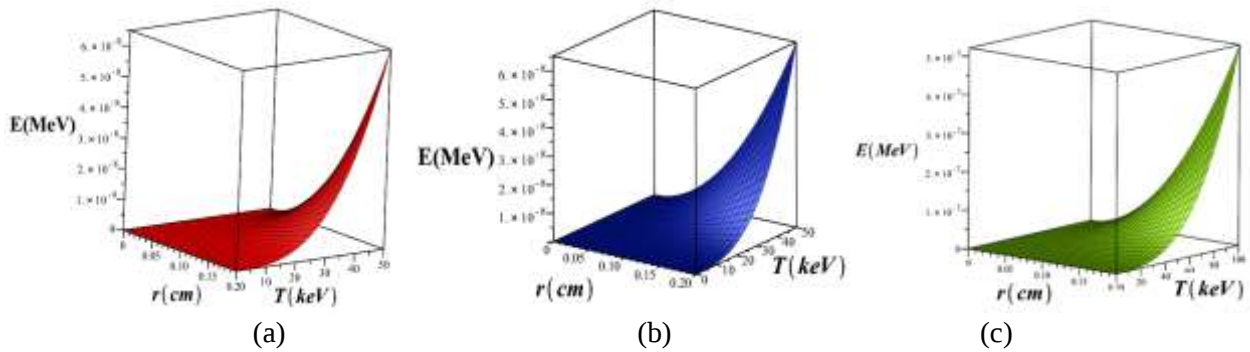


Figure 8 – Comparison of the three -dimensional diagram of variations E_i (total internal energy of ions in the hotspot) as a function of r and T_i (keV) for three fusion reactions (a) DT (red), (b) $D^3\text{He}$ (blue), and (c) $P^{11}\text{B}$ (green)

The rate of E_i can be expressed as equation (25):

$$\frac{dE_i}{dt} = V \tilde{q}_i (r, T_i, T_e). \quad (25)$$

Where, $\tilde{q}_i$ is the net energy production rate of ions per unit volume, which depends on the radius of the

hot spot, r , at time t , the ion temperature, T_i (keV), and the electron temperature, T_e (keV), and $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, where V is the volume of the fuel pellet. The classical values of the specific ion heat in a constant volume: $C_{Vi} = \frac{3}{2} \frac{k_B}{m_i}$ and the specific electron heat in a

constant volume: $C_{Ve} = \frac{3}{2} \frac{\bar{Z} k_B}{\bar{m}_i}$. In which k_B is Boltzmann's constant, $\bar{m}_i$ is the mean mass of ions, $\bar{Z}$ is the average atomic number. It is assumed that the plasma is completely ionized. The specific radiation energy is: $E_r = (1/\rho_0)(4 \sigma_B/c) T_r^4$, in which c is the speed of light and the σ_B is Stefan constant. The

specific relation energy in a constant volume is: $C_{Vr} = \frac{1}{\rho_0} \frac{16 \sigma_B}{c} T_r^3$. Figures 9-a and 9-b, shows that the variations of E_r (specific relation energy) and C_{Vr} (specific relation heat) as a function of T_r (keV), respectively.

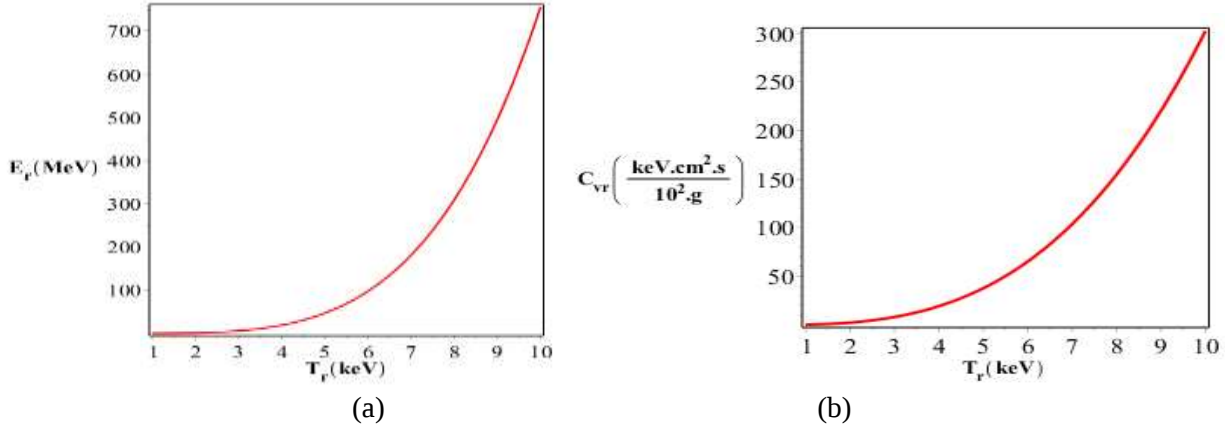


Figure 9 – Variations of (a) E_r (special relation energy) and (b) C_{Vr} (special relation heat) as a function of T_r (keV)

Net Energy Release Rates

The net energy release rates for ions are characterized by the relation (26):

$$q_i(x, T_i, T_e) \equiv S_i - A_{ie}(T_i - T_e). \quad (26)$$

Where S_i denotes the energy deposition to ions. Because the size of the alpha particle is much smaller

than the size of the hot spot, it is assumed that all this energy is deposited in the hot spot. The energy loss of ions due to ion-electron collisions has been investigated, and $A_{ei} = C_{Ve} \times v_{eq}$ is the energy transfer coefficient from electron to ion in which v_{eq} is the frequency of ion collisions with electrons. When $T_i = T_e$, the energy transfer by collisions is zero. The collision frequency is given by equation (27):

$$v_{eq} = \frac{8\sqrt{2}\pi}{3} \sqrt{m_e} e^4 N_A^2 \frac{\bar{Z}^2}{\bar{A}^2} \ln(\Lambda_{ei}) \frac{\rho_0}{(k_B T_e)^{3/2}} \times \left(1 - \frac{3}{2} \frac{k_B T_i}{k_B T_e} \frac{m_e}{\bar{m}_i}\right). \quad (27)$$

Where m_e is the mass of the electron, e is the electron charge, N_A is the Avogadro's number, and $\bar{Z}$ and $\bar{A}$ are the atomic number and atomic weight respectively. Figures 10-a and 10-b, show that the comparisons of the three-dimensional variations of A_{ei} (energy transfer coefficient between electrons and

ions) and v_{eq} (frequency of ion collisions with electrons) as a function of T_i (keV) and T_e (keV) for three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$, respectively.

The Coulomb logarithm $\ln(\Lambda_{ei})$ is obtained by using relation (28):

$$\ln(\Lambda_{ei}) = \max \left[1, \frac{1}{2e^3} \left(\frac{\bar{A} k_B^3}{\bar{Z} \pi N_A \rho_0} \right)^{1/2} T_e^{3/2} \times \left[\bar{Z} + \frac{1}{2\alpha_F} \left(\frac{3k_B T_e}{m_e c^2} \right)^{1/2} \right]^{-1} \right] \quad (28)$$

where α_F is a structure constant.

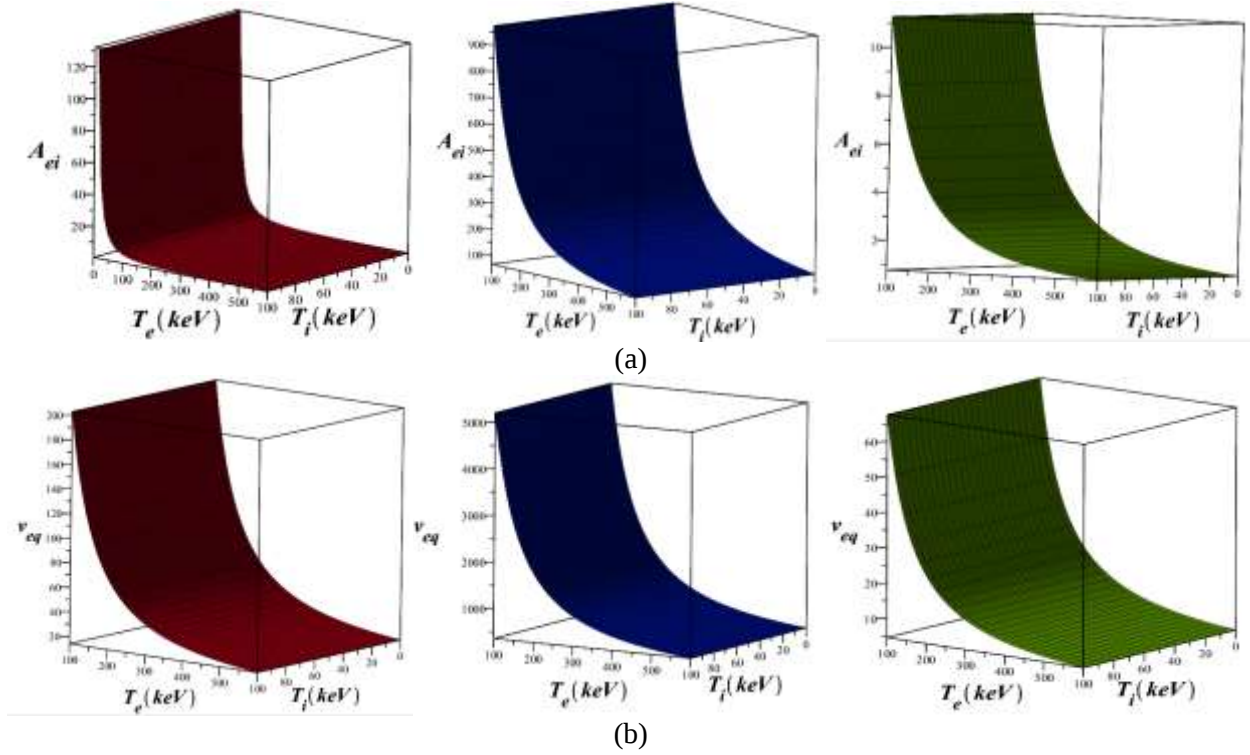


Figure 10 – Comparisons of the three-dimensional variations of (a) A_{ei} (energy transfer coefficient between electron and ion) and (b) ν_{eq} (frequency of ion collisions with electrons) as a function of T_i (keV) and T_e (keV) for three fusion reactions DT (red), D^3He (blue), and $P^{11}B$ (green)

Electrons

Apart from the energy given directly to electrons by charged particles, the electron-ion and electron-

radiation energy exchanges, q_e , also change the electron temperature. Therefore q_e signifies that the energy release of electrons in a fuel can be expressed as relation (29):

$$q_e(x, T_i, T_e, T_r) = S_e + A_{ie}(T_i - T_e) - (A_{er} + A_c)(T_e - T_r). \quad (29)$$

The coefficient A_{er} , which determines the energy transfer coefficient between electrons and radiation, is given by equation (30):

$$A_{er} = 2 \left[\frac{2^5}{3} \frac{N_{ion}^2 \bar{Z}^3 e^6 \rho_0}{h m_e c^3} \right] \left(\frac{2 \pi k_B}{m_e k_B T_e} \right)^{1/2} \quad (30)$$

Where N_{ion} is the total number of ions per cm^3 , and S_e is the energy deposition of electrons in the fuel. Figure 11 shows that the variations of A_{er} (the energy transfer coefficient between electron and radiation) as a function of T_e (keV) for three fusion reactions DT, D^3He , and $P^{11}B$, respectively.

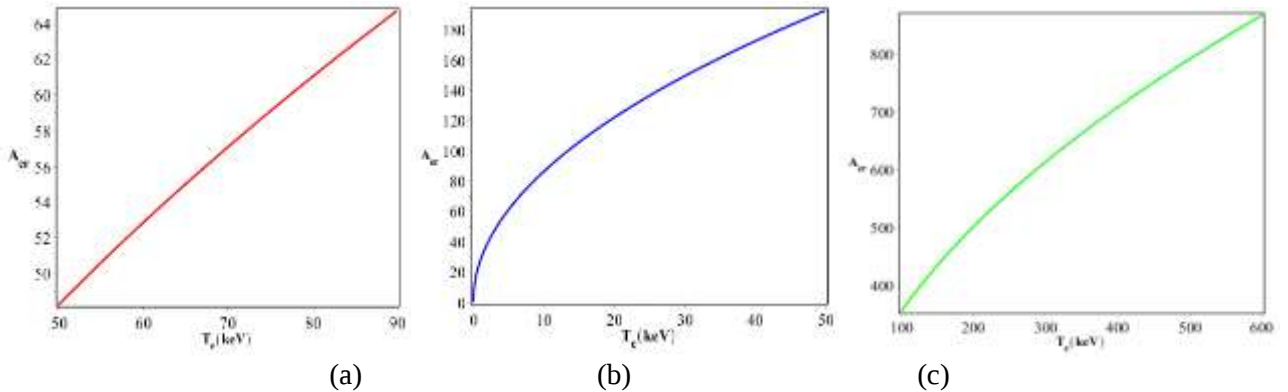


Figure 11 – Variations of A_{er} (the energy transfer coefficient between electrons and radiation) as a function of T_e (keV) for three fusion reactions: (a) DT, (b) D^3He , and (c) $P^{11}B$

Apart from radiation, the electron can transmit energy through scattering. The energy transfer coefficient A_c is as equation (31):

$$A_c = \frac{128}{3} \frac{\pi}{m_e c^2} \sigma_B N_e r_c^2 K_B T_r^4. \quad (31)$$

Where N_e and r_c respectively represent the number of electrons per cm^3 and the classical radius of the electron. σ_B is Stefan's constant [34]. The unit factors A_{ie} , A_{er} , and A_c , is $\frac{\text{MJ}}{\text{cm}^3 \text{skeV}}$. Figure 12 shows that the variations of A_c (energy transfer coefficient) as a function of T_r .

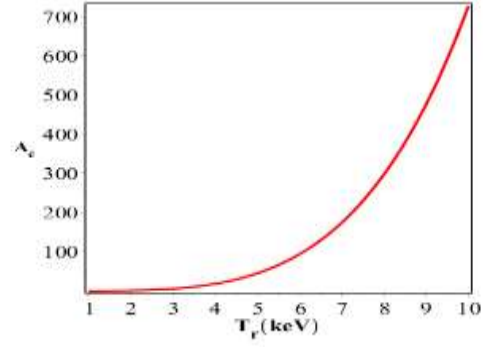


Figure 12 – Variations of A_c (energy transfer coefficient) as a function of $T_r(\text{keV})$

Radiation

The net energy gain of the radiation component (q_r) is given by equation (32). Figure 13, shows that the comparisons of three-dimensional variations of q_r

(net energy gain of radiation component) as a function of $T_r(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$ for three fusion reactions DT, $D^3\text{He}$, and $P^{11}\text{B}$, respectively.

$$q_r(x, T_e, T_r) = (A_{er} - A_c)(K_B T_e - K_B T_r) - \frac{3\sigma_B K_B T_r^4}{\rho_0 x}. \quad (32)$$

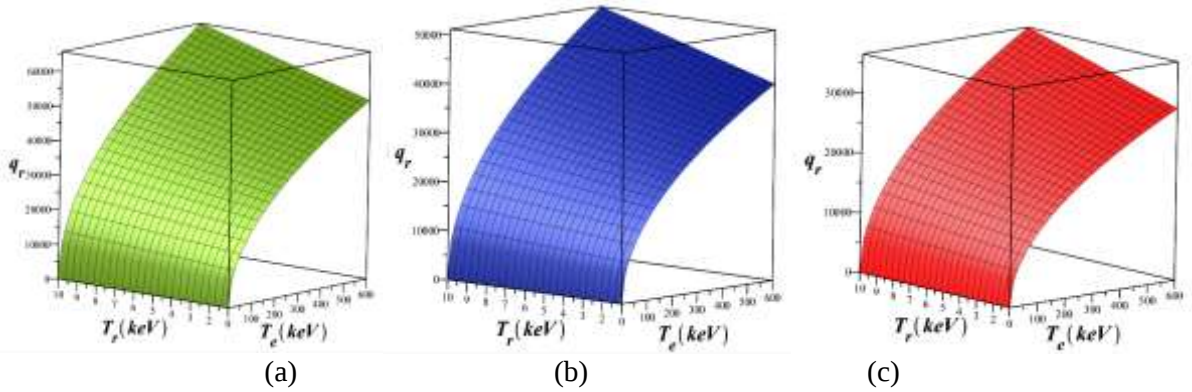


Figure 13 – Comparisons of the three-dimensional diagram of variations q_r (net energy gain of the radiation component) as a function of $T_r(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$ for the three fusion reactions (a) DT (red), (b) $D^3\text{He}$ (blue), (c) and $P^{11}\text{B}$ (green)

Results and discussion

It is clear that from the presented figures, the variations of interaction time of ions and electrons (τ_{ei}) and plasma pressure (P) for the three fusion reactions DT and $D^3\text{He}$ and $P^{11}\text{B}$ as a function of $T_i(\text{keV})$ and $T_e(\text{keV})$, τ_{ei} is fixed at different ion temperatures and decreases with increasing the electron temperature, while P decreases at different ion temperatures and increases with increasing electron temperature. The highest value of τ_{ei} is

belongs to $P^{11}\text{B}$, followed by DT and $D^3\text{He}$, respectively. Meanwhile, the maximum value of P , is belong to $P^{11}\text{B}$, $D^3\text{He}$ and DT, respectively. Additionally, our calculations related to variations of Z , plasma degeneracy parameter (θ), plasma effective interaction potential (γ^2), ideal gas pressure (P_{ideal}), plasma diffusion coefficient (D), plasma thermal conductivity coefficient (k) as a function of T (keV), for the three DT and $D^3\text{He}$ and $P^{11}\text{B}$ fusion reactions,

show that the similar behavior such that with increasing temperature, they remain fixed initially and then increased. The highest values for Z , θ , k , P_{ideal} and D are belong to $P^{11}B$, D^3He , and DT , respectively. While maximum value of γ^2 , belongs to DT , followed by D^3He and $P^{11}B$, respectively.

Furthermore, this paper addresses the variations of key plasma parameters in terms of ion temperature T_i (keV) and the electron temperature T_e (keV), such as u , the effective collision frequency (ν_{eff}), $\Pi_{ion}(k)$ (ion polarization function), thermal wavelength (λ_{ei}), A , B and C_{ei} for three fusion reactions of DT , D^3He

,and $P^{11}B$. Our calculations regarding these parameters show that with increasing ion temperature and electron temperatures, they exhibit similar behavior, decreasing initially, then becoming fixed and finally reaching their maximum values. The u value of $D^3He > P^{11}B > DT$. Also, the numerical values variations of parameters ν_{eff} , A , B , λ_{ei} , and C_{ei} are the similar such that $D^3He > DT > P^{11}B$, but the numerical values for $\Pi_{ion}(k)$ is $DT > D^3He > P^{11}B$. A summary of the results of our calculations for different key parameters is provided in Table 1.

Table 1. Summary of the results of our calculations for different parameters

Quantity	DT range	D^3He range	$P^{11}B$ range	Results
u	$0 < u < 100000$	$0 < u < 25000$	$0 < u < 1200$	$D^3He > P^{11}B > DT$
Z	$0 < Z < 0.00009$	$0 < Z < 0.0004$	$0 < Z < 0.008$	$P^{11}B > D^3He > DT$
θ	$0 < \theta < 0.10$	$0 < \theta < 0.18$	$0 < \theta < 0.6$	$P^{11}B > D^3He > DT$
$\Pi_{ion}(k)$	$0 < \Pi_{ion}(k) < 1.2$	$0 < \Pi_{ion}(k) < 0.6$	$0 < \Pi_{ion}(k) < 0.6$	$DT > D^3He, P^{11}B$
λ_{ei}	$0 < \lambda_{ei} < 2200$	$0 < \lambda_{ei} < 5000$	$0 < \lambda_{ei} < 1800$	$DT > D^3He > P^{11}B$
A	$0 < A < 17$	$0 < A < 28$	$0 < A < 16$	$D^3He > DT > P^{11}B$
B	$0 < B < 12$	$0 < B < 20$	$0 < B < 11$	$D^3He > DT > P^{11}B$
γ^2	$0 < \gamma^2 < 3.826$	$0 < \gamma^2 < 3.826$	$0 < \gamma^2 < 3.825$	$DT, D^3He > P^{11}B$
C_{ei}	$0 < C_{ei} < 3$	$0 < C_{ei} < 700$	$0 < C_{ei} < 14$	$D^3He > DT > P^{11}B$
D	$0 < D < 0.000012$	$0 < D < 0.00005$	$0 < D < 0.00100$	$P^{11}B > D^3He > DT$
k	$0 < k < 0.000006$	$0 < k < 0.00025$	$0 < k < 0.005$	$P^{11}B > D^3He > DT$
ν_{eff}	$0 < \nu_{eff} < 1800$	$0 < \nu_{eff} < 700$	$0 < \nu_{eff} < 120$	$D^3He > DT > P^{11}B$
τ_{ei}	$0 < \tau_{ei} < 2.4$	$0 < \tau_{ei} < 1$	$0 < \tau_{ei} < 30$	$P^{11}B > DT > D^3He$
P_{ideal}	$0 < P_{ideal} < 1$	$0 < P_{ideal} < 1.8$	$0 < P_{ideal} < 6$	$P^{11}B > D^3He > DT$
P	< 0.99999999995 $0 P$	$0 < P < 0.99999999998$	$0 < P < 0.99999999999$	$P^{11}B > D^3He > DT$
E_i	$0 < E_i < 0.00007$	$0 < E_i < 0.00014$	$0 < E_i < 0.00018$	$D^3He > P^{11}B > DT$
E_r	$0 < E_r < 700$	$0 < E_r < 700$	$0 < E_r < 700$	Independent on selected fuel
C_{Vr}	$0 < C_{Vr} < 300$	$0 < C_{Vr} < 300$	$0 < C_{Vr} < 300$	Independent on selected fuel
A_{ei}	$0 < A_{ei} < 0.10$	$0 < A_{ei} < 0.5$	$0 < A_{ei} < 0.18$	$D^3He > P^{11}B > DT$
ν_{eq}	$0 < \nu_{eq} < 2.4$	$0 < \nu_{eq} < 0.5$	$0 < \nu_{eq} < 1$	$D^3He > DT > P^{11}B$
A_{er}	$0 < A_{er} < 64$	$0 < A_{er} < 180$	$0 < A_{er} < 800$	$P^{11}B > DT > D^3He$
A_c	$0 < A_c < 700$	$0 < A_c < 700$	$0 < A_c < 700$	Independent on selected fuel
q_r	$0 < q_r < 30000$	$0 < q_r < 35000$	$0 < q_r < 60000$	$P^{11}B > D^3He > DT$

Conclusions

It can be seen from our calculations that the total ion internal energy in the hotspot of the fuel pellet of radius r rises with increasing ion, electron and radiation temperatures for all three-fusion reactions DT , D^3He and $P^{11}B$. The specific radiation energy, specific radiation heat and energy transfer coefficient

are functions of radiation temperature and increase with rising radiation temperature for these reactions. The energy transfer coefficient between electrons and radiation is a function of the electron temperature, which increases with rising electron temperature for each of selected fusion reactions. The net gain

depends on the radiation temperature and the electron temperature, which enhance with increasing electron and radiation temperatures for all of selected nuclear fusion reactions. The quantities energy change parameter between electrons and ions and frequency

of ion collisions with electrons decrease with increasing electron temperature for each of mentioned reactions, while they increase with rising ion temperature.

References

- 1 S. Breznšek, C.P. Dhard, & M. Jakubowski, Plasma-surface interaction in the stellarator W7-X; conclusions drawn from operation with graphite plasma-facing components, *Nucl. Fusion*. **62**, 016006 (2022). <https://doi.org/10.1088/1741-4326/ac3508>
- 2 S. Adlparvar, S. Miraboutalebi, S.M. Sadat Kiai, & L.Rajaei, Overdense plasma heating in Wendelstein 7-X(W7-X), *Stellarator*. **7**, 1965–1970 (2017). <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2017.06.015>
- 3 G.A. Wurden, S.C. Hsu, T.P. Intrator, et al., Magneto-Inertial fusion, *J. Fusion Energ.* **35**, 69–77 (2016). <https://doi.org/10.1007/s10894-015-0038-x>
- 4 S. Ryzhkov, & V. Magneto, Inertial fusion and powerful plasma installations (A Review), *Appl. Sci.* **13**, 6658 (2023). <https://doi.org/10.3390/app13116658>
- 5 Y.C.F. Thio, et al., Plasma-Jet-Driven Magneto-Inertial fusion, *Fusion Sci. Technol.* **75**, 49–52 (2019). <https://doi.org/10.1080/15361055.2019.1598736>
- 6 S.V. Ryzhkov, & A.Y. Chirkov, *Alternative Fusion Fuels and Systems*, (CRC, Abingdon, UK, 2018).
- 7 O.V. Gotchev, et al., Laser-driven magnetic-flux compression in high-energy-density plasmas, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 215004 (2009). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.215004>
- 8 S.V. Ryzhkov, Magneto-Inertial fusion and powerful plasma installations (A Review), *Appl. Sci.* **13**, 6658 (2023). <https://doi.org/10.3390/app13116658>
- 9 Y.C.F. Thio, et al., Plasma-Jet-Driven Magneto-Inertial fusion, *Fusion Sci. Technol.* **75**, 1–18 (2019).
- 10 S.V. Ryzhkov, A.Y. Chirkov, *Alternative Fusion Fuels and Systems*, (CRC: Boca Raton, FL, USA; Taylor & Francis Group: Abingdon, UK, 2018).
- 11 D. Riley, Generation and characterisation of warm dense matter with in-tense lasers, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **60**, 014033 (2017). <https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa8dd5>
- 12 K. Falk, Experimental methods for warm dense matter research, *High Power Laser Science and Engineering* **6** e59 (2018). <https://doi.org/10.1017/phl.2018.53>
- 13 M. Bonitz, T. Dornheim, Z. A. Moldabekov, S. Zhang, P. Hamann, H. Kählert, A. Filinov, K. Ramakrishna, and J. Vorberger, Ab initio simulation of warm dense matter, *Physics of Plasmas* **27**, 042710 (2020). <https://doi.org/10.1063/1.5143225>
- 14 P.-A. Gourdain, The generation of warm dense matter samples using fast magnetic compression, *IEEE Transactions on Plasma Science* **43**, 2547–2552 (2015). <https://doi.org/10.1109/PPC.2015.7296963>
- 15 P. Knapp, K. Beckwith, K. Cochrane, R. C. Clay III, and T. Mattsson, Experimental validation of dense plasma transport models using the z-machine, *Tech. Rep.* (Sandia National Lab. (SNL-NM), Albuquerque, NM, United States, 2019).
- 16 D. Sinars, M. Sweeney, C. Alexander, D. Ampleford, T. Ao, J. Apruzese, C. Aragon, D. Armstrong, K. Austin, T. Awe, et al., Review of pulsed power-driven high energy density physics research on z at Sandia, *Physics of Plasmas* **27**, 070501 (2020). <https://doi.org/10.1063/5.0007476>
- 17 R.T. Prenkle, L.G. Silvestri, M.S. Murillo and S.D. Bergeson, Temperature relaxation in strongly-coupled binary ionic mixtures, *Nat. Commun.* **13**, 15 (2022). <https://doi.org/10.1038/s41467-021-27696-5>
- 18 W.J. Garbett and D.A. Chapman, Ignition calculations using a reduced coupled-mode electron-ion energy exchange model, *J. Phys.: Conf. Ser.* **688** 012019 (2016). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/688/1/012019>
- 19 G. Faussurier and C. Blancard, Temperature relaxation in dense plasma mixtures, *Phys. Rev. E* **94** 033210 (2016). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.033210>
- 20 P.J. Adrian et al, Measurements of ion-electron energy-transfer cross section in high-energy-density plasmas, *Phys. Rev. E* **106** L053201 (2022). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.106.L053201>
- 21 L.X. Benedict, et al, Molecular dynamics studies of electron-ion temperature equilibration in hydrogen plasmas within the coupled-mode regime, *Phys. Rev. E* **95** 043202 (2017). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.043202>
- 22 Q. Ma, J. Dai, Kang D., M.S. Murillo, Y. Hou, Z. Zhao and J. Yuan, Extremely low electron-ion temperature relaxation rates in warm dense hydrogen: interplay between quantum electrons and coupled ions, *Phys. Rev. Lett.* **122** 015001 (2019). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.015001>
- 23 P. Svensson, T. Campbell, F. Graziani, Z. Moldabekov, N. Lyu, V.S. Batista, S. Richardson, S.M. Vinko and G. Gregori, Development of a new quantum trajectory molecular dynamics framework, *Philos Trans A Math Phys Eng Sci.* **381** 20220325 (2022). <https://doi.org/10.1098/rsta.2022.0325>
- 24 C.-Z. Gao, C.-B. Zhang, Y. Cai, Y. Wu, Z.-F. Fan, P. Wang and J.-G. Wang, Assessment of the electron-proton energy relaxation rates extracted from molecular dynamics simulations in weakly-coupled hydrogen plasmas, *Phys. Rev. E* **107** 015203 (2023). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.107.015203>

- 25 L.G. Silvestri, R.T. Sprenkle, S.D. Bergeson, M.S. Murillo, Relaxation of strongly coupled binary ionic mixtures in the coupled mode regime, *Phys. Plasmas* **28**, 062302 (2021). <https://doi.org/10.1063/5.0048030>
- 26 S. Rightley, S.D. Baalrud, Kinetic model for electron-ion transport in warm dense matter, *Phys. Rev. E* **103**, 063206 (2021). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.103.063206>
- 27 J. Daligault, On the quantum Landau collision operator and electron collisions in dense plasmas, *Phys. Plasmas* **23**, 032706 (2016). <https://doi.org/10.1063/1.4944392>
- 28 R.A. Baggott, S.J. Rose, S.P.D. Mangles, Temperature equilibration due to charge state fluctuations in dense plasmas, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 035002 (2021). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.035002>
- 29 J. Simoni, J. Daligault, First-principles determination of electron-ion couplings in the warm dense matter regime, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 205001 (2019). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.205001>
- 30 J. Daligault, J. Simoni, Theory of the electron-ion temperature relaxation rate spanning the hot solid metals and plasma phases, *Phys. Rev. E* **100**, 043201 (2019). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.043201>
- 31 J. Simoni, J. Daligault, Calculation of electron-ion temperature equilibration rates and friction coefficients in plasmas and liquid metals using quantum molecular dynamics, *Phys. Rev. E* **101**, 013205 (2020). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.101.013205>
- 32 G. Faussurier, C. Blancard, Fast temperature relaxation model in dense plasmas, *Phys. Plasmas* **24**, 012705 (2017). <https://doi.org/10.1063/1.4973225>
- 33 C.E. Starrett, Coulomb log for conductivity of dense plasmas, *Phys. Plasmas* **25**, 092707 (2018). <https://doi.org/10.1063/1.5053124>
- 34 M. Oloumi, M. Habibi, H. Hosseinkhani, An analysis of the evaluations of Coulomb logarithm and electron-ion relaxation rates in deuterium plasmas across coupling regimes, *Plasma Phys. Rep.* **47**, 1021 (2021). <https://doi.org/10.1134/S1063780X21100056>
- 35 G.J.M. Hagelaar, Z. Donko, N. Dyatko, Modification of the Coulomb logarithm due to electron-neutral collisions, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 025004 (2019). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.025004>
- 36 L.B. Fletcher et al., Electron-ion temperature relaxation in warm dense hydrogen observed with picosecond resolved x-ray scattering, *Front. Phys.* **10**, 838524 (2022). <https://doi.org/10.3389/fphy.2022.838524>
- 37 A.S. Richardson, NRL Plasma Formulary (US Naval Research Laboratory); A.C. Hayes et al., Plasma stopping-power measurements reveal transition from non-degenerate to degenerate plasmas, *Nat. Phys.* **16**, 432-437 (2019). <https://doi.org/10.1038/s41567-020-0790-3>
- 38 J.R. Rygg, J.A. Frenje, C.K. Li, F.H. Séguin, R.D. Petrasso, D.D. Meyerhofer, C. Stoeckl, Electron-ion thermal equilibration after spherical shock collapse, *Phys. Rev. E* **80**, 026403 (2009). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.80.026403>

Мақала тарихы:

Түсті – 30.04.2025

Түзетілген түрде түсті – 06.07.2025

Қабылданды – 20.08.2025

Article history:

Received 30 April 2025

Received in revised form 6 July 2025

Accepted 20 August 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Мехди Кавехния** – Физика кафедрасы, Ғылым факультеті, Арак университеті, Арак, Иран; e-mail: nasrinhosseini_motlagh@iau.ir

2. **Хосейн Садеги** (автор-корреспондент) – Физика кафедрасы, Ғылым факультеті, Арак университеті, Арак, Иран; e-mail: H-sadeghi@araku.ac.ir

3. **Сейеде Насрин Хоссейнимотлаг** – профессор, Физика кафедрасы, Шираз, Ислам Азад университеті, Шираз, Иран; e-mail: nasrinhosseini_motlagh@iau.ir

Information about authors:

1. **Mehdi Kavehnia** – Department of Physics, Faculty of Sciences, Arak University, Arak, Iran; e-mail: nasrinhosseini_motlagh@iau.ir

2. **Hossein Sadeghi** (corresponding author) – Department of Physics, Faculty of Sciences, Arak University, Arak, Iran; e-mail: H-sadeghi@araku.ac.ir

3. **Seyedeh Nasrin Hosseinimotlagh** – Prof., Department of Physics, Shi.,C., Islamic Azad University, Shiraz, Iran; e-mail: nasrinhosseini_motlagh@iau.ir

**Конденсирленген күй физикасы және материалтану
проблемалары. Наноғылым**

**Condensed Matter Physics and Materials Science Problems.
Nanoscience**

**Физика конденсированного состояния и проблемы
материаловедения. Нанонаука**

Р.М. Уалиева¹ , Т.А. Тұхфатуллин^{2*} , Е.Л. Бойцова³ , М.М. Каверина¹ 

¹НАО «Торайғыров университет», Павлодар, Қазақстан

²Алматы филиал НИАУ МИФИ, Алматы, Қазақстан

³Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Россия

*e-mail: tta@tpu.ru,

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Гиперспектральные технологии объединяют спектрофотометрические методы и методы формирования изображений, что позволяет исследовать спектральный состав излучения, исходящего от объекта. Данные технологии широко используются в различных областях науки и техники. В последние годы особенно активно гиперспектральная визуализация используется в агрономии для диагностики заболеваний растений и выявления биологических аномалий. Данная работа посвящена сравнительному анализу основных типов гиперспектральных камер: дисперсионных, интерферометрических, а также и фильтрующих. Анализируются их характеристики, а также физические принципы, лежащие в основе получения гиперспектральных изображений. Выбор оптимального типа гиперспектральной камеры зависит от конкретных требований приложения. Дисперсионные камеры характеризуются высокой скоростью регистрации и широким спектральным охватом, однако требуют массивных оптических компонентов и значительных затрат. Интерферометрические системы обладают высокой спектральной чувствительностью, но их применение ограничивается зависимостью от стабильности освещения. Фильтрующие камеры обеспечивают гибкость настройки и потенциальную компактность, однако могут иметь механические и спектральные ограничения, обусловленные характеристиками фильтра. В данной работе представлен обзор основных типов гиперспектральных камер, их ключевых характеристик и областей практического применения.

Ключевые слова: гиперспектральная камера, дисперсия, интерферометр, оптический фильтр

Р.М. Уалиева¹, Т.А. Тұхфатуллин^{2*}, Е.Л. Бойцова³, М.М. Каверина¹

¹«Торайғыров университеті» КеАҚ, Павлодар, Қазақстан

²Ұлттық ядролық зерттеу университеті МИФИ Алматы қаласындағы филиалы, Алматы, Қазақстан

³Томск политехникалық ұлттық зерттеу университеті, Томск, Ресей Федерациясы

*e-mail: tta@tpu.ru

Гиперспектралды зондаудың физикалық негіздері

Гиперспектрлік технологиялар спектрофотометриялық әдістерді және бейнелеу әдістерін біріктіре отырып, нысаннан шығатын сәулеленудің спектрлік құрамын зерттеуге мүмкіндік береді. Бұл технологиялар ғылым мен техниканың әртүрлі салаларында кеңінен қолданылады. Соңғы жылдары гиперспектралды визуализация әсіресе агрономияда өсімдік ауруларын диагностикалау және биологиялық аномалияларды анықтау үшін белсенді қолданылуда. Бұл зерттеу гиперспектрлік камералардың негізгі түрлерін: дисперсиялық, интерферометриялық және сүзгілік камераларды салыстырмалы талдауға арналған. Олардың сипаттамалары және гиперспектрлік кескіндерді алудың негізінде жатқан физикалық принциптері талданады. Гиперспектрлік камераның оңтайлы түрін таңдау нақты қолдану талаптарына байланысты. Дисперсиялық камералар жоғары тіркеу жылдамдығымен және кең спектрлік ауқымымен ерекшеленсе де, ірі оптикалық компоненттер мен айтарлықтай шығындарды қажет етеді. Интерферометриялық жүйелер жоғары спектрлік сезімталдыққа ие, бірақ олардың қолданылуы жарықтандырудың

тұрақтылығына тәуелділікпен шектеледі. Сүзгілік камералар реттеу икемділігін және ықтимал компакттілікті қамтамасыз етсе де, сүзгінің сипаттамаларына байланысты механикалық және спектрлік шектеулерге ие болуы мүмкін. Гиперспектралды камералардың негізгі түрлеріне, олардың негізгі сипаттамалары мен практикалық қолданылу салаларына шолу жасалған.

Түйін сөздер: гиперспектрлік камера, дисперсия, интерферометр, оптикалық сүзгі.

R.M. Ualiyeva¹, T.A. Tukhfatullin^{2*}, E.L. Boytsova³, M.M. Kaverina¹

¹Toraighyrov University, Pavlodar, Kazakhstan

²Almaty Branch of NRNU MEPhI, Almaty, Kazakhstan

³National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation

*e-mail: tta@tpu.ru

Physical principles of hyperspectral sensing

Hyperspectral technologies combine spectrophotometric methods and imaging techniques, enabling the study of the spectral composition of radiation emitted by an object. These technologies are widely used in various fields of science and technology. In recent years, hyperspectral imaging has been particularly active in agronomy for diagnosing plant diseases and detecting biological anomalies. This work is devoted to a comparative analysis of the main types of hyperspectral cameras: dispersive, interferometric, and filter-based. Their characteristics and the physical principles underlying hyperspectral imaging are analysed. The choice of the optimal type of hyperspectral camera depends on specific application requirements. Dispersive cameras are characterized by high acquisition speed and broad spectral coverage but require bulky optical components and significant costs. Interferometric systems offer high spectral sensitivity, but their application is limited by dependence on lighting stability. Filter-based cameras provide flexibility in configuration and potential compactness but may have mechanical and spectral limitations due to filter characteristics. The overview of the main types of hyperspectral cameras, their key characteristics, and fields of practical application is presented.

Keywords: hyperspectral camera, dispersion, interferometer, optical filter.

Введение

Гиперспектральная визуализация (Hyperspectral Imaging, HSI) – это технология, объединяющая спектрофотометрические методы с возможностями формирования изображений. Такое устройство позволяет измерять спектральный состав излучения, исходящего от объекта исследования, и получать пространственно-спектральные данные высокой точности. В отличие от традиционных методов многоспектральной визуализации, HSI фиксирует информацию в сотнях узких спектральных диапазонов, что значительно расширяет возможности анализа материалов и объектов.

Благодаря высокой спектральной разрешающей способности гиперспектральная визуализация находит широкое применение в различных научных и прикладных областях:

- **Колориметрия** – измерение цветовых характеристик материалов [1].
- **Анализ исторических документов** – изучение рукописей, выявление скрытых

надписей и изменений в составе чернил [2].

- **Неинвазивное исследование живописи** – определение состава пигментов, выявление реставрационных вмешательств [3].

- **Тепловизионная визуализация** – анализ излучательной способности и температуры поверхности земли [4].

- **Исследование спектров излучения Земли и атмосферы** – мониторинг экологической ситуации с помощью спутников [5].

- **Картирование спектральной освещённости неба** – анализ ультрафиолетового солнечного излучения в диапазоне 380–760 нм [6].

- **Физиология растений** – характеристика спектральных особенностей излучения растений для диагностики их состояния [7].

- **Флуоресцентная микроскопия** – изучение биологических объектов [8].

- **Анализ продуктов питания** – контроль качества и обнаружение примесей [9].

В последние годы гиперспектральная визуализация активно используется в агрономии для диагностики заболеваний растений и выявления биологических аномалий. Исследования показывают её эффективность при раннем обнаружении фитопатогенных инфекций, таких как мучнистая роса [10], церкоспороз [11] и бактериальный ожог [12]. Кроме того, данный метод применяется для оценки стресса растений, вызванного нехваткой питательных веществ [13]. В то же время эффективность HSI определяется не только

областью применения, но и техническими характеристиками гиперспектральных камер, работа которых основана на различных физических принципах. Настоящая работа посвящена их рассмотрению, анализу преимуществ и недостатков, а также возможных областей применения. Это исследование поможет определить, какие типы камер наиболее эффективно решают конкретные задачи гиперспектрального зондирования.

Механизм гиперспектрального зондирования

Схема получения и обработки гиперспектральных изображений представлена на рис. 1 [14]. Отражённый от объекта свет поступает в объектив гиперспектральной камеры (рис. 1а), где формируется трёхмерный массив данных — так называемый «гиперспектральный куб» (рис. 1б), в котором двумерные изображения объекта записываются в дискретных диапазонах длин волн. Далее выполняется

спектральная нормализация данных с применением различных алгоритмов, после чего извлекаются ключевые признаки (рис. 1в) для уменьшения объёма и устранения избыточности информации. На завершающем этапе обработанные данные классифицируются с использованием методов машинного обучения или других подходов [15,16].

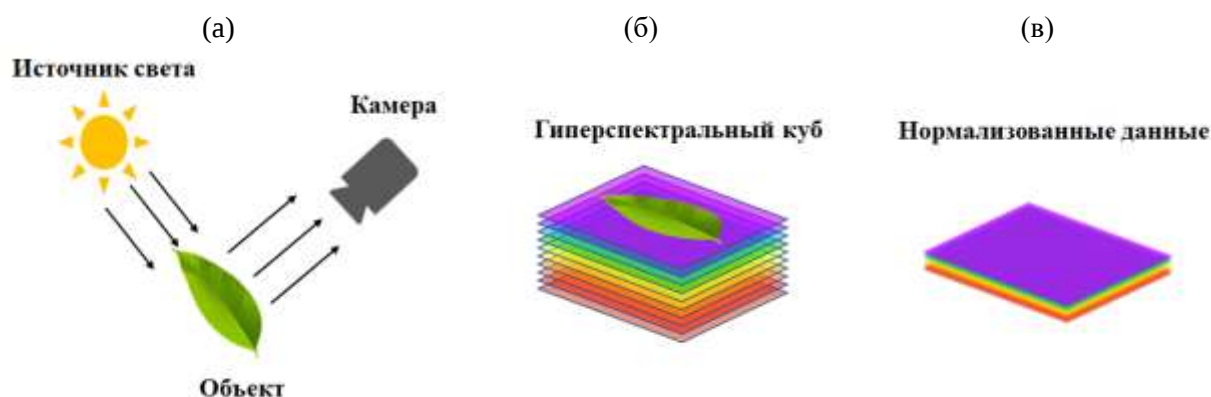


Рисунок 1 – Схема получения и обработки гиперспектральных изображений.

Гиперспектральные камеры обеспечивают получение изображений с высоким спектральным разрешением [17, 18], что позволяет выявлять даже минимальные изменения физиологического состояния растений. Формируемое ими многомерное пространство данных расширило возможности спектрального анализа, способствуя развитию новых методов обработки и интерпретации гиперспектральных изображений [19, 20].

Типы гиперспектральных камер и физические основы их работы

Технологии многоспектральной визуализации начали активно развиваться с 60-х годов XX века. Эти технологии позволяют получать пространственную информацию об объекте исследования одновременно в нескольких

спектральных диапазонах, а также комбинировать методы визуализации со спектральным анализом, используя оптические системы, основанные на различных физических принципах.

В настоящее время гиперспектральные камеры классифицируются по принципу разложения принимаемого излучения в спектр. Основные типы таких камер включают [19]:

- дисперсионные;
- интерферометрические;
- фильтрующие.

Дисперсионные гиперспектральные камеры

В дисперсионных гиперспектральных камерах для разложения спектра излучения используются дисперсионные элементы, такие как дифракционная решётка или призма [21, 22].

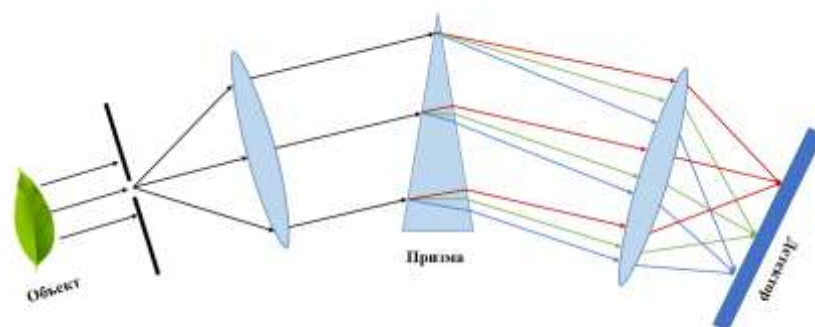


Рисунок 2 – Принципиальная схема дисперсионной гиперспектральной камеры.

Свет, отражённый от исследуемого объекта, проходит через оптическую систему, состоящую из нескольких линз, которые фокусируют пучок на дисперсионный элемент (рис. 2). Данный элемент разлагает излучение в спектр, который фиксируется детектором [23]. Одной из ключевых особенностей такого метода является то, что свет различных длин волн регистрируется одновременно, что позволяет получать изображение в один и тот же момент времени. Это преимущество делает дисперсионные камеры эффективными для спектрального сканирования объектов в реальном времени.

Растровые гиперспектральные камеры данного типа широко применяются, например, в агропромышленном секторе для оценки качества фруктов [24], а также в сфере переработки отходов, включая классификацию пластиковых материалов по их спектральным характеристикам. Спектральное разрешение таких камер определяется характеристиками дисперсионного элемента, в частности разрешающей способностью дифракционной решётки или призмы.

Интерферометрическая гиперспектральная камера

Интерферометрическая гиперспектральная камера работает на основе связи между интерферограммой и спектральным распределением интенсивности излучения. Сначала с помощью интерферометра регистрируется интерференционная картина, возникающая при наложении спектральных компонент. Затем, с помощью обратного преобразования Фурье, восстанавливается спектральное изображение объекта.

В таких системах обычно используется интерферометры Фабри–Перо, Майкельсона или их комбинации, настроенные на определённую длину волны. Пример схемы интерферометра приведён на рис. 3 [25]. Свет, отражённый от исследуемого объекта, проходит через линзу и поступает на полупрозрачное зеркало, которое

разделяет его на два пучка. Один из них отражается от неподвижного зеркала, другой — от подвижного. Изменяя положение подвижного зеркала, можно регулировать разность хода пучков, тем самым точно настраивая интерферометр на заданный спектральный диапазон.

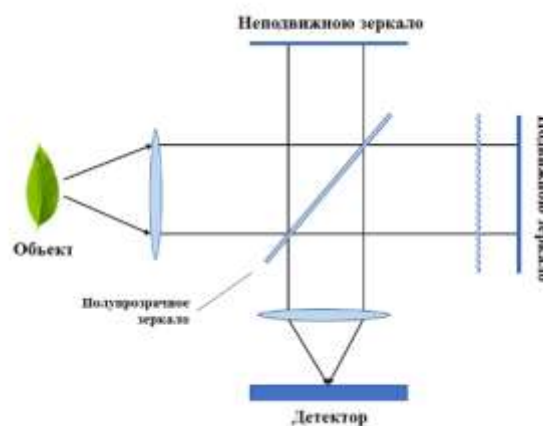


Рисунок 3 – Принципиальная схема интерферометрической гиперспектральной камеры.

Детектор фиксирует интерференционную картину. После её обработки с помощью Фурье-преобразования восстанавливается спектральная информация об объекте с высокой точностью. Подобные системы обеспечивают высокую спектральную разрешающую способность и находят применение в аэрокосмической съёмке и медицине [26].

Фильтрующие гиперспектральные камеры

Основное отличие гиперспектральных камер, основанных на использовании спектральных фильтров, заключается в следующем: перед детектором устанавливается фильтр, пропускающий излучение в заданном диапазоне длин волн, что позволяет детектору регистрировать интенсивность прошедшего

сигнала для каждого спектрального интервала. В зависимости от типа используемого фильтра, гиперспектральные камеры классифицируются следующим образом:

- Камеры с вращающимся фильтром;
- Камеры с настраиваемым фильтром;
- Камеры с клиновидным фильтром;
- Камеры с фильтром на квантовых точках.

Камера на основе вращающегося фильтра

Схема гиперспектральной камеры с колесом фильтров представлена на рисунке 4. В данной системе несколько узкополосных фильтров, каждый из которых характеризуется определённым диапазоном пропускания, закреплены на вращающемся диске.

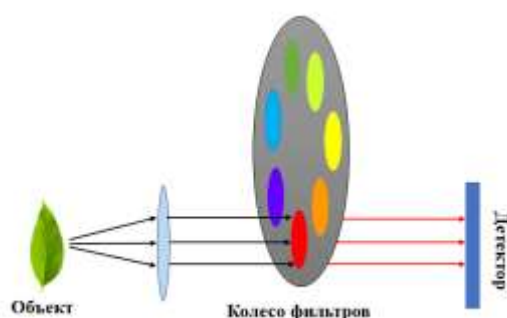


Рисунок 4 – Принципиальная схема гиперспектральной камеры с вращающимся фильтром.

Излучение, поступающее от исследуемого объекта, последовательно проходит через выбранный фильтр и фиксируется детектором, регистрирующим изображение в соответствующем спектральном интервале. Вращение

фильтрового колеса обеспечивает поочередную съёмку в различных спектральных диапазонах, что позволяет формировать гиперспектральный куб данных. Кроме того, скорость вращения может адаптироваться в зависимости от условий освещённости и параметров экспозиции детектора, что оптимизирует процесс получения данных без потери качества изображения. Примером реализации такой системы является разработка NASA, в которой улучшенная конструкция колеса фильтров позволяет минимизировать мёртвое время при смене фильтров, повышая эффективность сбора данных [27]. Дополнительно исследования, опубликованные [28], описывают компактный механизм двойного слоя колеса фильтров, приводимый в действие одним мотором, что позволяет улучшить спектральное разрешение и гибкость системы. Однако следует учитывать, что использование вращающихся фильтровых колёс может вводить геометрические искажения в получаемые изображения, что требует применения алгоритмов компенсации для обеспечения точности, полученных данных [29].

Камеры с настраиваемым фильтром

Гиперспектральные камеры с настраиваемыми фильтрами используют спектральные элементы, позволяющие варьировать диапазон пропускания излучения посредством изменения их оптических характеристик. В частности, применяются жидкокристаллические (LCTF) и акустооптические (AOTF) фильтры, отличающиеся методами настройки. Схема гиперспектральной камеры с жидкокристаллическим фильтром (LCTF) представлена на рисунке 5.

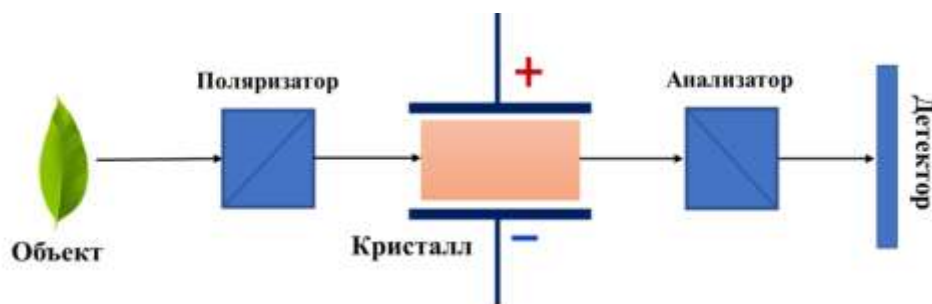


Рисунок 5 – Принципиальная схема гиперспектральной камеры с жидкокристаллическим фильтром.

При прохождении света определённой длины волны через первый поляризатор он приобретает линейную поляризацию. Далее поляризованный свет направляется в жидкий анизотропный кристалл, где происходит двойное лучепреломление. В результате обыкновенный и

необыкновенный лучи, распространяющиеся с различными скоростями, формируют разность фаз на выходе из кристалла. Второй поляризатор (анализатор) преобразует полученную фазовую разницу в интерференционную картину, которая регистрируется детектором.

Регулировка разности фаз осуществляется путём изменения напряжённости электрического поля, воздействующего на кристалл, что обусловлено электрооптическим эффектом Поккельса. Таким образом, изменение

параметров электрического поля позволяет изменять длину волны проходящего света, что является основой настройки спектрального диапазона системы [30].

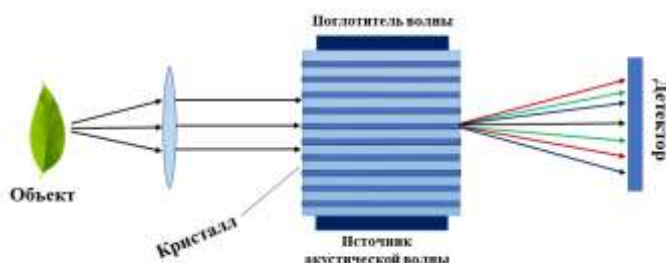


Рисунок 6 – Принципиальная схема гиперспектральной камеры с акустооптическим настраиваемым фильтром.

Гиперспектральная камера с акустооптическим настраиваемым фильтром (АОТФ) состоит из двух основных компонентов: акустооптической среды (обычно анизотропного кристалла) и пьезоэлектрического элемента. (рис. 6). При подаче электрического сигнала на пьезоэлектрический элемент генерируется акустическая волна, которая распространяется через кристалл. Эта акустическая волна вызывает периодические изменения плотности среды, что, в свою очередь, приводит к вариациям показателя преломления. В результате в кристалле формируется динамически изменяемая пространственная дифракционная решётка, которая обеспечивает дифракцию падающего света и его спектральное разложение.

Регулировка параметров акустической волны позволяет точно настраивать спектральный диапазон, обеспечивая выбор необходимых спектральных компонент для анализа [31].

Гиперспектральная камера с клиновидным фильтром

Гиперспектральная камера с клиновидным (градиентным) фильтром обеспечивает непрерывное спектральное измерение в диапазоне видимого (и/или ближнего ИК) спектра. Градиентный фильтр представляет собой клиновидную пластину с нанесённым тонким многослойным интерференционным покрытием, размещённую непосредственно перед двумерным детекторным массивом (см. рис. 7) [32].

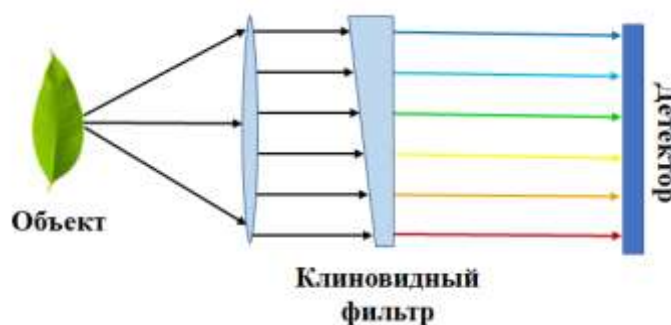


Рисунок 7 – Принципиальная схема гиперспектральной камеры с клиновидным фильтром.

При прохождении света через такой фильтр формируется интерференционная картина, приводящая к образованию полос равной толщины вследствие отражения от поверхности.

Локальная разность хода световых волн зависит от толщины фильтра в данной точке, что позволяет удовлетворить условие интерференционного максимума только для определённой длины волны. Таким образом, каждый участок

фильтра пропускает свет определённого спектрального диапазона, а соответствующие элементы матрицы детектора фиксируют излучение своей длины волны.

Современные градиентные фильтры обладают высокой оптической прозрачностью (коэффициент пропускания до 70 %) и обеспечивают спектральное разрешение на уровне 1 % от центральной длины волны, что делает их

перспективным решением для компактных и энергоэффективных гиперспектральных систем [33].

Гиперспектральная камера с матрицей фильтров

Матрица фильтров представляет собой периодическую оптическую структуру, состоящую из повторяющихся элементарных блоков (примитивов), каждый из которых подразделяется на n областей с уникальными оптическими характеристиками. Центральная длина волны, проходящая через каждую область, определяется посредством точного контроля толщины пленочного слоя, нанесённого на соответствующую

зону, что обеспечивает требуемую спектральную селективность и стабильность прохождения света [34]. В схеме, приведенной на рис. 8 изображена конфигурация фильтрующего массива, где каждая область примитива отвечает за фиксацию определённого диапазона длин волн. После сбора спектральных данных осуществляется агрегация элементов изображения, соответствующих одной и той же области во всех примитивах. Такой подход позволяет сформировать окончательное спектральное изображение объекта с высоким пространственным и спектральным разрешением, что является критически важным для точного анализа характеристик исследуемого материала [35].

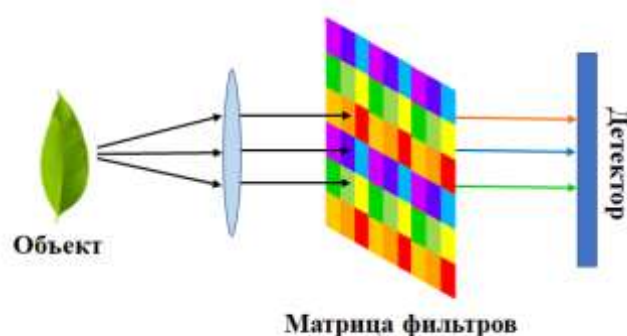


Рисунок 8 – Принципиальная схема гиперспектральной камеры с матрицей фильтров.

Гиперспектральная камера с фильтром на квантовых точках

Гиперспектральные камеры, использующие фильтры на квантовых точках, применяют данные наноструктуры в качестве активных элементов для формирования спектрально-адаптивных фильтров. Интеграция квантовых точек на единой подложке позволяет создавать детекторные массивы, способные регистрировать изображения по всему спектральному диапазону с высокой дискретизацией.

Квантовая точка (КТ), или искусственный атом, представляет собой фрагмент проводника или полупроводника, в котором движение носителей заряда (электронов или дырок) квантово ограничено по всем трём пространственным направлениям. Благодаря своим малым размерам квантовые эффекты становятся доминирующими, что приводит к дискретизации энергетических уровней в КТ. В результате спектры излучения и поглощения квантовых точек имитируют спектры отдельных атомов. При этом энергия дискретных уровней

зависит от габаритов квантовой точки, что позволяет регулировать спектры поглощения и флуоресценции посредством изменения её размеров — увеличение размеров КТ приводит к снижению энергии края спектра поглощения [36]. Таким образом, с помощью точного контроля размеров можно создавать квантовые точки, настроенные на определённые длины волн падающего излучения.

При интеграции квантовых точек на одной подложке достигается возможность одновременной фиксации изображений по всему спектральному диапазону, что значительно расширяет возможности гиперспектрального зондирования. Такой подход обеспечивает получение более точных и детализированных спектральных изображений, способствующих глубокому анализу физических и химических характеристик исследуемых объектов [37].

Ниже представлен сравнительный анализ гиперспектральных камер по достоинствам и недостаткам (без описания принципов работы) (Таблица 1).

Таблица 1 – Сравнительный анализ гиперспектральных камер

Тип камеры	Достоинства	Недостатки
Дисперсионные	Высокая скорость регистрации: возможность одновременной фиксации спектральных компонент обеспечивает съёмки в реальном времени. Широкий спектральный диапазон: способны охватывать непрерывный интервал длин волн. Низкие потери сигнала: минимальное затухание света за счёт использования явлений дифракции дисперсии.	Большие размеры системы: требуют крупных оптических компонентов, что затрудняет создание компактных устройств. Высокая стоимость: сложность конструкции и точная калибровка оптики ведут к значительным затратам.
Интерферометрические	Высокая светимость: использование интерференционных эффектов позволяет работать с коротким временем экспозиции. Большая угловая апертура: некоторые интерферометры (например, Фабри–Перо) могут принимать свет под широким диапазоном углов, что повышает эффективность системы. Высокая спектральная чувствительность: возможность обнаружения незначительных изменений в спектральном составе.	Чувствительность к изменениям освещённости: временные колебания условий освещённости могут приводить к ошибкам при сравнении интенсивностей на разных длинах волн. Сложность калибровки: точное согласование оптических путей требует дополнительных усилий, что ограничивает применение в динамичных условиях. Ограниченность применения: наиболее эффективны в задачах, где не требуется строгая межканальная калибровка.
Фильтрующие	Гибкость настройки спектральных диапазонов: возможность выбора и адаптации спектральных каналов (как при использовании вращающихся, так и настраиваемых фильтров). Потенциальная компактность: отсутствие крупных дисперсионных элементов позволяет создавать более компактные системы, особенно при использовании настраиваемых фильтров (LCTF, AOTF) или квантовых точек. Одновременная регистрация (при некоторых технологиях): современные реализации (например, с квантовыми точками) позволяют фиксировать данные по всему спектральному диапазону без механического сканирования.	Механические ограничения (при вращающихся фильтрах): механическое переключение может вызывать вибрации и увеличивать время экспозиции, а спектральное покрытие остаётся дискретным. Низкий коэффициент пропускания и температурная нестабильность (при LCTF): эти факторы могут снижать точность и качество получаемых изображений. Ограниченный спектральный диапазон (при AOTF): полоса пропускания акустооптического элемента может существенно ограничивать настройку длины волны.

Основные виды гиперспектральных камер

Гиперспектральные камеры представляют собой высокоточные оптико-электронные системы, предназначенные для детального анализа спектральных характеристик материалов в широком диапазоне длин волн. Благодаря своей универсальности они находят применение в промышленности, сельском хозяйстве, экологии, медицине и фундаментальных научных исследованиях. В данном разделе представлен обзор основных типов гиперспектральных камер, их ключевых характеристик и областей практического применения.

Линейка камер HySpx.

1) HySpx Baldur V-1024 N работает в видимом и ближнем ИК-диапазоне (VNIR), от 400 до 1000 нм. Она представляет собой гиперспектральную камеру, которая способна регистрировать сотни спектральных каналов. Эта камера использует метод линейного сканирования (pushbroom), при котором каждая линия объекта снимается одновременно во множестве спектральных каналов, что позволяет получить как пространственные, так и спектральные данные. Камера отличается высокой точностью, обеспечивая пространственное разрешение менее 1,7 пикселя. Она предназначена для промышленного контроля и научных исследований, где критически важна максимальная точность в видимом и ближнем ИК-диапазоне [38].

2) HySpx S-640i N – это гиперспектральная камера для ближнего ИК-диапазона (SWIR), работающая в диапазоне 970–1670 нм. Как и другие камеры HySpx, она регистрирует большое количество спектральных каналов и использует pushbroom-сканирование. Отличается высоким пространственным разрешением (менее 1,5 пикселя). Эта модель идеально подходит для полевых и лабораторных исследований, требующих высокой точности в SWIR-диапазоне [39].

Линейка камер Specim.

1) Specim FX10 охватывает видимый и ближний ИК-диапазон (VNIR) 400–1000 нм и обеспечивает высокое спектральное разрешение в 5,5 нм при 224 каналах. Пространственное разрешение составляет 1024 пикселя, а частота достигает 330 кадров в секунду (FPS) при полном кадре и до 9900 FPS при биннинге – методе обработки сигналов в матрицах детекторов, при котором соседние пиксели объединяются (складываются) в один «суперпиксель». В гиперспектральных камерах биннинг часто

применяют для уменьшения шума при съёмке слабых сигналов, ускорения получения гиперкуба, а также для балансировки между спектральным и пространственным разрешением. Благодаря pushbroom-принципу и высокой скорости, FX10 широко применяется в задачах промышленной сортировки и научного анализа [40].

2) Specim FX17 ориентирована на SWIR-диапазон (900–1700 нм), имеет спектральное разрешение 8 нм и 224 канала. Пространственное разрешение составляет 640 пикселей. Частота кадров варьируется от 670 FPS (полный кадр) до 15000 FPS (при использовании биннинга). Это делает камеру отличным выбором для высокоскоростных промышленных задач [41].

3) Specim FX50 работает в среднем ИК-диапазоне (MWIR) – от 2700 до 5300 нм, что делает её уникальной для задач в этой области. Спектральное разрешение составляет 35 нм при 154 каналах, а пространственное разрешение – 640 пикселей. Частота кадров достигает 380 FPS. Как и другие камеры серии FX, она использует pushbroom-методику и предназначена для высокотемпературных или химически чувствительных производств [42].

Камера Resonon Pika XC2 охватывает VNIR-диапазон (400–1000 нм) с выдающимся спектральным разрешением – 1,9 нм и 447 каналами. Она имеет высокое пространственное разрешение (1600 пикселей) и работает с частотой 165 FPS. С применением pushbroom-принципа, камера подходит для точных лабораторных и полевых исследований [43].

Unispectral Monarch II – это компактное решение для ближнего ИК-анализа в диапазоне 690–935 нм. Камера использует технологию туннельного фильтра, обеспечивая 10 каналов с шагом в 30 нм. Пространственное разрешение достигает 1280×1024 пикселей, а частота кадров – 60 FPS. Камера предназначена для портативных и интегрируемых систем в сельском хозяйстве, пищевой промышленности и мобильной аналитике материалов [44].

Камеры FigSpec – это линейка гиперспектральных систем, предназначенных для спектрального анализа, в частности, для исследования состояния растений. Эти камеры используют pushbroom-сканирование. Они работают в диапазонах, охватывающих видимый свет и ближний инфракрасный спектр, что критически важно для анализа растительности [45].

Линейка FigSpec включает несколько моделей, каждая из которых оптимизирована для конкретных задач:

1) FigSpec FS-13: Эта модель – высокоточный лабораторный инструмент. Она работает в диапазоне от 400 до 1000 нм, имеет высокое спектральное разрешение 2,5 нм и 1200 каналов, что обеспечивает детальный анализ. Пространственное разрешение составляет около 0,3 мм/пиксель. FS-13 идеально подходит для создания обучающих выборок и выявления фитопатологий [46].

2) FigSpec FS-23: Компактная и мобильная камера, работающая в том же диапазоне 400–1000 нм. Её спектральное разрешение составляет 5 нм при 120 каналах. Благодаря своим небольшим размерам, она часто используется для быстрой диагностики в полевых условиях, позволяя оперативно оценить состояние растений [47].

3) FigSpec FS-60: Эта модель – наиболее универсальная и мощная. Её диапазон шире, чем у предыдущих, от 400 до 1700 нм, что позволяет проводить более глубокий анализ. Спектральное разрешение 5 нм и 300 каналов дают возможность диагностировать не только заболевания, но и дефицит питательных веществ, а также стрессовые факторы у растений [48].

Выбор камеры полностью зависит от конкретных условий и задач исследования. Нет одной универсальной камеры, каждая модель оптимизирована для определённого применения. При проведении лабораторных и высокоточных исследований приоритетной целью является получение максимально детализированных и точных данных в контролируемой среде, например, для создания обучающих выборок или глубокого анализа фитопатологий, лучше всего подойдут следующие камеры:

1) Resonon Pika XC2 обладает самым высоким спектральным разрешением (1,9 нм) и большим количеством каналов (447), что идеально для детального спектрального анализа [43].

2) FigSpec FS-13 имеет исключительное количество каналов (1200) и высокое спектральное разрешение (2,5 нм). Это делает её идеальным инструментом для лабораторных исследований, где требуется максимальная детализация спектральных данных [46].

3) HySpex Baldur V-1024 N отличается очень высоким пространственным разрешением, что важно для получения детализированных изображений [38].

В полевой и мобильной диагностике важна портативность и возможность оперативной съёмки вне лаборатории, в связи с чем следует

рассматривать более компактные и лёгкие модели:

1) Unispectral Monarch II – это компактное решение, специально разработанное для портативных и интегрированных систем. Хотя у неё меньше каналов (10), она идеально подходит для быстрой мобильной аналитики в полевых условиях или на производстве [44].

2) FigSpec FS-23 – компактная и мобильная камера, предназначенная для быстрой диагностики прямо в полевых условиях [47].

В промышленной сортировке и при необходимости высокоскоростного контроля, особенно в условиях производства, где ключевую роль играют скорость и высокая пропускная способность, предпочтительнее камеры с высокой частотой кадров:

1) Specim FX17 отличается самой высокой частотой кадров (до 15000 FPS при биннинге), что делает её оптимальным выбором для конвейерных линий и других высокоскоростных задач [41].

2) Specim FX10 также имеет высокую скорость (до 9900 FPS) и отлично подходит для промышленной сортировки и анализа [40].

3) HySpex Baldur V-1024 N и HySpex S-640i N. Обе модели могут быть использованы для промышленного контроля, особенно там, где важна точность, а не максимальная скорость [38, 39].

Для исследовательских задач, требующих анализа в более широком диапазоне длин волн (от видимого до SWIR), следует выбирать камеры, которые охватывают обе области:

1) FigSpec FS-60 – универсальная модель с широким спектральным диапазоном (400–1700 нм), что позволяет проводить глубокую диагностику, выявляя не только болезни, но и дефицит питательных веществ [48].

2) Specim FX50 – камера, работающая в среднем ИК-диапазоне (MWIR), что открывает возможности для анализа высокотемпературных процессов и химически чувствительных материалов [42].

Таким образом, для различных задач гиперспектрального анализа оптимальными решениями станут: Resonon Pika XC2 и FigSpec FS-13 – для лабораторных исследований, где особенно важны высокая точность измерений и стабильность данных; Specim FX10 и FX17 – для промышленного применения, требующего высокой скорости съёмки и надёжности при интеграции в производственные процессы; Unispectral Monarch II и FigSpec FS-23 – для мобильной и оперативной диагностики в полевых условиях, когда необходима компактность и

простота использования; FigSpec FS-60 и Specim FX50 – для универсальных задач и углублённого научного анализа, требующих широкого спектрального диапазона, гибкости настройки и расширенных аналитических возможностей.

Проведённый анализ показал, что гиперспектральные камеры FigSpec FS-13 и FigSpec FS-23 VNIR-диапазона являются оптимальными для выполнения комплекса лабораторно-полевых исследований. Данные приборы обеспечивают съёмку в спектральном диапазоне 400–1000 нм с разрешением 2,5–5 нм и

пространственным разрешением порядка 0,3 мм/пиксель. Их применение позволяет проводить обработку полученных изображений в программной среде ENVI с последующим анализом спектров объектов и построением классификационных моделей в специализированном программном обеспечении Breeze с использованием языка IDL. Такой выбор оборудования обеспечивает высокую точность спектральных измерений, эффективность обработки данных и адаптивность к различным сценариям практического применения.

Заключение

В данной работе проведён сравнительный анализ основных типов гиперспектральных камер: дисперсионных, интерферометрических и фильтрующих. Выбор оптимального типа гиперспектральной камеры зависит от конкретных требований приложения. Дисперсионные камеры характеризуются высокой скоростью регистрации и широким спектральным охватом, однако требуют массивных оптических компонентов и значительных затрат. Интерферометрические системы обладают высокой спектральной чувствительностью, но их применение ограничивается зависимостью от стабильности освещения. Фильтрующие камеры

обеспечивают гибкость настройки и потенциальную компактность, однако могут иметь механические и спектральные ограничения, обусловленные характеристиками фильтра.

Благодарности

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (Грант ИРН AP23485162 «Разработка инновационного метода мониторинга и ранней диагностики болезней зерновых культур с использованием технологии гиперспектрального зондирования»).

Литература References

- 1 J.Y. Hardeberg, F. Schmitt, H. Brettel, Multispectral color image capture using a liquid crystal tunable filter, *Optical Engineering* **41**(10), 2532–2548 (2002). <https://doi.org/10.1117/1.1503346>
- 2 M.E. Klein, B.J. Aalderink, R. Padoan, G. De Bruin, T.A. Steemers, Quantitative hyperspectral reflectance imaging, *Sensors* **8**(9), 5576–5618 (2008). <https://doi.org/10.3390/s8095576>
- 3 F. Rosi, C. Miliani, R. Braun, R. Harig, D. Sali, B.G. Brunetti, A. Sgamellotti, Noninvasive analysis of paintings by mid-infrared hyperspectral imaging, *Angewandte Chemie International Edition* **52**(20), 5258–5261 (2013). <https://doi.org/10.1002/anie.201209929>
- 4 M. Schlerf, G. Rock, P. Lagoux, F. Ronellenfitsch, M. Gerhards, L. Hoffmann, T. Udelhoven, A hyperspectral thermal infrared imaging instrument for natural resources applications, *Remote Sensing* **4**(12), 3995–4009 (2012). <https://doi.org/10.3390/rs4123995>
- 5 M.J. Barnsley, J.J. Settle, M.A. Cutter, D.R. Lobb, F. Teston, The PROBA/CHRIS mission: A low-cost smallsat for hyperspectral multiangle observations of the earth surface and atmosphere, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* **42**(7), 1512–1520 (2004). <https://doi.org/10.1109/TGRS.2004827260>
- 6 K. Tohsing, M. Schrempf, S. Riechelmann, G. Seckmeyer, Validation of spectral sky radiance derived from all-sky camera images, *Atmospheric Measurement Techniques* **7**, 2137–2146 (2014). <https://doi.org/10.5194/amt-7-2137-2014>
- 7 X. Ye, K. Sakai, H. Okamoto, L.O. Garciano, A ground-based hyperspectral imaging system for characterizing vegetation spectral features, *Computers and Electronics in Agriculture* **63**(1), 13–21 (2008). <https://doi.org/10.1016/j.compag.2008.01.011>
- 8 C.F. Cull, K. Choi, D.J. Brady, T. Oliver, Identification of fluorescent beads using a coded aperture snapshot spectral imager, *Applied Optics* **49**(10), B59–B70 (2010). <https://doi.org/10.1364/AO.49.000B59>
- 9 M. Kamruzzaman, G. Elmasry, D.W. Sun, P. Allen, Application of NIR hyperspectral imaging for discrimination of lamb muscles, *Journal of Food Engineering* **104**(3), 332–340 (2011). <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2010.12.024>

- 10 A. Mahlein, U. Steiner, C. Hillnhütter, H. Dehne, E. Oerke, Hyperspectral imaging for small-scale analysis of symptoms caused by different sugar beet diseases, *Plant Methods* **8**, Article 3 (2012). <https://doi.org/10.1186/1746-4811-8-3>
- 11 R. Roscher, J. Behmann, A.-K. Mahlein, J. Dupuis, H. Kuhlmann, L. Plümer, Detection of disease symptoms on hyperspectral 3D plant models, *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences* **III-7**, 89–96 (2016). <https://doi.org/10.5194/isprs-annals-III-7-89-2016>
- 12 H. Aasen, E. Honkavaara, A. Lucieer, P.J. Zarco-Tejada, Quantitative remote sensing at ultra-high resolution with UAV spectroscopy: a review, *Remote Sensing* **10**(7), Article 1091 (2018). <https://doi.org/10.3390/rs10071091>
- 13 O. Mutanga, L. Kumar, Estimating and mapping grass phosphorus concentration in an African savanna using hyperspectral image data, *International Journal of Remote Sensing* **28**(21), 4897–4911 (2007). <https://doi.org/10.1080/01431160701253253>
- 14 A. Terentev, V. Dolzhenko, A. Fedotov, D. Eremenko, Current state of hyperspectral remote sensing for early plant disease detection: a review, *Sensors* **22**(3) (2022). <https://doi.org/10.3390/s22030757>
- 15 S.M. De Jong, F.D. Van Der Meer, J.G. Clevers, Basics of Remote Sensing. *Remote Sensing Image Analysis: Including the Spatial Domain*, Dordrecht: Springer, 2007, 260 p. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-2560-0_1
- 16 P. Mishra, M.S.M. Asaari, A. Herrero-Langreo, S. Lohumi, B. Diezma, P. Scheunders, Close range hyperspectral imaging of plants: a review, *Biosystems Engineering* **164**, 49–67 (2017). <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2017.09.009>
- 17 D.A. Landgrebe, *Signal Theory Methods in Multispectral Remote Sensing*, (Hoboken, NJ, John Wiley & Sons, 2003), 528 p. <https://doi.org/10.1002/0471723800>
- 18 R. Green et al., Imaging spectroscopy and the airborne visible/infrared imaging spectrometer (AVIRIS), *Remote Sensing of Environment* **65**, 227–248 (1998). [https://doi.org/10.1016/S0034-4257\(98\)00064-9](https://doi.org/10.1016/S0034-4257(98)00064-9)
- 19 C.-I. Chang, *Hyperspectral Imaging: Techniques for Spectral Detection and Classification*, (New York, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2003), 390 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9170-6>
- 20 X. Jia, J. Richards, D. Ricken, *Remote Sensing Digital Image Analysis: An Introduction*, (Berlin/Heidelberg: Springer, 2006), 240 p.
- 21 M. Aikio, *Hyperspectral Prism-Grating-Prism Imaging Spectrograph*, (Espoo, VTT Publications 435, 2001), 114 p.
- 22 X. Qingsheng, T. Zhongtian, Y. Bai, L. Jishen, L. Chang, W. Fupeng, L. Qian, Underwater hyperspectral imaging system using a prism–grating–prism structure, *Applied Optics* **60**(4), 894–900 (2021). <https://doi.org/10.1364/AO.415351>
- 23 G. Wong, Snapshot hyperspectral imaging and practical applications, *Journal of Physics: Conference Series* **178**(1), 012048 (2009). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/178/1/012048>
- 24 X. Li, R. Li, M. Wang, Y. Liu, B. Zhang, J. Zhou, Hyperspectral imaging and their applications in the nondestructive quality assessment of fruits and vegetables, in *Hyperspectral Imaging in Agriculture, Food and Environment*, (London, IntechOpen, 2018), pp. 27–63.
- 25 Y. Zhang, Q. Lv, Y. Tang, P. He, B. Zhu, X. Sui, Y. Yang, Y. Bai, Y. Liu, Super-Resolution Multicomponent Joint-Interferometric Fabry–Perot-Based Technique, *Applied Sciences* **13**(2), 1012 (2023). <https://doi.org/10.3390/app13021012>
- 26 A. Armaşelu, New spectral applications of the Fourier transforms in medicine, biological and biomedical fields, in *Fourier Transforms – High-tech Application and Current Trends*, (Rijeka: InTech, 2017), pp.235–254.
- 27 J.C. Bremer, *Multispectral imager with improved filter wheel and optics*, (NASA Tech Briefs, 2007).
- 28 L. Ma, H. Wu, S. Tan, X. Zhang, L. Wang, N. Zhou, J. Jia, S. Mu, W. Wang, Research on the technology of a compact double-layer multispectral filter-wheel mechanism driven by a single motor, *Applied Sciences* **14**, Article 10686 (2024). <https://doi.org/10.3390/app142210686>
- 29 J. Brauers, N. Schulte, T. Aach, Multispectral filter-wheel cameras: geometric distortion model and compensation algorithms, *IEEE Transactions on Image Processing* **17**(12), 2368–2380 (2008).
- 30 X. Wang, Y.H. Zhang, X. Ma, T.F. Xu, G.R. Arce, Compressive spectral imaging system based on liquid crystal tunable filter, *Optics Express* **26**(19), 25226–25243 (2018). <https://doi.org/10.1364/OE.26.025226>
- 31 N. Gupta, Acousto-optic tunable filter based spectropolarimetric imagers, *Proc. SPIE* **6972**, 69720C (2008). <https://doi.org/10.1117/12.782800>
- 32 D. Manolakis, R. Lockwood, T. Cooley, *Hyperspectral Imaging Remote Sensing: Physics, Sensors, and Algorithms*, (Cambridge: Cambridge University Press, 2016), 706 p.
- 33 R. Mahendra, R. Chandra, Design of linear variable optical filter for hyperspectral imaging, *Engineering Research Express* **2**, 025041 (2021). <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-358928/v1>
- 34 B. Geelen, N. Tack, A. Lambrechts, A compact snapshot multispectral imager with a monolithically integrated per-pixel filter mosaic, *Proc. SPIE 8974, Advanced Fabrication Technologies for Micro/Nano Optics and Photonics VII*, 89740L (2014). <https://doi.org/10.1117/12.2037607>
- 35 A. Bhargava, A. Sachdeva, K. Sharma, M.H. Alsharif, P. Uthansakul, M. Uthansakul, Hyperspectral imaging and its applications: a review, *Heliyon* **10**(12), Article e33208 (2024). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e33208>
- 36 V.I. Klimov, *Nanocrystal Quantum Dots*, (Boca Raton, CRC Press, 2017), 485 p.
- 37 M. Kianinia, C. Bradac, B. Sontheimer et al., All-optical control and super-resolution imaging of quantum emitters in layered materials, *Nature Communications* **9**, 874 (2018). <https://doi.org/10.1038/s41467-018-03290-0>

- 38 HySpex Baldur V-1024 N (Electronic resource), URL: <https://www.hyspex.com/hyspex-products/hyspex-baldur/baldur-v-1024-n>, Retrieved 29.08.2025.
- 39 HySpex Baldur S-640i N (Electronic resource), URL: <https://www.hyspex.com/hyspex-products/hyspex-baldur/baldur-s-640i-n>, Retrieved 29.08.2025.
- 40 Specim FX10 (Electronic resource), URL: <https://www.specim.com/products/specim-fx10/>, Retrieved 29.08.2025.
- 41 Specim FX17 (Electronic resource), URL: <https://www.specim.com/products/specim-fx17/>, Retrieved 29.08.2025.
- 42 Specim FX50 (Electronic resource), URL: <https://www.specim.com/products/specim-fx50/>, Retrieved 29.08.2025.
- 43 Pika XC2 (400–1000 nm) (Electronic resource), URL: <https://resonon.com/Pika-XC2>, Retrieved 29.08.2025.
- 44 Unispectral Monarch II (Electronic resource), URL: https://www.isuzuoptics.com/en/products/Unispectral_Monarch_II#Specifications, Retrieved 29.08.2025.
- 45 Spectrum Link Everything. Manufacturer of Hyperspectral Camera (Electronic resource), URL: <https://www.figspec.com/en/>, Retrieved 29.08.2025.
- 46 Hyperspectral camera FS1X series (line scanning) (Electronic resource), URL: <https://www.figspec.com/en/h-col-125.html>, Retrieved 29.08.2025.
- 47 Imaging hyperspectral camera FS2X series (Electronic resource), URL: <https://www.figspec.com/en/h-col-141.html>, Retrieved 29.08.2025.
- 48 FS60 UAV Hyperspectral Measurement System (Electronic resource), URL: <https://www.figspec.com/en/h-col-127.html>, Retrieved 29.08.2025.

Мақала тарихы:

Түсті – 13.05.2025

Түзетілген түрде түсті – 08.07.2025

Қабылданды – 20.08.2025

Article history:

Received 13 May 2025

Received in revised form 08 July 2025

Accepted 20 August 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Римма Уалиева** – PhD, профессор, «Торайғыров университеті» КеАҚ, Павлодар, Қазақстан, e-mail: uاليةva.r@gmail.com

2. **Тимур Тухфатуллин** (автор корреспондент) – ғылым кандидаты, доцент, Ұлттық ядролық зерттеу университеті МИФИ Алматы қаласындағы филиалы, Алматы, Қазақстан, e-mail: tta@tpu.ru

3. **Бойцова Елена** – ғылым кандидаты, Томск политехникалық ұлттық зерттеу университеті, Томск, Ресей Федерациясы, e-mail: boi55@tpu.ru

4. **Каверина Мария** – «Торайғыров университеті» КеАҚ, Павлодар, Қазақстан, e-mail: k.ma96@mail.ru

Information about authors:

1. **Rimma Ualieva** – PhD, Professor, Toraigyrov University, Pavlodar, Kazakhstan, e-mail: uاليةva.r@gmail.com

2. **Timur Tukhfatullin** (corresponding author), PhD, Associate Professor, Almaty Branch of National Research Nuclear University MEPhI, Almaty, Kazakhstan, e-mail: tta@tpu.ru

3. **Elena Boytsova**, PhD, National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation, e-mail: boi55@tpu.ru

4. **Maria Kaverina**, Doctoral Candidate, Toraigyrov University, Pavlodar, Kazakhstan, e-mail: k.ma96@mail.ru

B.Ye. Zhumadilov^{1,2} , R.Ye. Zhumadilov^{1,2} , R. R. Nemkayeva^{1,2} ,
A. A. Markhabayeva^{1,2} , M. T. Gabdullin^{1,2} , and Ye. Yerlanuly^{1,2*} 

¹Kazakh-British Technical University, Almaty, Kazakhstan

²Institute of Applied Science and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan

*e-mail: yerlanuly@physics.kz

ROLE OF SYNTHESIS TIME IN SHAPING THE MORPHOLOGY AND STRUCTURE OF CARBON NANOWALLS

Carbon nanowalls (CNWs), a unique class of vertically oriented graphene-based nanostructures, have attracted significant attention due to their promising applications in energy storage, electronics, and sensing technologies. These materials combine high surface area, excellent electrical conductivity, and tunable morphology, making them ideal for a range of functional devices. However, controlling their structural evolution during synthesis remains a critical challenge. This study aims to systematically investigate the effect of synthesis duration on the morphological, structural, and optical properties of CNWs grown on silicon substrates using capacitively coupled plasma-enhanced chemical vapor deposition (CCP-PECVD). The research focuses on understanding how variations in growth time influence nanowall formation, defect density, and surface characteristics, which are essential for tailoring material performance. The CNWs were synthesized at four different durations—30, 60, 90, and 120 minutes—and characterized using SEM, AFM, Raman spectroscopy, and UV–Vis reflectance analysis. The results demonstrate a clear time-dependent evolution in CNW morphology and structure: from sparse and disordered features at 30 minutes to dense, petal-like graphitic walls at 120 minutes. Raman analysis showed increasing defect density with time, followed by partial graphitization at longer durations. Optical measurements revealed reduced reflectance with increasing synthesis time, indicating enhanced light trapping and surface roughness.

Key words: carbon nanowalls; deposition; substrate; growth time.

Б.Е. Жұмадилов^{1,2}, Р.Е. Жұмадилов^{1,2}, Р.Р. Немкаева^{1,2},
А.А. Мархабаева^{1,2}, М.Т. Габдуллин^{1,2}, Е.Ерланұлы^{1,2*}

¹Қазақстан-Британ техникалық университеті, Алматы, Қазақстан

²Қолданбалы ғылымдар және ақпараттық технологиялар институты, Алматы, Қазақстан

*e-mail: yerlanuly@physics.kz

Көміртекті наноқабырғалардың морфологиясы мен құрылымын қалыптастырудағы синтез уақытының рөлі

Көміртекті наноқабырғалар (КНҚ) – графенге негізделген тік бағытталған наноқұрылымдардың ерекше класы – энергияны сақтау, электроника және сенсорлық технологиялар салаларында кең перспективаларға ие болғандықтан, ғылыми қауымдастықтың үлкен қызығушылығын тудырып отыр. Бұл материалдар үлкен меншікті беткі ауданға, жоғары электр өткізгіштікке және реттелетін морфологияға ие, бұл оларды функционалдық құрылғылардың кең ауқымы үшін перспективалы етеді. Алайда, КНҚ-ның синтез кезіндегі құрылымдық эволюциясын басқару әлі де маңызды ғылыми мәселе болып табылады. Осы зерттеудің мақсаты – кремний негізіндегі субстраттарда сыйымдылықпен байланысқан плазмалы-химиялық бу фазасында тұндыру (CCP-PECVD) әдісімен алынған КНҚ-ның морфологиялық, құрылымдық және оптикалық қасиеттеріне синтез ұзақтығының әсерін жүйелі түрде зерттеу. Зерттеу барысында өсу уақытының өзгеруі КНҚ түзілуіне, ақаулар тығыздығына және беткі сипаттамаларына қалай әсер ететіні талданды. КНҚ төрт түрлі ұзақтықта — 30, 60, 90 және 120 минут — синтезделіп, СЭМ, АСМ, Раман

спектроскопиясы және УФ-көрінетін диапазондағы шағылу спектрлерімен сипатталды. Алынған нәтижелер КНҚ-ның морфологиясы мен құрылымының уақытқа байланысты айқын эволюциясын көрсетті: 30 минутта сирек және ретсіз құрылымдардан бастап, 120 минутта тығыз әрі жапырақ тәрізді графитті қабырғаларға дейінгі өзгеріс байқалды. Раман спектроскопиясы синтез уақыты артқан сайын ақаулар тығыздығының өскенін, ал одан кейінгі кезеңде ішінара графитизацияның орын алғанын көрсетті. Оптикалық өлшеулер синтез ұзақтығы артқан сайын шағылудың төмендейтінін көрсетті, бұл өз кезегінде жарықты тиімді тұзақтауға және беткі кедір-бұдырлықтың артуына байланысты екенін білдіреді.

Түйін сөздер: көміртекті наноқабырғалар; тұндыру; субстрат; өсу уақыты.

Б.Е. Жумадилов^{1,2}, Р.Е. Жумадилов^{1,2}, Р.Р. Немкаева^{1,2},
А.А. Мархабаева^{1,2}, М.Т. Габдуллин^{1,2}, Е.Ерланұлы^{1,2*}

¹Казахстанско-Британский технический университет, Алматы, Казахстан

²Институт прикладных наук и информационных технологий, Алматы, Казахстан

*e-mail: yerlanuly@physics.kz

Роль времени синтеза в формировании морфологии и структуры углеродных наностен

Углеродные наностены (УНС), уникальный класс вертикально ориентированных наноструктур на основе графена, привлекли значительное внимание из-за их многообещающих применений в технологиях хранения энергии, электронике и сенсорных технологиях. Эти материалы сочетают в себе большую площадь поверхности, превосходную электропроводность и настраиваемую морфологию, что делает их идеальными для ряда функциональных устройств. Однако контроль их структурной эволюции во время синтеза остается критической проблемой. Целью данного исследования является систематическое изучение влияния продолжительности синтеза на морфологические, структурные и оптические свойства УНС, выращенных на кремниевых подложках с использованием емкостно-связанного плазменно-химического осаждения из паровой фазы (ССР-PECVD). Исследование сосредоточено на понимании того, как изменения во времени роста влияют на формирование УНС, плотность дефектов и характеристики поверхности, которые необходимы для адаптации характеристик материала. УНС были синтезированы в течение четырех различных продолжительностей — 30, 60, 90 и 120 минут — и охарактеризованы с помощью СЭМ, АСМ, КРС и анализа отражения в УФ-видимом диапазоне. Результаты демонстрируют четкую эволюцию морфологии и структуры УНС со временем: от редких и неупорядоченных особенностей через 30 минут до плотных, лепесткообразных графитовых стенок через 120 минут. Анализ Рамана показал увеличение плотности дефектов со временем, за которым следует частичная графитизация при более длительных длительностях. Оптические измерения выявили снижение отражательной способности с увеличением времени синтеза, что указывает на улучшение улавливания света и шероховатости поверхности.

Ключевые слова: углеродные наностены; осаждение; подложка; время роста.

Introduction

Carbon nanomaterials – including zero-dimensional (0D) fullerenes and carbon dots, one-dimensional (1D) carbon nanotubes (CNTs) and carbon nanofibers (CNFs), two-dimensional (2D) materials such as graphene and its derivatives, as well as three-dimensional (3D) forms like nanodiamonds – have attracted significant attention since their discovery [1–3]. Unlike conventional carbon

materials such as graphite, carbon black, and diamond, carbon nanostructures exhibit unique mechanical and transport properties due to their distinct atomic arrangements [4]. Despite variations in geometry and dimensionality, these materials share a common structural motif: a hexagonal (honeycomb-like) lattice composed of sp²-hybridized carbon atoms [2]. This structural feature endows them with

exceptional electrical conductivity, chemical stability, and a range of other outstanding physical properties.

For the practical implementation of carbon nanomaterials in various devices, precise control over their morphology and chemical characteristics during deposition onto substrates is essential. In particular, the ability to synthesize these materials at low temperatures is crucial for applications involving thermally sensitive substrates.

Graphitic carbon is of particular interest for use in battery electrodes and thermal management systems in energy and electronics due to its high electrical and thermal conductivity, chemical inertness, and mechanical strength [5–9]. It also finds applications in biotechnology, benefiting from its chemical stability. Graphite flakes, with their high specific surface area, promote uniform substrate coverage and facilitate the vertical growth of graphene sheets. Nanowall structures, due to their porosity and interplanar spacing, provide a high surface-to-volume ratio, which is especially advantageous for sensor and electrochemical applications [10,11].

Methodology

CNWs were synthesized via capacitively coupled plasma-enhanced chemical vapor deposition (CCP-PECVD) [8,15] on silicon substrates (Si (100), 500 μm thickness, ST orientation, University Wafer, USA). Prior to deposition, all substrates were sequentially cleaned in an ultrasonic bath using acetone and isopropanol (Sigma-Aldrich), followed by drying with nitrogen gas. Following substrate preparation, CNWs were synthesized according to the procedure described in [8] for different durations (30, 60, 90, and 120 minutes) to systematically investigate the effect of deposition time on the morphology and structural characteristics of the CNWs. The resulting samples were characterized using various analytical techniques. The morphology of the CNWs was

To date, a variety of carbon nanostructures – such as carbon nanowalls (CNWs), vertical graphene (VG), and three-dimensional graphene (3DG) – have been synthesized using plasma-enhanced chemical vapor deposition (PECVD) on different types of substrates and with various plasma sources [10,12–14]. However, the detailed mechanisms governing the deposition process remain insufficiently understood. Further investigation into the deposition kinetics is necessary, with particular emphasis on the interactions between ions and radicals generated by the plasma, as well as the effects of deposition duration and plasma exposure time on the resulting material's morphology and structure.

This study focuses on investigating the effect of synthesis time on the morphological and structural properties of carbon nanowalls. CNWs were synthesized on silicon substrates using the PECVD method, with synthesis durations ranging from 30 to 120 minutes. The morphological and structural characteristics of the resulting samples were examined to determine how synthesis time influences the formation and properties of CNWs.

examined using a scanning electron microscope (SEM, ZEISS Crossbeam 540). Surface topography and roughness were analyzed using atomic force microscopy (AFM, Solver Spectrum NT-MDT) operated in semi-contact mode with silicon probes (NSG01, tip radius ~ 10 nm, resonance frequency ~ 170 kHz). Raman spectroscopy (Solver Spectrum NT-MDT, 473 nm laser) was employed to study the structural and vibrational properties of the samples [16]. UV–Vis reflectance spectra were recorded in diffuse reflectance mode over the 200–800 nm range using an Agilent Cary 5000 spectrophotometer equipped with a DRA-2500 integrating sphere. All spectra were acquired in dual-beam mode with a spectral bandwidth (SBW) of 2.0 nm.

Results and discussion

Figure 1 presents SEM images of carbon nanowalls (CNWs) synthesized on silicon substrates at different deposition times. The results clearly demonstrate the strong influence of synthesis duration on the surface morphology of CNWs. At 30 minutes (Figure 1a), the silicon surface appears mostly smooth, with virtually no visible formation of CNWs or vertical graphene sheets. By 60 minutes (Figure 1b), initial growth of CNWs is observed, characterized by a labyrinth-like morphology with emerging vertically aligned graphene nanosheets.

Extending the synthesis time to 90 minutes (Figure 1c) leads to a denser and more developed network of nanowalls with increased wall thickness. At 120 minutes (Figure 1d), the CNWs exhibit a transition from labyrinthine to petal-like morphology. Additionally, individual graphene sheets become more prominent, and thicker wall structures are observed. Occasional graphite-like deposits also begin to appear on the surface, indicating the onset of secondary carbon aggregation processes. These morphological changes indicate that synthesis time

plays a critical role in the evolution and structural characteristics of CNW films.

The SEM series in Figure 1 clearly demonstrates how CNW morphology evolves with synthesis time – from negligible growth at 30 min, through labyrinthine walls at 60-90 min, to petal-like, edge-

rich structures at 120 min. These findings are consistent with existing literature, providing strong evidence that deposition time critically controls wall thickness, surface area, and nanostructure edge characteristics – key factors for optimizing CNWs in functional devices.

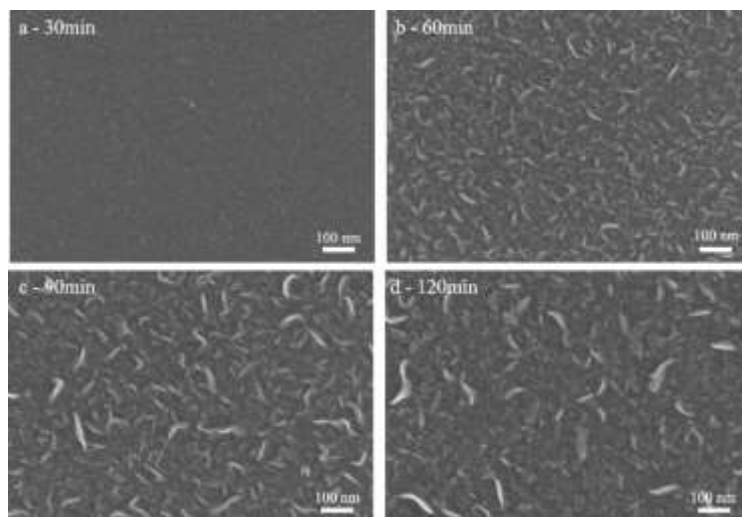


Figure 1 – SEM images showing the evolution of carbon nanowall (CNW) morphology synthesized on silicon substrates via CCP-PECVD at different deposition times: (a) 30 min, (b) 60 min, (c) 90 min, and (d) 120 min.

The AFM analysis clearly demonstrates the time-dependent evolution of the surface morphology of CNWs (see Figure 2). At 30 minutes (Figure 2a), the substrate remains relatively smooth, with only a few isolated nucleation sites and a maximum height of ~28 nm, indicating minimal CNW growth. After 60 minutes (Figure 2b), the surface becomes more uniformly covered with early-stage CNWs exhibiting a granular texture and a height increase to ~49 nm. At 90 minutes (Figure 2c), the CNWs begin forming

vertically oriented structures with noticeable roughness and a further increase in height to ~74 nm. By 120 minutes (Figure 2d), a well-developed, densely packed CNW network is observed, with a distinct petal-like morphology and a maximum height reaching ~119 nm. This trend highlights the progressive thickening and vertical alignment of CNWs over time, consistent with the SEM observations in Figure 2.

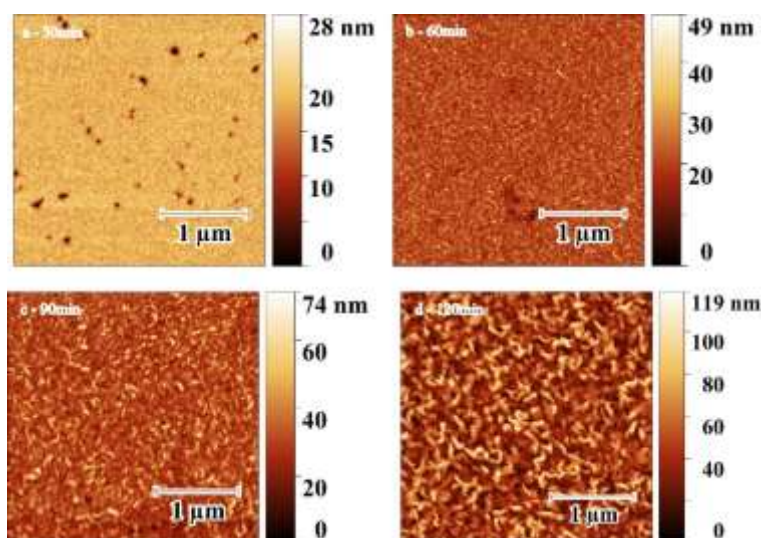


Figure 2 – AFM images showing the surface topography of CNWs synthesized on silicon substrates via CCP-PECVD at different deposition times: (a) 30 min, (b) 60 min, (c) 90 min, and (d) 120 min.

Raman analysis results are presented in Figure 3. All obtained spectra (Figure 3a) exhibit a peak at approximately $\sim 520 \text{ cm}^{-1}$, corresponding to the silicon substrate [17]. As the deposition time increases, the intensity of this peak decreases, which is attributed to the increasing thickness of the CNW films that attenuate the silicon signal. In addition, all spectra in Figure 3a reveal the key structural features of CNWs, including the D, G, D', and 2D bands, which indicate the presence of sp^2 -hybridized carbon networks with varying degrees of disorder [12,18,19]. At the shortest deposition time (30 min), the intensities of the D and G bands are relatively low, consistent with minimal CNW growth observed in SEM (Figure 1a) and low surface roughness seen in AFM (Figure 2a). As the deposition time increases to 60 and 90 minutes, the intensities of the D and G bands rise, and the I_D/I_G ratio (Figure 3b) increases, indicating a higher density of structural defects and wall formation. This observation correlates well with the labyrinth-like structures observed in SEM (Figure 1b–c) and the increased surface topography seen in AFM (Figure 2b–c). Notably, the I_D/I_G ratio peaks at

60 minutes, suggesting a maximum in structural disorder or edge density. Beyond this point, at 90 and 120 minutes, a slight decline or plateau in the I_D/I_G ratio is observed, which may indicate partial graphitization or increased wall thickness and stacking of CNWs. This is in agreement with the petal-like morphology and thick walls observed in SEM (Figure 1d) and the increased height in AFM (Figure 2d). The inset in Figure 3b shows the evolution of the G_f parameter, which reflects the relative contribution of the G band to the total spectrum and can be interpreted as the degree of graphitization. The trend further supports the observed structural transition. In Figure 3c, the I_D/I_G ratio, which is sensitive to edge defects, gradually decreases with increasing synthesis time, indicating a reduction in edge defect density and the lateral growth or coalescence of CNW walls at longer deposition durations. These spectroscopic results strongly correlate with the morphological evolution observed in both SEM and AFM analyses, providing a comprehensive understanding of CNW growth dynamics as a function of deposition time.

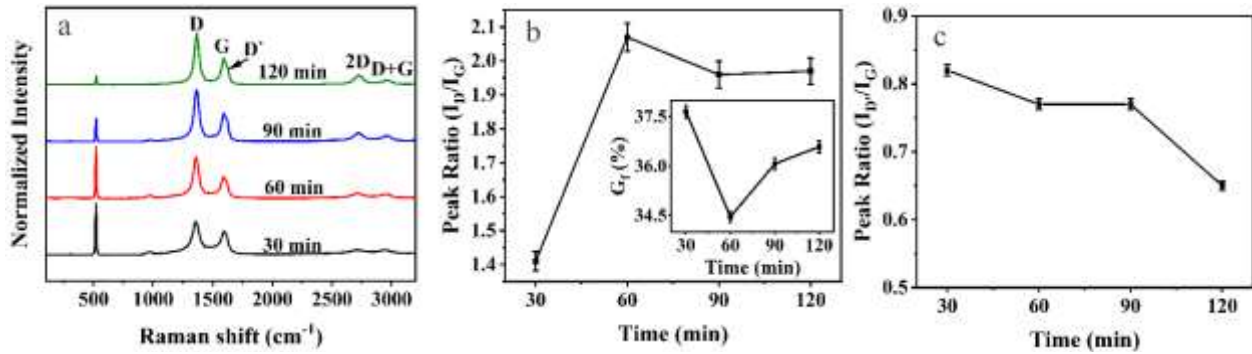


Figure 3 – Raman spectroscopy analysis of CNWs synthesized at different deposition durations. (a) Raman spectra of CNWs obtained at 30, 60, 90, and 120 minutes. (b) Evolution of the I_D/I_G peak ratio with deposition time and corresponding G_f content (inset). (c) Variation of the I_D/I_G peak ratio as a function of deposition time.

Figure 4 shows the UV–visible reflection spectra of CNWs synthesized for 30, 60, 90, and 120 minutes, with pristine silicon serving as a reference. All CNW samples display characteristic reflection features in the 300–500 nm range.

The sample synthesized for 30 minutes exhibits the highest reflectance, while reflection intensity progressively decreases with longer synthesis durations.

The 120-minute sample demonstrates the lowest reflectance, suggesting that prolonged growth leads to significant morphological modifications – such as increased surface roughness, wall thickness, and possibly defect density – that enhance light trapping and reduce optical reflection.

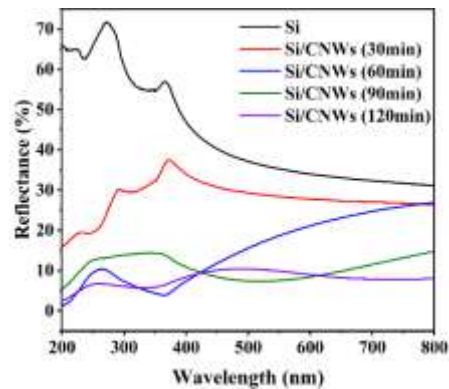


Figure 4 – UV–vis reflectance spectra of CNW films synthesized at different growth durations.

This trend is consistent with the morphological evolution observed in the SEM and AFM analyses (Figures 1 and 2), where extended synthesis time led to a transition from sparse or labyrinth-like CNW structures to dense, petal-like morphologies with thicker walls and greater vertical height. Furthermore, Raman spectroscopy (Figure 3) confirmed increased structural disorder and partial graphitization at longer

synthesis durations, which may contribute to increased light absorption and scattering. Together, these results indicate that the optical reflectance of CNWs can be effectively tuned through controlled growth time, enabling their application in optoelectronic devices, anti-reflective coatings, and photovoltaics.

Conclusion

In this study, carbon nanowalls (CNWs) were synthesized on silicon substrates using the CCP-PECVD method for varying durations (30, 60, 90, and 120 minutes) to systematically investigate the effect of deposition time on their morphological, structural, and optical properties. SEM analysis revealed a clear evolution of CNW morphology with increasing synthesis time: from minimal or absent nanostructures at 30 minutes to densely packed, vertically oriented graphene-like walls at 60–90 minutes, and ultimately to thicker, petal-like structures with partial graphitization and aggregated carbon deposits at 120 minutes. AFM data supported this trend, showing increasing surface roughness and nanostructure height over time, indicating continuous vertical and lateral growth. Raman spectroscopy further confirmed these morphological transformations. The increasing D and G band intensities and rising I_D/I_G ratios up to 60 minutes reflect a rise in structural disorder and edge density

during the early growth stages. At longer durations (90–120 minutes), a slight decline in I_D/I_G along with reduced I_D/I_G suggests partial graphitization, wall merging, and a decline in edge defects – consistent with thicker, more stacked CNW walls. Optical reflectance measurements showed a steady decrease in UV–visible reflectivity with increasing synthesis time, suggesting enhanced light absorption due to morphological changes such as increased roughness, thickness, and structural disorder. This indicates that CNW films with longer growth durations may be advantageous for applications requiring light-trapping or anti-reflective properties, such as photovoltaics or sensing platforms.

Acknowledgements

The authors are grateful for the Committee of Science of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. BR28712419).

References

- 1 N. Panwar, A.M. Soehartono, K.K. Chan, S. Zeng, G. Xu, J. Qu, P. Coquet, K.-T. Yong, X. Chen, Nanocarbons for Biology and Medicine: Sensing, Imaging, and Drug Delivery, *Chemical Reviews*. 119 (2019) 9559–9656. <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.9b00099>
- 2 L. Qiu, X. Zhang, Z. Guo, Q. Li, Interfacial heat transport in nano-carbon assemblies, *Carbon*. 178 (2021) 391–412. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2021.02.105>
- 3 X. Sun, C. Huang, L. Wang, L. Liang, Y. Cheng, W. Fei, Y. Li, Recent Progress in Graphene/Polymer Nanocomposites, *Advanced Materials*. 33 (2021). <https://doi.org/10.1002/adma.202001105>
- 4 J. Xue, D. Liu, D. Li, T. Hong, C. Li, Z. Zhu, Y. Sun, X. Gao, L. Guo, X. Shen, P. Ma, Q. Zheng, New Carbon Materials for Multifunctional Soft Electronics, *Advanced Materials*. 37 (2025). <https://doi.org/10.1002/adma.202312596>
- 5 H.J. Cho, H. Kondo, K. Ishikawa, M. Sekine, M. Hiramatsu, M. Hori, Density control of carbon nanowalls grown by CH₄/H₂ plasma and their electrical properties, *Carbon*. 68 (2014) 380–388. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2013.11.014>
- 6 S. Ghodke, M. Murashima, D. Christy, N. Van Nong, K. Ishikawa, O. Oda, N. Umehara, M. Hori, Mechanical properties of maze-like carbon nanowalls synthesized by the radial injection plasma enhanced chemical vapor deposition method, *Materials Science and Engineering: A*. 862 (2023) 144428. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2022.144428>
- 7 T. Ichikawa, N. Shimizu, K. Ishikawa, M. Hiramatsu, M. Hori, Synthesis of isolated carbon nanowalls via high-voltage nanosecond pulses in conjunction with CH₄/H₂ plasma enhanced chemical vapor deposition, *Carbon*. 161 (2020) 403–412. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2020.01.064>
- 8 D. Batryshev, Y. Yerlanuly, B. Alpysbaeva, R. Nemkaeva, T. Ramazanov, M. Gabdullin, Obtaining of carbon nanowalls in the plasma of radio-frequency discharge, *Applied Surface Science*. 503 (2020) 144119. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2019.144119>
- 9 Y. Yerlanuly, H.P. Parkhomenko, R.Y. Zhumadilov, et al, Achieving stable photodiode characteristics under ionizing radiation with a self-adaptive nanostructured heterojunction CNWs/CdZnTe, *Carbon*. 215 (2023) 118488. <https://doi.org/10.1016/j.carbon.2023.118488>

- 10 K. Ishikawa, Effects of Plasma Ions/Radicals on Kinetic Interactions in Nanowall Deposition: A Review, *Advanced Engineering Materials*. 26 (2024). <https://doi.org/10.1002/adem.202400679>
- 11 A.A. Markhabayeva, Synthesis of Cu₂O microcube for photochemical water decomposition, *Recent Contributions to Physics*. 85 (2023). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2023.v85.i2.06>
- 12 Y. Yerlanuly, R. Zhumadilov, et al, Physical properties of carbon nanowalls synthesized by the ICP-PECVD method vs. the growth time, *Scientific Reports*. 11 (2021) 19287. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-97997-8>
- 13 Y. Yerlanuly, D. Christy, et al, Synthesis of carbon nanowalls on the surface of nanoporous alumina membranes by RI-PECVD method, *Applied Surface Science*. 523 (2020) 146533. <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2020.146533>
- 14 Y. Yerlanuly, D.G. Batryshev, M. Hori, Synthesis of carbon nanowalls by the method of plasma enhanced chemical vapor deposition in a radio-frequency discharge plasma, *Recent Contributions to Physics*. 68 (2019) 68–73. <https://doi.org/10.26577/RCPH-2019-1-1099>
- 15 Y. Yerlanuly, D. Christy, et al, Creation of unique shapes by coordination of alumina nanopores and carbon nanowalls, Fullerenes, Nanotubes and Carbon Nanostructures. 31 (2023) 295–301. <https://doi.org/10.1080/1536383X.2022.2146672>
- 16 R.Ye. Zhumadilov, R.R. Nemkayeva R.R., Ye. Yerlanuly, M.T. Gabdullin, IN SITU Raman analysis of electrochemical phenomena in carbon nanowalls, *Recent Contributions to Physics*. 88 (2024). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2024v88i1a08>
- 17 G. Mannino, M. Condorelli, G. Compagnini, G. Faraci, Raman amplification for trapped radiation in crystalline single Si nanoparticle, *Scientific Reports*. 13 (2023) 1014. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-27839-2>
- 18 R.Y. Zhumadilov, Y. Yerlanuly, H.P. Parkhomenko, B. Soltabayev, S.A. Orazbayev, Z. Bakenov, T.S. Ramazanov, M.T. Gabdullin, A.N. Jumabekov, Carbon nanowall-based gas sensors for carbon dioxide gas detection, *Nanotechnology*. 35 (2024) 165501. <https://doi.org/10.1088/1361-6528/ad1a7e>
- 19 B. Zhumadilov, A. Kenzhegulov, R. Nemkayeva, G. Partizan, Y. Yerlanuly, M. Gabdullin, Synthesis of carbon nanowalls by oxy-acetylene torch method, *Journal of Metals, Materials and Minerals*. 33 (2023) 1806. <https://doi.org/10.55713/jmmm.v33i4.1806>

Мақала тарихы:

Түсті – 01.07.2025

Қабылданды – 20.08.2025

Article history:

Received 1 July 2025

Accepted 20 August 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Бауыржан Е. Жұмаділов** – Қазақ-Британ техникалық университетінің ғылыми қызметкері, Қолданбалы ғылым және ақпараттық технологиялар институты, Алматы, Қазақстан, e-mail: zhumadilovbe@gmail.com

2. **Рахымжан Е. Жұмаділов** – PhD, аға ғылыми қызметкер, Қазақ-Британ техникалық университеті, Қолданбалы ғылым және ақпараттық технологиялар институты, Алматы, Қазақстан, e-mail: rakimzhan@gmail.com

3. **Рената Р. Немкаева** – мастер, ғылыми қызметкер, Қазақ-Британ техникалық университеті, Қолданбалы ғылым және ақпараттық технологиялар институты, Алматы, Қазақстан, e-mail: quasisensus@mail.ru

4. **Айымкүл А. Мархабаева** – PhD, аға ғылыми қызметкер, Қазақ-Британ техникалық университеті, Қолданбалы ғылым және ақпараттық технологиялар институты, Алматы, Қазақстан, e-mail: aiko_marx@mail.ru

5. **Маратбек Т. Ғабдуллин** – PhD, проф., Қазақ-Британ техникалық университеті, Қолданбалы ғылым және ақпараттық технологиялар институты, Алматы, Қазақстан e-mail: gabdullin@physics.kz

6. **Ерасыл Ерланұлы** (автор корреспондент) – PhD, аға ғылыми қызметкер, Қазақ-Британ техникалық университеті, Қолданбалы ғылым және ақпараттық технологиялар институты, Алматы, Қазақстан, e-mail: yerlanuly@physics.kz

Information about authors:

1. **Bauyrzhan Ye. Zhumadilov** – Ms., Researcher, Kazakh-British Technical University, Institute of Applied Science and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan, e-mail: zhumadilovbe@gmail.com

2. **Rakhymzhan Ye. Zhumadilov** – PhD, Senior Researcher, Kazakh-British Technical University, Institute of Applied Science and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan, e-mail: rakimzhan@gmail.com

3. **Renata R. Nemkayeva** – Ms., Researcher, Kazakh-British Technical University, Institute of Applied Science and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan, e-mail: quasisensus@mail.ru

4. **Aiymkul A. Markhabaeva** – PhD, Senior Researcher, Kazakh-British Technical University, Institute of Applied Science and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan, e-mail: aiko_marx@mail.ru

5. **Maratbek T. Gabdullin** – PhD, prof., Kazakh-British Technical University, Institute of Applied Science and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan, e-mail: gabdullin@physics.kz

6. **Yerassyl Yerlanuly** (corresponding author) – PhD, Senior Researcher, Kazakh-British Technical University, Institute of Applied Science and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan, e-mail: yerlanuly@physics.kz

**Бейсызық физика.
Радиофизика**

**Nonlinear physics.
Radiophysics**

**Нелинейная физика.
Радиофизика**

Y. Baibolatov , Y. Nalibayev* , Y. Kozhagulov 
Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
*e-mail: ednalibaev@gmail.com

UNRAVELING TRAFFIC JAM COMPLEXITY: INSIGHTS FROM ELEMENTARY CELLULAR AUTOMATA AND STATISTICAL PHYSICS

The Nagel-Schreckenberg (NaSch) model is a foundational cellular automaton framework for modeling highway traffic dynamics. Despite its simplicity, the model reproduces key features of real traffic, including the spontaneous emergence of stop-and-go waves and phantom jams. This study investigates the critical transition from free-flow to congested traffic as vehicle density increases. Through extensive simulations on large systems, we analyze steady-state observables such as mean velocity, traffic flow, velocity variance, and the number of jammed clusters. A sharp transition is observed in both microscopic and macroscopic indicators, with velocity fluctuations peaking near a critical density that signifies the onset of jamming. To interpret this behavior, we develop a mean-field theoretical framework that predicts the critical transition point based on vehicle interactions and stochastic braking. The theoretical prediction closely matches the numerical location of the peak in velocity variance. Additionally, we study the formation and coalescence of jams, identifying a secondary peak in jam count at higher densities, where small clusters merge into large-scale gridlock. These findings provide a quantitative understanding of the jamming transition in traffic flow and highlight the relevance of nonequilibrium phase transition theory in transportation systems. The NaSch model thus serves as a paradigmatic example of how simple local rules can give rise to emergent collective phenomena and critical behavior.

Key words: statistical physics, traffic flow, phase transition.

Е. Байболатов, Е. Нәлібаев*, Е. Қожағұлов
Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан
*e-mail: ednalibaev@gmail.com

Көліктің кептелісін ашу кешені: элементар торлы автоматика және статистикалық физика тәсілдері қозғарасымен

Нагель–Шреккенберг (NaSch) моделі автомобиль жолдарындағы қозғалыс динамикасын сипаттайтын жасушалық автоматтың іргелі моделі болып табылады. Қарапайымдылығына қарамастан, бұл модель нақты қозғалыстың негізгі ерекшеліктерін, соның ішінде өздігінен пайда болатын «тоқтау-жүру» толқындарын және фантомдық кептелістерді дәл бейнелейді. Бұл зерттеуде көлік тығыздығы артқан сайын еркін ағымнан кептеліске өту кезіндегі сыни ауысу қарастырылады. Ірі жүйелерде жүргізілген кең ауқымды модельдеулер нәтижесінде орташа жылдамдық, қозғалыс қарқындылығы, жылдамдықтың дисперсиясы және кептеліс кластерлерінің саны сияқты стационарлық шамалар талданды. Микродеңгейде де, макродеңгейде де айқын ауысу байқалады, ал жылдамдықтың флуктуациялары кептеліс басталатын сыни тығыздық маңында шегіне жетеді. Бұл құбылысты түсіндіру үшін көліктердің өзара әрекеттесуіне және кездейсоқ тежелуіне негізделген орташа өрістік теориялық тәсіл әзірленді. Теориялық болжам жылдамдық дисперсиясының шыңы байқалатын сандық нәтижелермен жақсы сәйкес келеді. Сонымен қатар, кептелістердің пайда болуы мен бірігуі зерттелді: жоғары тығыздықта ұсақ кластерлердің ірі көлемді қозғалыс тоқырауына бірігуімен байланысты кептеліс санының екінші шыңы анықталды. Бұл нәтижелер көлік ағынындағы кептелістердің пайда болу ауысуын сандық тұрғыда түсінуге мүмкіндік береді және көлік

жүйелерін зерттеуде тепе-теңсіз фазалық ауысулар теориясының өзектілігін көрсетеді. Осылайша, NaSch моделі қарапайым жергілікті ережелердің ұжымдық құбылыстар мен сыни мінез-құлықты тудыруының парадигмалық мысалы бола алады..

Түйін сөздер: статистикалық физика, қозғалыс ағыны, фазалық ауысу.

Е. Байболатов, Е. Налибаев*, Е. Кожажулов

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

*e-mail: ednalibaev@gmail.com

Раскрытие сложности дорожных пробок: взгляд с точки зрения элементарных клеточных автоматов и статистической физики

Модель Нагеля–Шрекенберга (NaSch) является фундаментальной клеточной автоматной моделью для описания динамики дорожного движения на автомагистралях. Несмотря на простоту, модель воспроизводит ключевые особенности реального трафика, включая спонтанное возникновение волн «стоп-и-го» и фантомных пробок. В данной работе исследуется критический переход от свободного движения к заторам при увеличении плотности транспортного потока. На основе обширных численных экспериментов на больших системах анализируются стационарные наблюдаемые величины, такие как средняя скорость, интенсивность движения, дисперсия скоростей и количество заторных кластеров. В обоих случаях — на микроскопическом и макроскопическом уровнях — наблюдается резкий переход, при этом флуктуации скорости достигают максимума вблизи критической плотности, указывая на начало формирования пробок. Для интерпретации этого поведения разработан теоретический среднеполевой подход, предсказывающий критическую точку перехода на основе взаимодействия транспортных средств и стохастического торможения. Теоретический прогноз хорошо совпадает с численным положением пика дисперсии скоростей. Кроме того, исследуется формирование и слияние заторов, при котором на более высоких плотностях наблюдается второй пик числа пробок, связанный с объединением малых кластеров в крупномасштабный застой. Эти результаты дают количественное понимание перехода к пробкам в транспортных потоках и подчеркивают значимость теории фазовых переходов в неравновесных системах для транспортных исследований. Таким образом, модель NaSch служит парадигматическим примером того, как простые локальные правила могут порождать коллективные явления и критическое поведение.

Ключевые слова: статистическая физика, транспортный поток, фазовый переход.

Introduction

Understanding the emergence of traffic congestion from simple local interactions remains a central problem in the theory of driven many-particle systems. Among the most influential models in this area is the Nagel–Schreckenberg (NaSch) model, a minimal cellular automaton introduced by Nagel and Schreckenberg in 1992 [1]. Despite its simplicity, the model captures essential features of vehicular dynamics on highways, including spontaneous jam formation, stop-and-go waves, and the characteristic fundamental diagram relating vehicle flow to density.

The NaSch model represents a road as a one-dimensional periodic lattice, where each cell is either empty or occupied by a car with discrete velocity $v \in \{0, 1, \dots, v_{\max}\}$. The dynamics proceeds

in parallel updates governed by simple rules: acceleration, braking due to the gap ahead, stochastic deceleration (with probability p), and movement. These rules are sufficient to generate a transition from a free-flow regime at low density to a congested regime at high density, even in the absence of bottlenecks. This phenomenon, known as phantom jamming, reflects a self-organized instability arising from the nonlinear interplay between local interactions and noise.

Theoretical investigations of this transition have explored both equilibrium and nonequilibrium perspectives. A recent study by Jha et al. [2, 11, 12] demonstrated that the NaSch model exhibits signatures of nonequilibrium criticality near the jamming transition, including diverging relaxation

times and enhanced fluctuations. These features parallel classical second-order phase transitions, although the NaSch model operates far from thermodynamic equilibrium. To estimate the critical point analytically, mean-field and cluster approximations have been employed [3, 4]. Further refinements using cluster mean-field theory or kinetic approaches have attempted to incorporate spatial correlations more accurately [4, 5, 6, 16, 17]. Such models reveal that near the transition point, traffic exhibits metastability, hysteresis, and spatially intermittent structures, consistent with empirical traffic data [7, 8, 13-15, 20].

Recent work on entropy production and broken detailed balance in active systems also offers a new

Nagel-Schreckenberg model

The study of vehicular traffic has long fascinated both physicists and engineers, for it represents one of the most visible and economically important instances of a self-organized system. Despite the apparently mundane nature of cars moving along a road, the collective dynamics that emerge: traffic jams, stop-and-go waves, and metastable states, display all the richness of a complex system governed by nonlinear interactions and stochastic influences. In the early 1990s, Kai Nagel and Michael Schreckenberg introduced a minimal yet remarkably powerful model for simulating traffic flow, which has since become a cornerstone of modern traffic theory: the Nagel-Schreckenberg (NaSch) cellular automaton model [12].

At its heart, the Nagel-Schreckenberg model embraces the philosophy of parsimony. Instead of attempting to replicate every microscopic detail of driving behavior, it reduces the highway to its bare essentials: a one-dimensional array of discrete sites representing road cells, and vehicles that occupy these sites while obeying a set of simple rules. Each car is characterized only by its position and velocity, measured in integer units. Time advances in discrete steps, and all cars update their state simultaneously according to a handful of update rules. These rules encode the essence of acceleration, braking to avoid collisions, random fluctuations in driver behavior, and the actual forward motion of the vehicles. What is striking is how much macroscopic realism emerges from this deceptively simple microscopic scheme.

The lattice structure of the model consists of L cells arranged in a ring or along an open road. Each cell can be either empty or occupied by a single vehicle. If there are N cars on the lattice, the global density is $\rho = N/L$. Each car i has a velocity v_i ,

framework to quantify the irreversibility and information flow in jammed traffic [9, 10, 18, 19]. These perspectives extend beyond classical traffic theory, connecting jamming transitions to broader principles in nonequilibrium statistical mechanics.

In summary, the NaSch model provides a paradigmatic platform for studying emergent jamming phenomena in driven systems. The critical transition from free flow to congestion can be located both numerically – via peaks in velocity variance or jam counts – and theoretically – via mean-field analysis. These insights are relevant not only for traffic engineering but also for understanding the universality of dynamical phase transitions in active, stochastic systems.

constrained to lie between zero and some maximum value $v_{\max}$. The state of the system at a given time step is thus specified by the set of all positions and velocities $\{x_i, v_i\}$. The key to the Nagel-Schreckenberg model lies in the update rules, which are applied synchronously to every vehicle at each time step:

(i) **Acceleration.** If a car is not yet traveling at the maximum velocity, it attempts to increase its speed by one unit. This simple rule captures the natural tendency of drivers to accelerate whenever possible, reflecting the desire to travel as fast as conditions allow.

(ii) **Deceleration due to other cars.** If the distance (gap) to the next car ahead is smaller than the current velocity, the car reduces its velocity to avoid collision. This encodes the essential constraint of car-following: no vehicle can advance further than the empty space in front of it.

(iii) **Randomization.** With a given probability p , each car reduces its velocity by one unit, provided it is greater than zero. This step models the stochastic elements of human driving: hesitation, imperfect reactions, distractions, and introduces fluctuations into the system that play a crucial role in generating realistic traffic phenomena.

(iv) **Movement.** Finally, each car advances forward by a number of cells equal to its updated velocity. This step simply executes the motion determined by the previous rules.

These four steps: acceleration, braking, randomization, and movement, are the entirety of the Nagel-Schreckenberg algorithm. Their appeal lies not only in their simplicity but also in their synchronous application: all vehicles update simultaneously, ensuring that no artificial priority is assigned to any driver. Despite the minimalism of the rules, the emergent behavior of the system

captures many of the empirically observed features of highway traffic.

One of the first observations made by Nagel and Schreckenberg was that the model exhibits a sharp transition between free flow and congested traffic. At low densities, cars accelerate to the maximum velocity, and traffic proceeds smoothly with minimal interactions. As density increases, interactions between vehicles become more frequent, leading to the appearance of localized slowdowns. Beyond a critical density, the system undergoes a phase transition: stable traffic jams form, propagating backwards through the system as stop-and-go waves. These jams are not artifacts of the discretization; rather, they mirror the phantom traffic jams observed on real highways, which arise spontaneously without any visible obstacle.

The introduction of the randomization step is crucial for the appearance of such phenomena. Without it, the system would behave deterministically, with cars forming perfectly ordered platoons that unrealistically eliminate many features of real traffic. The stochastic element ensures that minor fluctuations amplify into large-scale congestion under conditions of high density. In this way, the Nagel–Schreckenberg model highlights the dual role of randomness: at once a source of noise and an essential mechanism for the emergence of collective patterns.

A further strength of the model is its ability to reproduce the so-called fundamental diagram of traffic flow: the relationship between the global density of vehicles and the average flow (vehicles per unit time). At low densities, the flow increases linearly with density, as more cars occupy the road while still moving near the maximum velocity. After reaching an optimal density, however, the flow begins to decline as congestion dominates and jams suppress movement. The resulting diagram has the characteristic concave shape observed in empirical traffic measurements. Importantly, the maximum flow, corresponding to the capacity of the road, depends sensitively on the randomization probability p and the maximum velocity $v_{\max}$, thus linking the microscopic rules to macroscopic transport capacity.

Over the years, the Nagel–Schreckenberg framework has been extended in multiple directions. Multi-lane versions have been developed to model overtaking and lane-changing maneuvers, incorporating probabilistic rules for lateral movement. Variants introduce heterogeneous driver populations, with differing maximum velocities or braking behaviors, to reflect the diversity of vehicles and drivers. Other extensions include open boundary conditions with inflow and outflow of cars, modeling real highways rather than closed loops;

inclusion of traffic lights and intersections; and adaptations to study pedestrian motion. Each of these elaborations preserves the cellular automaton spirit while enhancing realism for specific applications.

The model’s success is not limited to qualitative realism. It has been employed in large scale simulations of real traffic networks, where its computational efficiency is particularly advantageous. Unlike continuous car-following models that rely on differential equations, the Nagel–Schreckenberg automaton updates millions of vehicles using simple integer arithmetic, making it ideal for large-scale urban or national traffic forecasts. Indeed, it formed the basis for some of the earliest attempts to use parallel computing for simulating traffic in metropolitan areas, demonstrating its enduring utility beyond theoretical explorations.

From a broader scientific perspective, the Nagel–Schreckenberg model exemplifies the power of minimal models in statistical physics. By stripping away extraneous detail, it isolates the essential mechanisms that govern macroscopic behavior: acceleration toward a preferred velocity, deceleration due to interactions, stochastic perturbations, and conservation of spatial exclusion. This reductionist approach is reminiscent of models like the Ising model in magnetism: while the rules are simple and unrealistic in detail, the emergent patterns capture the critical essence of the phenomenon under study. In this sense, the NaSch model is to traffic flow what the Ising model is to ferromagnetism, a paradigmatic example that guides both theoretical understanding and applied research.

Critics have noted that the discrete nature of the model, cars jumping between cells and velocities changing in integer steps, may oversimplify the continuous character of real driving. Yet such criticism misses the point: the NaSch model was never meant as an engineering tool for designing highways with millimeter precision. Rather, it is a conceptual and computational laboratory for exploring the fundamental laws of traffic dynamics. The fact that it reproduces empirical flow–density relations, spontaneous jam formation, and metastable states with such frugality of assumptions speaks to the robustness of its underlying principles.

In conclusion, the Nagel–Schreckenberg model stands as one of the most influential contributions to traffic theory in the past three decades. Its cellular automaton formulation distills the essence of driving into a handful of synchronous rules, yet yields an astonishing variety of emergent phenomena that mirror reality. It bridges the microscopic scale of individual drivers with the macroscopic scale of

traffic waves and flow diagrams, providing both conceptual clarity and computational efficiency. Beyond traffic, it has inspired analogous models in domains as varied as pedestrian dynamics, biological

transport, and granular flow. For physicists and engineers alike, it remains a model case of how simplicity, when chosen wisely, can illuminate the complexity of the world.

Critical jam transition

A powerful tool for analyzing the emergent behavior of the NaSch cellular automaton is the space–time diagram, exemplified in Figure 1. In this representation, the abscissa denotes the discrete spatial sites of the roadway, while the ordinate

indicates the progression of discrete time steps. Vehicle positions are plotted as black dots, such that the trajectory of each car is represented by a sequence of points forming an approximately diagonal line.

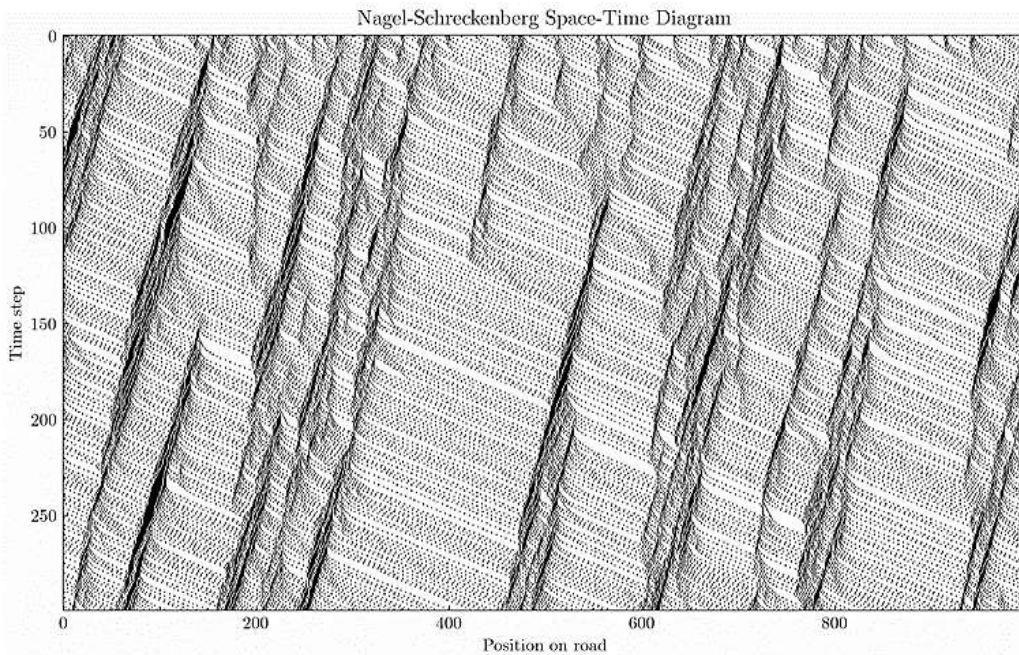


Figure 1 – Space–time diagram of the Nagel-Schreckenberg cellular automaton model. The horizontal axis represents position along the discretized road, while the vertical axis denotes discrete time steps (increasing downward). Black dots correspond to occupied cells, and diagonal lines trace the trajectories of individual vehicles. Dense, backward-propagating diagonal bands indicate spontaneously emerging traffic jams, while regions of shallow, nearly parallel lines correspond to free flow. The diagram illustrates the characteristic formation of stop-and-go waves arising from the microscopic update rules of the model.

In regimes of free flow, trajectories appear as nearly parallel straight lines with slopes inversely proportional to vehicle velocities. Shallow slopes correspond to high velocities, whereas steep slopes indicate reduced motion. Deviations from linearity occur when interactions between vehicles take place: a faster vehicle approaching a slower predecessor is forced to decelerate, producing a distinct kink in the trajectory. The stochastic braking rule of the NaSch model further induces small fluctuations, leading to the irregular microscopic patterns visible in the diagram.

The most salient structures in Figure 1 are the dense diagonal bands extending from top left to bottom right. These bands correspond to traffic jams, i.e., spatiotemporal regions of high vehicle density and low average velocity. Notably, these jams

propagate backwards relative to the direction of vehicle flow, a phenomenon consistently observed in empirical highway data. The process is cyclic: vehicles enter a jam from the right, experience prolonged deceleration or standstill, and subsequently accelerate again upon exiting to the left. Between jammed domains, trajectories exhibit free-flow characteristics.

Such diagrams reveal the spontaneous formation of stop-and-go waves: collective oscillatory modes of congestion that arise in the absence of external perturbations or bottlenecks. Hence, the space–time representation demonstrates how macroscopic traffic patterns, including metastability, wave propagation, and flow breakdown – emerge directly from the simple microscopic interaction rules of the NaSch model.

The NaSch model is a prototypical cellular automaton for studying traffic flow. It exhibits a transition from free flow to congestion as vehicle density increases. To estimate the critical density of this transition analytically, we employ a mean-field approach by modeling the system as a one-dimensional lattice where each site is either empty (with probability $1 - \rho$) or occupied by a vehicle with velocity v , occurring with probability c_v . The overall car density is $\rho = \sum_{v=0}^{v_{\max}} c_v$.

Assuming spatial independence between cells, the probability distribution of gaps g between cars becomes geometric: $(g) = (1 - \rho)^g$. The mean gap is then $\langle g \rangle = \frac{1-\rho}{\rho}$, and the mean headway is $h = \frac{1}{\rho}$. Car dynamics follow four rules: acceleration, braking (by gap), random deceleration (with probability p), and movement.

In the free-flow regime, vehicles never brake due to interactions and only slow down due to randomization. This holds when $\langle g \rangle > v_{\max}$, leading

to the condition $\rho < \frac{1}{v_{\max}+1}$. The average velocity becomes $v_{\text{free}} = v_{\max} - p$, yielding a free-flow flux $J_{\text{free}} = (v_{\max} - p)$.

In the interaction-limited regime, where $\rho > \frac{1}{v_{\max}+1}$ vehicles frequently brake due to insufficient headway. Here, the system flux is approximated as $J_{\text{jam}} = 1 - \rho$, corresponding to the outflow from jammed clusters.

The full mean-field fundamental diagram is constructed as $(\rho) = \min[\rho(v_{\max} - p), 1 - \rho]$, and the critical density corresponds to the intersection point of the two branches:

$$\rho_c = \frac{1}{1 + v_{\max} - p}.$$

This expression predicts the onset of congestion and agrees well with numerical simulations in the large-system limit.

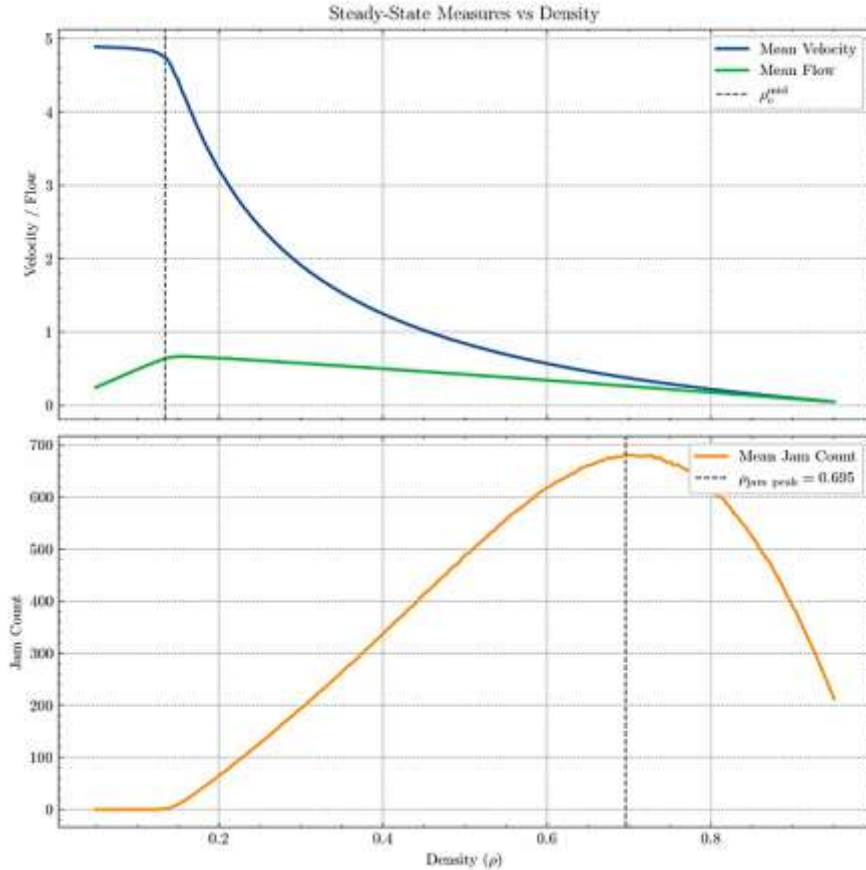


Figure 2 – Steady-state observables in the Nagel–Schreckenberg model as a function of vehicle density ρ .

The top panel shows the average vehicle velocity and traffic flow in steady state. The theoretical critical density $\rho_c^{\text{mid}} = \frac{1}{1+v_{\max}-p}$ is marked with a dashed vertical line, corresponding to the transition predicted by mean-field theory. The bottom panel displays the mean number of jammed clusters (defined as contiguous segments of vehicles with velocity zero). The peak jam count occurs at a higher density ρ_{jam} , indicating a secondary congestion regime where stop-and-go waves coalesce into long-lasting jams. The data was obtained by running NaSch simulations on a periodic lattice of length $L = 5000$, averaging over multiple realizations and long temporal windows to ensure statistical convergence.

Conclusions

The NaSch model remains one of the simplest and most powerful models for investigating the collective behavior of traffic flow. Despite its minimal set of rules are acceleration, stochastic braking, and deterministic motion, the model captures a wide range of realistic traffic phenomena, including spontaneous jam formation, stop-and-go waves, and capacity drop. Central to its significance is the ability to characterize the transition from free flow to congested traffic, which emerges purely from local interactions and noise.

In this study, we examined this transition both numerically and analytically. Through large scale simulations and density sweeps, we computed macroscopic observables such as the average velocity, traffic flow, velocity variance, and jam count. A distinct transition was observed: at low densities, vehicles moved nearly freely, while increasing density led to increased interactions, sharp drops in velocity, and the emergence of

jamming. The velocity variance served as a sensitive indicator of this transition, peaking sharply at a critical density.

To explain this behavior, we employed a mean-field theoretical approach, deriving a selfconsistent estimate for the critical density at which free flow becomes unstable. Under the assumption of spatial independence, the critical density was obtained analytically as (3.1). This result aligns well with the onset of strong velocity fluctuations in simulation, confirming its validity in the thermodynamic limit.

Overall, the NaSch model exemplifies how complex macroscopic behavior—such as phase transitions—can arise from simple local rules. The derived critical density formula provides a clear and intuitive understanding of how system parameters govern the stability of traffic flow, and serves as a foundational benchmark for more refined models of vehicular dynamics.

References

- 1 K. Nagel, M. Schreckenberg, Cellular automaton model for freeway traffic, *J. Physique I* **2**, 2221–2229 (1992). <https://doi.org/10.1051/jp1:1992277>
- 2 J. Aryaman, W. Kurt, L. Garyoung, L. Jorge, Evidence of non-equilibrium critical phenomena in a simple model of traffic, arXiv preprint (2025). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2501.08417>
- 3 A. Schadschneider, Title not specified, *Physica A* **285**, 101–120 (2000).
- 4 M. Treiber, A. Kesting, Traffic flow dynamics: data, models and simulation, (Springer, 2013). <https://doi.org/10.1007/978-3-642-32460-4>
- 5 N. Bellomo, M. Delitala, V. Coscia, On the mathematical theory of vehicular traffic flow I: fluid dynamic and kinetic modelling, *Math. Models Methods Appl. Sci.* **12**(12), 1801–1843 (2002). <https://doi.org/10.1142/S021820250200>
- 6 B.S. Kerner, Microscopic structure of moving jams, *Phys. Rev. E* **73**(5), 056116 (2006). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.046107>
- 7 W. Guan, S. He, J. Ma, Review on traffic flow phenomena and theory, *J. Transportation Systems Engineering and Information Technology* **12**(3), 90–97 (2012). [https://doi.org/10.1016/S1570-6672\(11\)60205-5](https://doi.org/10.1016/S1570-6672(11)60205-5)
- 8 G. Orosz, R.E. Wilson, G. Stépán, Traffic jams: dynamics and control, *Phil. Trans. R. Soc. A* **368**, 4455–4479 (2010). <https://doi.org/10.1098/rsta.2010.0205>
- 9 R. Nartallo-Kaluarachchi, M. Asllani, G. Deco, M.L. Kringelbach, A. Goriely, R. Lambiotte, Broken detailed balance and entropy production in directed networks, *Phys. Rev. E* **110**(3), 034313 (2024). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.110.034313>
- 10 N. Kumar, A. Dixit, V. Vijay, Entropy measures and their applications: a comprehensive review, arXiv preprint arXiv:2503.15660 (2025). <https://doi.org/10.48550/agXiv.2503.15660>
- 11 T. Herpich, J. Thingna, M. Esposito, Collective power: minimal model for thermodynamics of nonequilibrium phase transitions, *Phys. Rev. X* **8**, 031056 (2018). <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.8.031056>
- 12 H. Teoh, E. Yong, Renormalization-group study of the Nagel-Schreckenberg model, *Phys. Rev. E* **97**(3), 032314 (2018). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.97.032314>
- 13 J. Lorge, Self-organized criticality of traffic flow: Implications for congestion management technologies, *Transp. Res. Part C: Emerging Technologies* **149**, 104056 (2023). <https://doi.org/10.20944/preprints202108.0125.v3>
- 14 N. Israeli., N. Goldenfeld, Coarse-graining of cellular automata, emergence, and the predictability of complex systems, *Phys. Rev. E* **73**(2), 026203 (2006). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.026203>
- 15 T. Xu, J. Laval, Statistical inference for two-regime stochastic car-following models, *Transp. Res. Part B: Methodological* **134**, 210–228 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.trb.2020.02.003>
- 16 M. Treiber, A. Kesting, The Intelligent Driver Model with stochasticity – New insights into traffic flow oscillations, *Transp. Res. Part B: Methodological* **117**, 613–623 (2018). <https://doi.org/10.1016/j.trb.2017.08.012>

- 17 V. Wiering, L. Klenov, B. Kerner, M. Schreckenberg, Statistical physics of the development of Kerner's synchronized-to-free-flow instability at a moving bottleneck in vehicular traffic, *Phys. Rev. E* **106**, 054306 (2022). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.106.054306>
- 18 Zh. Zhang, Ch. Lu, Traffic flow phase transition phenomena based on the kinetic approach, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **662**, 130423 (2025). <https://doi.org/10.1016/j.physa.2025.130423>
- 19 G. Mukherjee, S.S. Manna, Phase transition in a directed traffic flow network, *Phys. Rev. E* **71**, 066108 (2005). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.066108>
- 20 S.K. Kodanova, N.E. Djienbekov, N.Kh. Bastykova, M.K. Issanova, Calculation of transport characteristics of Yukawa systems by molecular dynamics method, *Recent Contributions to Physics* **4**(87) 30-35 (2023). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2023.v87.i4.04>

Мақала тарихы:

Түсті – 04.06.2025

Түзетілген түрде түсті – 21.06.2025

Қабылданды – 20.08.2025

Article history:

Received 4 June 2025

Received in revised form 21 June 2025

Accepted 20 August 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Ернұр Байболатов** - PhD, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан, e-mail: baibolatov.yernur@kaznu.kz

2. **Еркебұлан Налибаев** - PhD, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан, e-mail: ednalibaev@gmail.com

3. **Елдос Кожажулов** - PhD, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ. Қазақстан, e-mail: eldos.kozhagulov@kaznu.kz

Information about authors:

1. **Yernur Baibolatov** - PhD, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: baibolatov.yernur@kaznu.kz

2. **Yerkebulan Nalibayev** - PhD, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: ednalibaev@gmail.com

3. **Yeldos Kozhagulov** - PhD, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: eldos.kozhagulov@kaznu.kz

Жоғары мектепте физика пәнін оқыту әдістемесі

Methods of teaching high school physics

Методика преподавания физики в высшей школе

M. Zhumagaliyev¹ , K. Boshkayev^{2*} , A. Urazalina² 

¹King's College, The British School of Alicante, Gta. del Reino Unido, Alicante, Spain

²Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

*e-mail: kuantay@mail.ru

NUMERICAL SIMULATION OF THE KEPLER PROBLEM IN WOLFRAM MATHEMATICA

In this article, we consider the classical Kepler problem, emphasizing its fundamental features, implications, and broad applications in celestial mechanics and astrophysics. The Kepler problem, which describes the motion of bodies under the influence of Newton's law of universal gravitation, remains one of the cornerstones of classical mechanics and continues to play a crucial role in modern space science. For pedagogical and illustrative purposes, we employ Wolfram Mathematica to visualize a variety of examples of planetary motion within the Solar System. This computational approach allows us to highlight the interplay between theory and numerical simulations, offering students and researchers an intuitive way to explore orbital dynamics. The Kepler problem is formulated and solved numerically, and we demonstrate how variations in initial conditions - such as position and velocity - lead to distinct orbital trajectories. As representative cases, we analyze the motion of the Earth and selected artificial satellites under the gravitational field of the Sun, stressing the relevance of these simulations for practical applications, such as mission design and orbital prediction. In addition, we examine elliptical orbits in detail and numerically confirm the conservation of orbital angular momentum and total mechanical energy, thereby reinforcing key principles of mechanics. We also validate all three of Kepler's laws within our numerical framework, demonstrating their consistency with the trajectories derived from Newtonian gravity. The results obtained in this work are versatile and can be effectively applied at multiple educational levels. They are suitable for advanced high school programs in physics and astronomy, as well as for undergraduate laboratory courses in physics, astronomy, mathematics, and engineering. Beyond their pedagogical value, the presented methodology offers a simple yet powerful framework for initiating research-oriented activities. Overall, this study provides both educational and scientific insights, serving as a bridge between classical theory, computational methods, and modern applications in space science.

Keywords: physics education methods, gravity, solar system, Kepler problem, Kepler laws

М. Жұмағалиев¹, Қ. Бошқаяев^{2*}, А. Уразалина²

¹Кинг колледжі, Аликанте Британ мектебі, Аликанте, Испания

²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Әл-Фараби даңғылы, Алматы, Қазақстан

*e-mail: kuantay@mail.ru

Wolfram Mathematica бағдарламасында Кеплер есебін сандық модельдеуі

Бұл жұмыста біз классикалық Кеплер есебін қарастырып, оның іргелі ерекшеліктерін, салдарын және аспан механикасы мен астрофизикадағы кең қолданылуын атап өтеміз. Ньютонның бүкіләлемдік тартылыс заңы негізінде денелердің қозғалысын сипаттайтын Кеплер есебі классикалық механиканың негіздерінің бірі болып қала береді және қазіргі ғарыш ғылымында маңызды рөл атқарады. Педагогикалық және иллюстрациялық мақсаттарда біз Күн жүйесіндегі планеталардың әртүрлі қозғалыс траекторияларын бейнелеу үшін Wolfram Mathematica бағдарламасын қолданамыз. Мұндай есептеу тәсілі теория мен сандық модельдеудің байланысын ашып көрсетіп, студенттер мен зерттеушілерге орбиталық динамиканы зерделеудің көрнекі құралын ұсынады. Кеплер есебі тұжырымдалып, сандық түрде шешіледі және бастапқы шарттардың - мысалы, сынақ

денелердің орны мен жылдамдығын өзгерту - әртүрлі траекторияларға әкелетінін көрсетеміз. Көрнекті мысал ретінде Жердің және жасанды серіктердің Күннің гравитациялық өрісіндегі қозғалысы қарастырылады. Бұл модельдер ғарыштық миссияларды жобалау мен орбиталарды болжаудағы практикалық маңыздылығын дәлелдейді. Сонымен қатар эллипстік орбиталар егжей-тегжейлі талданып, орбиталық импульс моментінің және толық механикалық энергияның сақталуы сандық түрде расталады. Кеплердің үш заңы да сандық модельдеу аясында тексеріліп, олардың Ньютонның тартылыс теориясынан шығатын траекториялармен сәйкестігі көрсетіледі. Алынған нәтижелер білім берудің әртүрлі деңгейлерінде қолданылуы мүмкін. Олар физика мен астрономияны тереңдетіп оқытатын мектеп бағдарламалары үшін де, сондай-ақ университеттердің физика, астрономия, математика және инженерлік пәндер бойынша курстары мен зертханалық сабақтары үшін де пайдалы. Педагогикалық маңызынан бөлек, ұсынылған әдістеме ғылыми-зерттеу қызметін бастаудың қарапайым, бірақ тиімді құралы бола алады. Жалпы, бұл зерттеу классикалық теорияны, есептеу әдістерін және қазіргі заманғы ғарыш ғылымындағы қолданбаларды біріктіреді.

Түйін сөздер: Физиканы оқытудың әдістері, гравитация, Күн жүйесі, Кеплер есебі, Кеплер заңдары

М. Жумағалиев¹, К. Бошкаев^{2*}, А. Уразалина²

¹Кинг колледж, Британская школа Аликанте, Аликанте, Испания

²Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

*e-mail: kuantay@mail.ru,

Численное моделирование задачи Кеплера в Wolfram Mathematica

В данной работе мы рассматриваем классическую задачу Кеплера, подчеркивая её фундаментальные особенности, следствия и широкие приложения в небесной механике и астрофизике. Задача Кеплера, описывающая движение тел под действием закона всемирного тяготения Ньютона, остаётся краеугольным камнем классической механики и продолжает играть важную роль в современной космической науке. В педагогических и иллюстративных целях мы используем Wolfram Mathematica для визуализации различных примеров движения планет в Солнечной системе. Такой вычислительный подход позволяет подчеркнуть связь между теорией и численным моделированием, предоставляя учащимся и исследователям наглядный инструмент для изучения орбитальной динамики. Задача Кеплера формулируется и решается численно, и мы показываем, как изменения начальных условий - таких как положение и скорость пробных тел - приводят к различным траекториям движения. В качестве наглядных примеров рассматривается движение Земли и отдельных искусственных спутников в гравитационном поле Солнца, что демонстрирует практическую значимость этих моделей для проектирования миссий и предсказания орбит. Кроме того, подробно анализируются эллиптические орбиты и численно подтверждается сохранение орбитального момента и полной механической энергии. Мы также проверяем все три закона Кеплера в рамках численного моделирования, показывая их согласованность с траекториями, вытекающими из ньютоновской теории тяготения. Полученные результаты могут применяться на разных уровнях образования. Они полезны как для углубленных школьных программ по физике и астрономии, так и для университетских курсов и лабораторных занятий по физике, астрономии, математике и инженерным дисциплинам. Помимо педагогической ценности, представленная методология служит простым, но эффективным инструментом для начала исследовательской деятельности. В целом данное исследование объединяет классическую теорию, вычислительные методы и современные приложения в космической науке.

Ключевые слова: методы физического образования, гравитация, солнечная система, задача Кеплера, законы Кеплера

Introduction

The two-body problem is a classical and well-known problem in mechanics, describing the mutual gravitational motion of two celestial bodies of comparable masses ($m_1 \sim m_2$), both revolving around their common center of mass [1]. A special limiting case of this problem is the Kepler problem, where one body is assumed to be much more massive than the other ($m_1 = M \gg m_2 = m$) [2, 3]. In this case, the massive body acts as a fixed gravitational source whose motion is negligibly affected by the lighter body. The lighter one - often referred to as a *test body*, *test particle*, or simply *orbiting object* - moves under the influence of the central gravitational field. The Kepler problem provides an elegant and practical framework for describing the motion of planets, natural and artificial satellites, comets, and asteroids within the Solar System. It plays a fundamental role in celestial mechanics, astronomy, and space research [3].

Historically, the problem was formulated and solved by Isaac Newton (1643–1727) using his laws of mechanics, dynamics, and universal gravitation, building on the observational discoveries and empirical laws of Johannes Kepler (1571–1630). Through careful observation of planetary motions and extensive data analysis, Kepler derived his three fundamental laws of planetary motion, which remain cornerstones in physics education and are widely presented in high school and university textbooks [2,

3]. While Kepler's laws were strongly supported by observations, they lacked a deeper theoretical foundation until Newton provided a rigorous mathematical explanation through his laws of motion and the law of universal gravitation.

Despite their importance, visualizing the Kepler problem during university lectures can be challenging. Showing how planetary trajectories evolve when initial conditions such as position and velocity are varied is difficult using only schematic diagrams or pre-made videos. Such traditional approaches often fail to fully engage students, who must rely largely on their imagination without the possibility of conducting real experiments.

To address this pedagogical gap, this article focuses on the numerical solution of the Kepler problem and the visualization of planetary motion within the Solar System. We provide a concrete example implemented in Wolfram Mathematica, which can be directly used in practical or laboratory classes on Newton's law of universal gravitation and the Kepler problem. Through this computational approach, students and educators can simulate planetary orbits, analyze different initial conditions, and verify fundamental properties such as the conservation of orbital angular momentum and total mechanical energy. Moreover, the code can be easily adapted to study the motion of natural and artificial satellites, simulate cometary trajectories, or explore other space research scenarios.

Mathematical Formulation and Methods

Within the framework of Newtonian gravity, the Kepler problem can be formulated step by step as follows:

1. Newton's Second Law of Motion

This law relates the net force $\mathbf{F}$ acting on a body to its mass m and acceleration $\mathbf{a}$:

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a} \quad (1)$$

Since acceleration is the time derivative of velocity $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$, and velocity is the time derivative of the position vector $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$, the equation naturally links the applied force to the trajectory of the particle. Note that we use boldface notation for all vector quantities throughout this article.

2. Law of Universal Gravitation

Newton's law of gravitation gives the attractive force between two point masses M and m , separated by a distance $r = |\mathbf{r}|$:

$$\mathbf{F} = -G m M \mathbf{r}/r^3 \quad (2)$$

where G is the universal gravitational constant and r , on the other hand is the magnitude of the position vector, which represents the radial distance between the two bodies [4, 5]. This force is directly determined by the position vector of the test particle with respect to the massive body. The negative sign in the force expression appears because the position vector $\mathbf{r}$ is directed outward from the source (located at the coordinate origin) toward the particle, whereas the gravitational force acting on the test particle is directed inward, toward the source.

3. Equation of Motion in a Central Gravitational Field

By equating the two expressions for the force, one obtains the equation of motion for a test particle in the gravitational field of a central body of mass M :

$$m d^2\mathbf{r}/dt^2 = -G m M \mathbf{r}/r^3, \quad (3)$$

After canceling the test particle's mass m , this simplifies to

$$d^2\mathbf{r}/dt^2 = -G M \mathbf{r}/r^3 \quad (4)$$

which is a second-order differential equation describing the relationship between acceleration, velocity, and position of the orbiting body.

Thus, the Kepler problem reduces to solving this vector differential equation for given initial conditions (initial position and initial velocity). Its solutions describe all possible orbital trajectories: circular, elliptical, parabolic, or hyperbolic, depending on the total energy of the system. As can be seen, Eq. (4) constitutes a system of second-order differential equations for the Cartesian components x , y , and z . For simplicity, we restrict the motion to the equatorial plane by setting $z = 0$. In this case, the position vector and its magnitude are expressed as

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}x + \mathbf{j}y, \quad (5)$$

$$r = |\mathbf{r}| = (x^2 + y^2)^{1/2} \quad (6)$$

where $\mathbf{i}$ and $\mathbf{j}$ are the unit vectors along the x and y axes, respectively. Taking into account the definition of the position vector and its magnitude, Eq. (4) can be decomposed into two ordinary differential equations forming a coupled system

$$d^2x/dt^2 = -G M x/(x^2 + y^2)^{3/2} \quad (7)$$

$$d^2y/dt^2 = -G M y/(x^2 + y^2)^{3/2} \quad (8)$$

Consequently, we obtain a system of equations that must be solved numerically. It is worth noting that an analytical solution for this system exists in polar coordinates, as presented in various physics textbooks, where the conservation of energy and orbital angular momentum is explicitly taken into account [1, 2, 3]. However, the analytical treatment is beyond the scope of the present article.

To solve the system of Eqs. (7) and (8), one must first specify a particular planet - for example, the Earth orbiting the Sun, any other planet within the Solar System, or even an exoplanetary system. Naturally, basic orbital parameters, such as the average orbital speed and the mean distance from the Sun, should be obtained from observational data [2,

3]. For more specific or precise problems, additional parameters like the orbital eccentricity, the lengths of the semi-major and semi-minor axes, and the inclination angle relative to the equatorial plane would also be required. However, for purely illustrative purposes, knowing only the average orbital speed and distance is sufficient.

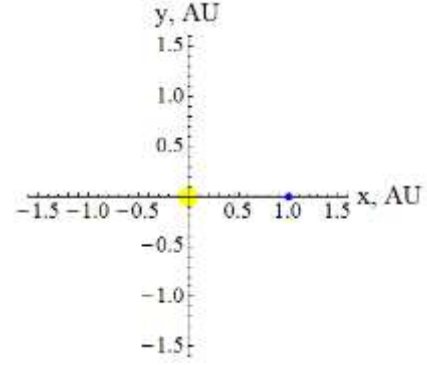


Figure 1 – Schematic illustration of the Sun (yellow disk) and Earth (blue dot) located in the $z=0$ plane.

In Fig. 1 we present a schematic representation of the position of the Sun and Earth position in a Cartesian coordinate system. The Sun is placed at the coordinate origin (0,0), while the Earth is initially positioned at coordinates (1,0) in astronomical units (AU). In principle, the Earth could be placed at any location; however, for simplicity and numerical convenience, we adopt these initial coordinates.

Let us assume that at initial time $t=0$, the position of the Earth is given as shown in Fig. 1.

Thus, $x(0) = 1$ AU and $y(0) = 0$ AU. The time derivative of the coordinates, $x' = dx/dt = v_x$ and $y' = dy/dt = v_y$, represent the components of the velocity along the x and y axes, respectively. According to Fig. 1, we choose the initial velocity components of the Earth as $x'(0)=0$, indicating that the Earth does not move along the x axis at this instant, and $y'(0)= 29.8$ km/s, meaning that at the point (1, 0) AU the Earth moves perpendicular to the x axis i.e. tangentially to its orbit.

The motion is taken to be counterclockwise. With these initial conditions specified, one can run the Wolfram Mathematica [6-8] code to obtain numerical the results.

Mathematica and its alternatives

Before presenting the coding part, it is important to emphasize that Mathematica is a comprehensive computational software environment designed to perform a wide spectrum of mathematical and scientific tasks. At the simplest level, it can function as a standard calculator for engineers and applied

scientists. At the same time, its more advanced capabilities allow it to serve as a powerful platform for symbolic and analytic computations. Specifically, Mathematica can solve linear, nonlinear, and transcendental equations, as well as ordinary and partial differential equations, both analytically and

numerically. It is also capable of performing definite and indefinite integrations, Taylor and other series expansions, limits, summations, and root-finding, along with convergence checks for series. Visualization is another strong feature: the software can generate two- and three-dimensional plots, contour and density plots, parametric plots, and even dynamic animations of curves, surfaces, and volumes. In addition, Mathematica incorporates advanced functionalities such as tensor calculus, variational principles, optimization routines, and symbolic algebra, making it especially suitable for research in physics, mathematics, and engineering. Many experts also employ Mathematica as a high-level programming language, applying it to tasks ranging from data analysis to complex physical simulations. Thus, Mathematica may reasonably be regarded as an effective and versatile tool for physicists and other scientists engaged in analytical and computational investigations.

Despite these strengths, Mathematica is not unique in the field of computational software. Its closest competitors include Maple [9], Mathcad [10], and Matlab [11]. In terms of symbolic manipulation and pure mathematical rigor, Maple is often considered more transparent and efficient, particularly for algebraic computations. Mathcad, on the other hand, provides an interface that is highly intuitive and document-oriented, which can be advantageous for engineering applications requiring

interactive calculations. Matlab is widely regarded as the most robust option for numerical linear algebra, signal processing, and large-scale numerical simulations, though its symbolic capabilities are more limited and typically rely on additional toolboxes. By contrast, Mathematica distinguishes itself by combining symbolic and numerical methods in a single integrated environment, while also offering strong visualization and programming support.

Beyond these direct rivals, there exist indirect competitors such as Python [12] and GeoGebra [13] etc. Python, with its extensive ecosystem of open-source libraries, has become increasingly popular for both education and research due to its flexibility and accessibility. GeoGebra, while simpler, offers an interactive environment well-suited for teaching and introductory-level visualization of mathematical problems. Although these alternatives overlap with Mathematica in certain applications, they often target specific niches rather than attempting to provide a single unified framework.

Overall, the choice between Mathematica and its alternatives depends on the scope of the problem, available resources, and the user's background. However, its unique integration of symbolic manipulation, numerical analysis, visualization, and programming continues to make Mathematica a valuable and versatile tool in both education and scientific research.

Results and Discussion

We begin by entering the position vector along with its first and second derivatives with respect to time

```
In[1]:= r = {x[t], y[t]}
v = D[r, t]
a = D[r, {t, 2}]

Out[1]= {x[t], y[t]}

Out[2]= {x'[t], y'[t]}

Out[3]= {x''[t], y''[t]}
```

where “In[]” indicates the user's input, while “Out[]” represents the corresponding output generated by Wolfram Mathematica [6–8]. Moreover, “Out[]” also signifies that all quantities in the output are stored in Mathematica's active memory. The components of the position vector are enclosed within curly brackets “{}” without explicitly writing unit vectors. To compute the first and second derivatives, we use the command “D”; for more details, see [6–8]. The dot (scalar) product of the position vector with

itself is calculated using the “.” operator. For example:

```
In[4]:= r . r
```

```
Out[4]= x[t]2 + y[t]2
```

this input returns the square of the position vector, and taking its square root yields the magnitude of the position vector, i.e., the radial distance. Based on this, we can now express the forces according to Newton's second law of dynamics and the law of universal gravitation as follows:

$$\text{In[5]:= } \mathbf{F_N} = m \mathbf{a}$$

$$\mathbf{F_G} = - \frac{G m M \mathbf{r}}{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r})^{3/2}}$$

```
Out[5]= {m x''[t], m y''[t]}
```

$$\text{Out[6]= } \left\{ -\frac{G m M x[t]}{(x[t]^2 + y[t]^2)^{3/2}}, -\frac{G m M y[t]}{(x[t]^2 + y[t]^2)^{3/2}} \right\}$$

where the outputs display the x and y components of the corresponding forces. The equations of motion are

then obtained by equating these two forces and canceling the mass of the Earth, as follows:

$$\text{In[7]:= } \mathbf{eq} = \frac{\mathbf{FN}}{m} = \frac{\mathbf{FG}}{m} // \text{Thread}$$

$$\text{Out[7]:= } \left\{ x''[t] = -\frac{GMx[t]}{(x[t]^2 + y[t]^2)^{3/2}}, y''[t] = -\frac{GMy[t]}{(x[t]^2 + y[t]^2)^{3/2}} \right\}$$

where we use the command “Thread” to equate the corresponding components of the forces. To solve the

resulting system of equations, we must specify the initial conditions for the Earth:

```
In[8]:= ic = {x[0] == AU, y[0] == 0, x'[0] == 0, y'[0] == v0}
Out[8]:= {x[0] == AU, y[0] == 0, x'[0] == 0, y'[0] == v0}
```

In addition, it is necessary to define the physical constants and the parameters of the Earth’s orbit:

```
In[9]:= G = 6.6743 * 10^-11 (*gravitational constant in SI units or m^3/(kg s^2)*)
M = 1.98892 * 10^30 (*mass of the Sun in kilograms (kg)*)
v0 = 29.8 * 1000 (*average orbital speed of Earth in meters per second (m/s)*)
AU = 149597870700 (*astronomical unit in meters*)
t0 = 365.25 * 24 * 60 * 60 (*one year in seconds*)

Out[9]= 6.6743 * 10^-11
Out[10]= 1.98892 * 10^30
Out[11]= 29800.
Out[12]= 149597870700
Out[13]= 3.15576 * 10^7
```

Using all the data above, one can proceed with the solution:

```
In[14]:= sol = NDSolve[Join[eq, ic], {x[t], y[t]}, {t, 0, t0}]
Out[14]:= {{x[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 3.15576*10^7}}, <>][t],
            y[t] -> InterpolatingFunction[{{0., 3.15576*10^7}}, <>][t]}}
```

where “sol” is simply the name assigned to the numerical solution. The command “NDSolve” is used to numerically solve the differential equations, while “Join” combines the equations and initial conditions in a single system. It is necessary to explicitly specify the functions we seek - “ $x[t]$ ” and “ $y[t]$ ” - along with the range of the independent variable, “ $\{t, 0, t_0\}$ ”. The

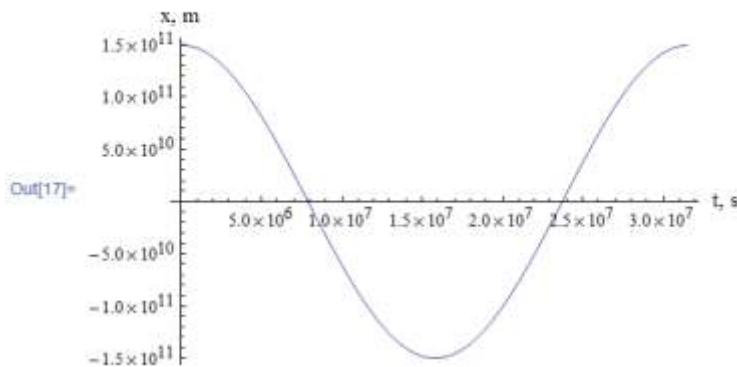
solution is provided as interpolation functions, which do not have closed-form analytic representations. However, if needed, one can obtain approximate analytic expressions using a fitting function. Next, one can assign the numerical solutions to new functions using the following procedure:

```
In[15]:= xs[t_] = x[t] /. sol[[1]]
          ys[t_] = y[t] /. sol[[1]]

Out[15]= InterpolatingFunction[{{0., 3.15576*10^7}}, <>][t]
Out[16]= InterpolatingFunction[{{0., 3.15576*10^7}}, <>][t]
```

This step is necessary to reduce the number of functions, one can plot their time dependence. Let us consider the function $x(t)$:

```
In[17]= Plot[xs[t], {t, 0, t0}, AxesLabel -> {Style["t, s", Medium], Style["x, m", Medium]],
BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 10}]
```

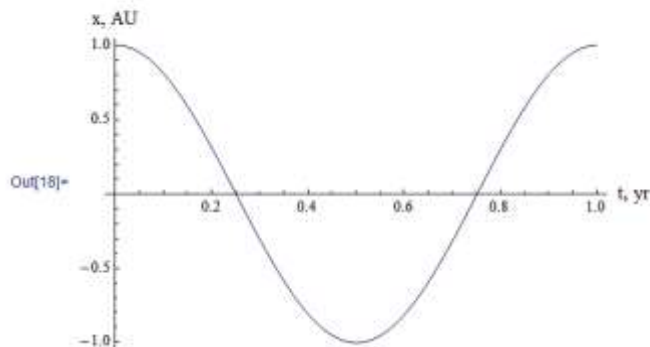


Here, the “Plot” command is used to generate this graph. The option “AxesLabel” specifies the labels for the x- and y-axes, while “BaseStyle” controls the font family and size used for these labels. As one can see, the function (coordinate) x is expressed in meters

and the time t in seconds, which are not always convenient units.

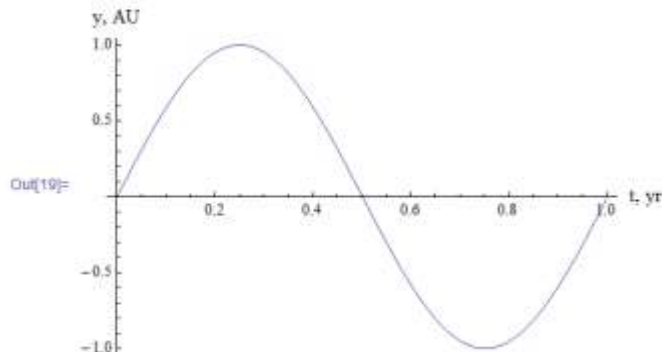
Therefore, to express x in AU and t in years we normalize x by AU and redefine its argument accordingly:

```
In[18]= Plot[xs[t t0] / AU, {t, 0, 1}, AxesLabel -> {Style["t, yr", Medium], Style["x, AU", Medium]],
BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 10}]
```



Similarly, one can plot the graph for the $y(t)$ coordinate:

```
In[19]= Plot[ys[t t0] / AU, {t, 0, 1}, AxesLabel -> {Style["t, yr", Medium], Style["y, AU", Medium]],
BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 10}]
```



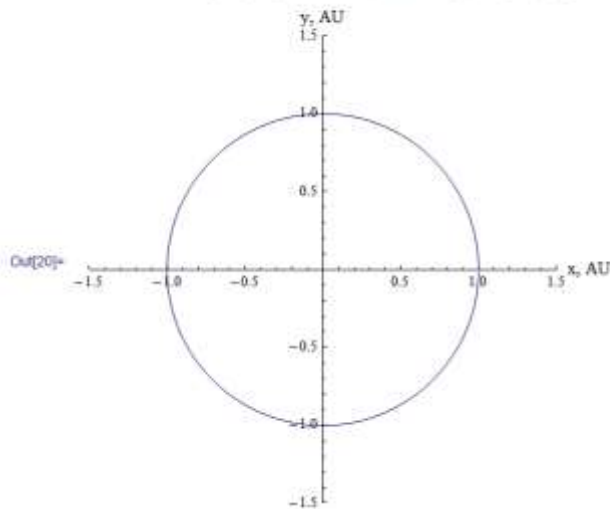
Evidently, the function $x(t)$ resembles a cosine function, while $y(t)$ resemble a sine function, indicating that the Earth trajectory is circular. The meaning of these curves becomes evident upon examining Fig. 1, where the coordinates x and y for

circular orbits vary periodically, taking both positive and negative values. To explicitly demonstrate that the trajectory is indeed circular, one should plot y as a function of x . This can be easily achieved in Mathematica using the “ParametricPlot” command:

```

In[20]:= ParametricPlot[{xs[t t0] / AU, ys[t t0] / AU}, {t, 0, 1}, PlotRange -> {-1.5, 1.5},
          AxesLabel -> {Style["x, AU", Medium], Style["y, AU", Medium]]}

```



This plot represents the trajectory of the Earth around the Sun over the course of one year. In practice, one can choose any planet in the Solar System and analyze its trajectory. Most planets follow nearly circular orbits, with only small deviations from circularity, which are not noticeable at the scale and time interval considered here. In this figure, the “PlotRange” option of the “ParametricPlot” command specifies the ranges of the y-axis.

To explore further, let us consider a thought (gedanken) experiment. Suppose that, similar to the Earth, we place artificial bodies at the same initial coordinates but assign them different initial velocities. What would happen to their trajectories if their speeds were 0.5, 0.8, 1.0, 1.2, and 1.3 times the Earth’s orbital speed (29.8 km/s)?

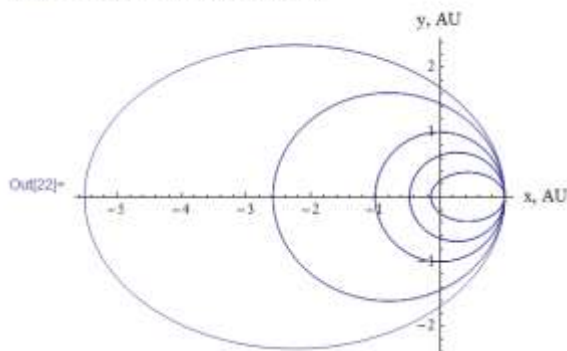
To display different trajectories on the same plot, we use the “Table” and “Show” commands as follows:

```

In[21]:= Table[
  {ic = {x[0] == AU, y[0] == 0, x'[0] == 0, y'[0] == i*v0};
   sol = NDSolve[Join[eq, ic], {x[t], y[t]}, {t, 0, 7 t0}];
   xs[t_] = x[t] /. sol[[1]];
   ys[t_] = y[t] /. sol[[1]];
   ParametricPlot[{xs[t t0] / AU, ys[t t0] / AU}, {t, 0, 7},
     AxesLabel -> {Style["x, AU", Medium], Style["y, AU", Medium]]}, {i, {0.5, 0.8, 1, 1.2, 1.3}}];

In[22]:= Show[%, PlotRange -> All]

```



where the index “i” in front of v0 corresponds to the velocity scaling factor, running through 0.5, 0.8, 1.0, 1.2, and 1.3. We kept the initial position of the Earth fixed, but varied its initial speed as described. The resulting trajectories explicitly show that for smaller speeds, the initial position of the artificial bodies corresponds to the aphelion, while for larger speeds, the initial position corresponds to the perihelion. In all cases, the Sun remains fixed and located at one of

the foci of the resulting ellipses. Practically, the “Table” command makes it possible to generate multiple individual plots simultaneously in a table, depending on the range of the index “i”, while the “Show” command superimposes all these plots into a single figure.

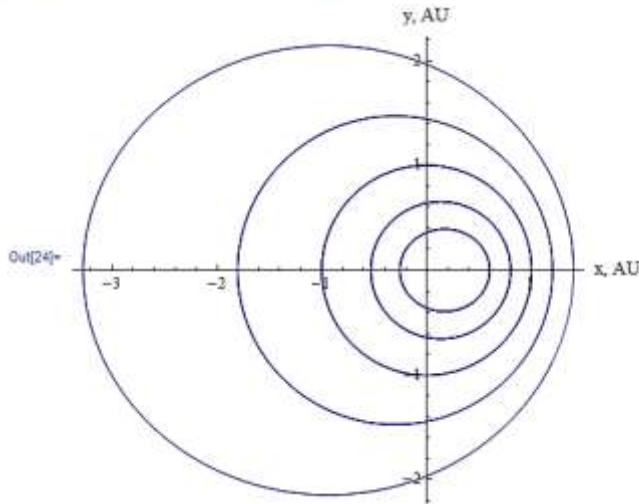
Next, let us now keep initial speed constant and instead vary initial position to 0.6, 0.8, 1, 1.2 and 1.4 AU for the artificial objects.

```

In[23]:= Table[
  {ic = {x[0] = i*AU, y[0] = 0, x'[0] = 0, y'[0] = v0};
  sol = NDSolve[Join[eq, ic], {x[t], y[t]}, {t, 0, 7 t0}];
  xs[t_] = x[t] /. sol[[1]];
  ys[t_] = y[t] /. sol[[1]];
  ParametricPlot[{xs[t t0] / AU, ys[t t0] / AU}, {t, 0, 7},
    AxesLabel -> {Style["x, AU", Medium], Style["y, AU", Medium]}], {i, {0.6, 0.8, 1, 1.2, 1.4}}];

In[24]:= Show[%, PlotRange -> All]

```



where the index “ i ”, now in front of AU, runs through 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, and 1.4. We observe that even with a fixed initial speed, changing the initial position can significantly alter the resulting trajectories. For orbits lying inside (outside) the Earth’s trajectory, the initial position corresponds to the aphelion (perihelion).

These two plots together illustrate Kepler’s First Law, which states: “*The orbit of a planet is an ellipse with the Sun at one of the two foci.*”

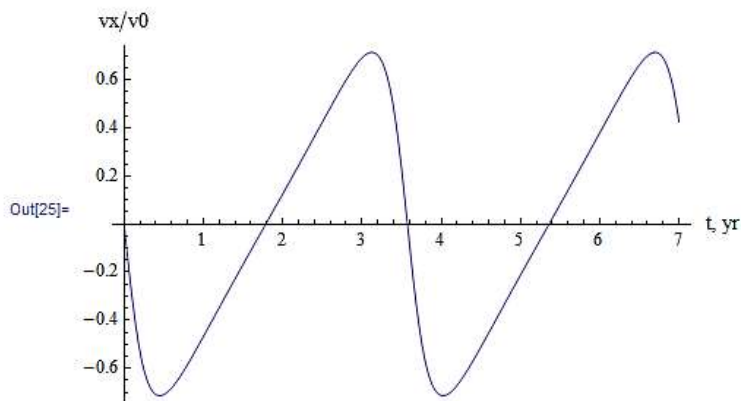
Next, we select the largest orbit – specifically, the outmost one with $v_0 = 29.8$ km/s and initial coordinates (1.4, 0) AU from “Out [24]”.

The x component of the velocity $v_x = x'(t)$ is plotted in the following graph. This velocity component takes both positive and negative values, indicating changes in the direction of motion with respect to x axis.

```

In[25]:= Plot[xs'[t t0] / v0, {t, 0, 7}, AxesLabel -> {Style["t, yr", Medium], Style["vx/v0", Medium]},
  BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 10}]

```

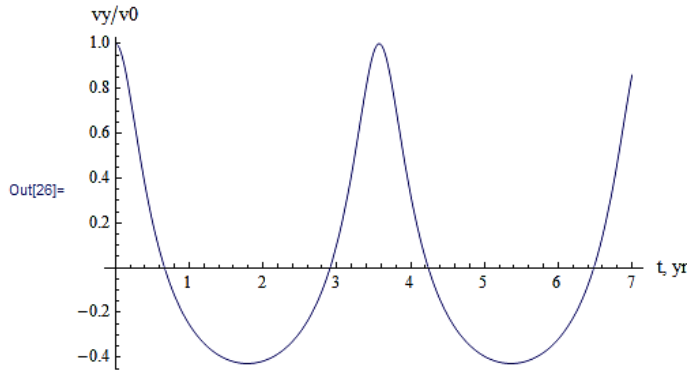


In the graph below, we plot the y component of the velocity $v_y = y'(t)$. As seen, the maximum speed is attained at the perihelion (which coincides with the planet’s initial position), while the minimum speed is

reached at the aphelion. The positive and negative values indicate the direction of motion with respect to the y axis.

```

In[26]:= Plot[ys'[t t0] / v0, {t, 0, 7}, AxesLabel -> {Style["t, yr", Medium], Style["vy/v0", Medium]},
BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 10}]
    
```

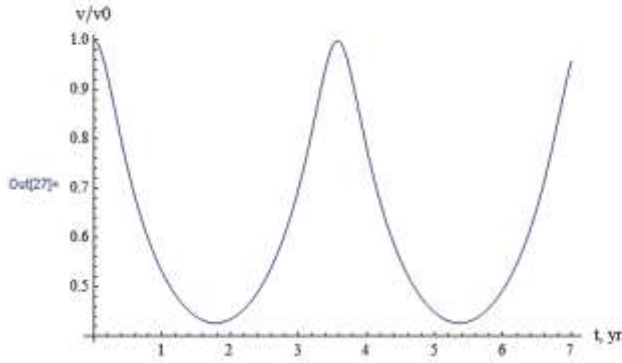


The total speed is calculate as $v = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$, as shown in “Out[27]”. Naturally, the magnitude of the speed is always non-negative and never zero, with its

maximum value at the perihelion and its minimum at the aphelion, as illustrated below

```

In[27]:= Plot[Sqrt[(xs'[t t0] / v0)^2 + (ys'[t t0] / v0)^2], {t, 0, 7}, AxesLabel -> {Style["t, yr", Medium], Style["v/v0", Medium]},
BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 10}, AxesOrigin -> {0, 0.4}]
    
```



In this context, one can numerically verify the conservation of orbital angular momentum. To this purpose, we use the standard definition of angular momentum [1-5]

where $\mathbf{p}$ denotes the linear momentum of the test body. In the equatorial plane ($z = 0$), the magnitude of the orbital angular momentum is given by

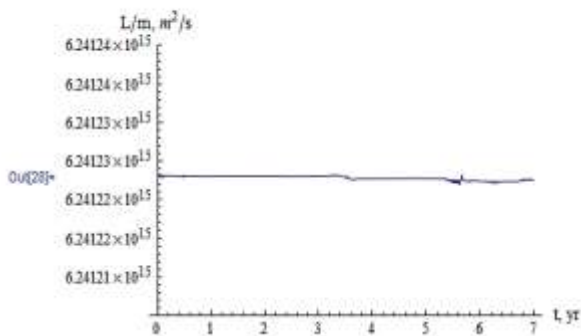
$$L = |\mathbf{L}| = m (x v_y - y v_x) = \text{constant}. \quad (10)$$

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r} \times \mathbf{p}] = m[\mathbf{r} \times \mathbf{v}] = \text{constant} \quad (9)$$

If we express L/m using our numerical results, we obtain

```

In[28]:= Plot[xs[t t0] * ys'[t t0] - ys[t t0] * xs'[t t0], {t, 0, 7}, AxesLabel -> {Style["t, yr", Medium], Style["L/m, m^2/s", Medium]},
BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 10}, PlotRange -> {6.241205 * 10^15, 6.24124 * 10^15}]
    
```



From the plot, it is evident that the orbital angular momentum normalized by the mass of the test

body remains constant – a conserved physical quantity, also referred to as an integral of motion. The

small deviations observed are merely numerical artifacts and do not affect the physical interpretation of the problem.

The constancy of the planet's orbital angular momentum directly confirms Kepler's second law [5]. To further illustrate this, let us recall the definition of the areal (or sectorial) velocity [9, 10]

$$dA/dt = [\mathbf{r} \times \mathbf{v}]/2 = \mathbf{L}/(2m). \quad (11)$$

For a conserved orbital angular momentum, and a given time interval Δt , this expression can be written as

$$\Delta A = L/(2m) \Delta t \quad (12)$$

where ΔA denotes the area of the sector swept by the planet during the time interval Δt . Therefore, Kepler's

second law - stating: "A line segment joining a planet and the Sun sweeps out equal areas during equal intervals of time" is numerically validated through the constancy of the orbital angular momentum.

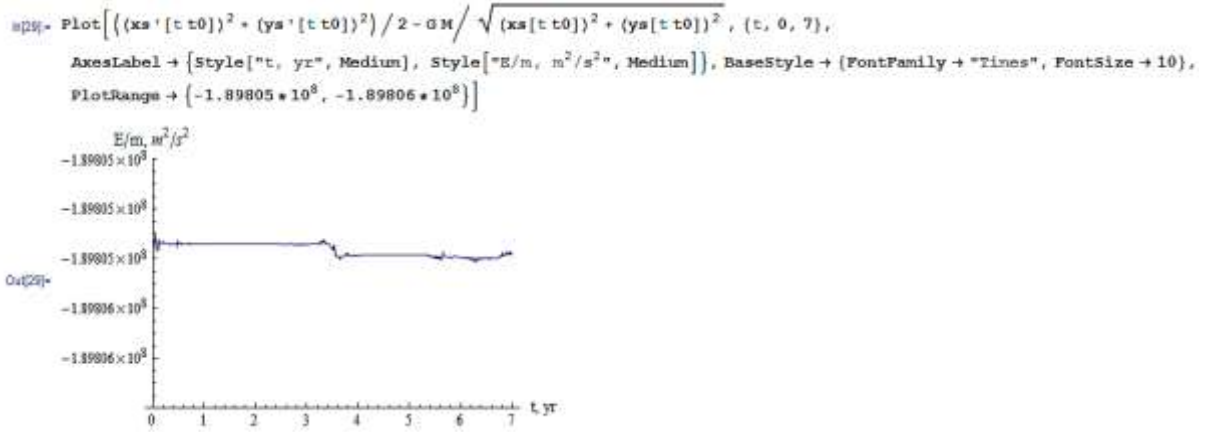
Furthermore, one can also numerically verify the conservation of the total energy of the test body (planet/particle). To do so, we use the standard definition of the total energy [11]

$$E = m v^2/2 - G m M/r. \quad (13)$$

The total energy, normalized with respect to the mass of the test body, can be expressed in terms of the velocities and coordinates

$$E/m = (v_x^2 + v_y^2)/2 - G M/(x^2 + y^2)^{1/2}. \quad (14)$$

and using our numerical results we obtain

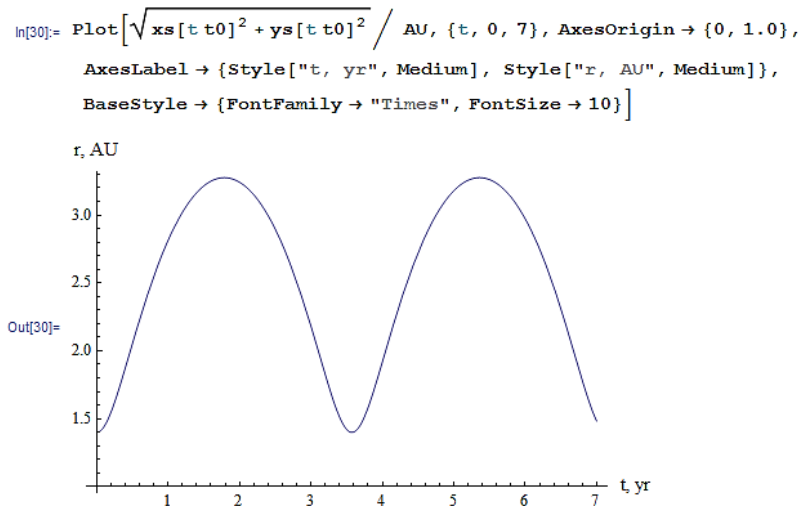


The resulting plot confirms the constancy of the total energy. Notably, the energy remains negative, indicating bound orbits are elliptical. The small oscillations visible in the plot arise from numerical artifacts and do not affect the physical interpretation.

In the literature, the conservation of both the orbital angular momentum and the total energy of the

test body is commonly used to derive and confirm Kepler's third law [12-15]. However, to validate the third law, we will adopt a slightly different approach based on our numerical results.

First, by using Eq. (6) and the output from "Out [24]" we compute the magnitude of the position vector in AU



We observe that the radial distance varies over time, exhibiting both maxima and minima, which can be determined using the Mathematica commands: “FindMaximum” and “FindMinimum”

```
In[31]:= rt1 = FindMaximum[ $\sqrt{xs[t\ t0]^2 + ys[t\ t0]^2} / AU, \{t, 2\}$ ]
Out[31]:= {3.27508, {t -> 1.78674}}

In[32]:= rmax = rt1[[1]]
Out[32]:= 3.27508

In[33]:= rt2 = FindMinimum[ $\sqrt{xs[t\ t0]^2 + ys[t\ t0]^2} / AU, \{t, 3.6\}$ ]
Out[33]:= {1.4, {t -> 3.57348}}

In[34]:= rmin = rt2[[1]]
Out[34]:= 1.4
```

where rt1 and rt2 are simple notations representing the maximum and minimum values of the radial distance r (rmax and rmin) along with the corresponding time interval t (see the previous graph). The notation “[[]]” is used to select a specific element from a given list. The length of the semi-major axis “ a ” is defined in AU as

```
In[35]:= a = (rmax + rmin) / 2
Out[35]:= 2.33754
```

and the orbital period is obtained in years directly from the graph, and it is contained within the result of rt2

```
In[36]:= period = rt2[[2, 1, 2]]
Out[36]:= 3.57348
```

Thus, the ratio of the square of the orbital period to the cube of the semi-major axis is equal to

```
In[37]:= period2 / a3
Out[37]:= 0.999781
```

It is important to note that this computation is performed for the initial conditions “ $x(0) = i \cdot AU$, $y(0) = 0$, $x'(0) = 0$, $y'(0) = v0$ ”, where “ i ” was set to 1.4, corresponding to the outermost orbit from “Out[24]”.

Now, let us consider the case when “ $i = 0.6$ ”. In order to optimize the computation, we employ the “Table” command. Note that “ $i = 0.6$ ” corresponds to the innermost orbit from “Out[24]”.

Examining Out[24], we observe that the Sun remains at the coordinate origin, but its position relative to foci differs for the cases “ $i = 0.6$ ” and “ $i = 1.4$ ” cases. This implies, as before, that for the innermost (outermost) orbit the initial coordinates correspond to the aphelion (perihelion). Therefore, special care must be taken when calculating “rt1” and “rt2”, and orbital period (see “In[38]”).

In “Out[38]” we obtain two graphs: the first one shows the trajectory of the test body, while the second displays the radial distance r in AU as a function of time t in years. The final value in the list of “Out[38]” gives the ratio of the square of the orbital period to the cube of the semi-major axis, which equals 0.999782, very close to the result obtained in “Out[37]”.

The slight discrepancy is due to numerical integration errors. Thus, we have numerically validated Kepler’s third law, which states: “The square of a planet’s orbital period is proportional to the cube of the length of the semi-major axis of its orbit” [13].

```

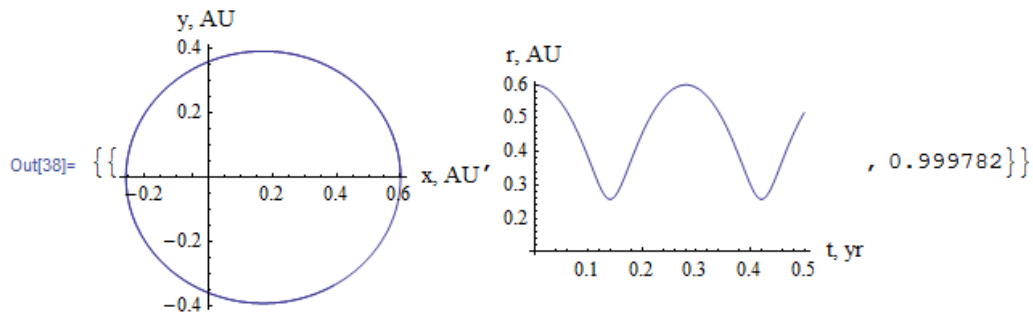
In[38]:= Table[
  {ic = {x[0] == i * AU, y[0] == 0, x'[0] == 0, y'[0] == v0};
   sol = NDSolve[Join[eq, ic], {x[t], y[t]}, {t, 0, 7 t0}];
   xs[t_] = x[t] /. sol[[1]];
   ys[t_] = y[t] /. sol[[1]];

   ParametricPlot[{xs[t t0] / AU, ys[t t0] / AU}, {t, 0, 0.5},
    AxesLabel -> {Style["x, AU", Medium], Style["y, AU", Medium]}],

  Plot[Sqrt[xs[t t0]^2 + ys[t t0]^2] / AU, {t, 0, 0.5}, AxesOrigin -> {0, 0.1},
   AxesLabel -> {Style["t, yr", Medium], Style["r, AU", Medium]},
   BaseStyle -> {FontFamily -> "Times", FontSize -> 10}],

  rt1 = FindMaximum[Sqrt[xs[t t0]^2 + ys[t t0]^2] / AU, {t, 0.25, 0.35}];
  rmax = rt1[[1]];
  rt2 = FindMinimum[Sqrt[xs[t t0]^2 + ys[t t0]^2] / AU, {t, 0.1, 0.2}];
  rmin = rt2[[1]];
  a = (rmax + rmin) / 2;
  period = rt1[[2, 1, 2]];
  period^2 / a^3}, {i, {0.6}}]

```



Conclusion

In this article, we revisited the classical Kepler problem, discussed its fundamental characteristics, and presented its mathematical formulation. We demonstrated how it can be solved numerically using Wolfram Mathematica software. The provided code illustrates the motion of the Earth and artificial objects in the gravitational field of the Sun. However, it can be easily adapted to simulate a wide range of problems, such as the motion of artificial satellites in Earth's gravitational field, the dynamics of Jupiter's or Saturn's moons, or even the study of exoplanetary systems.

The code presented here was developed in Mathematica 7.0, but it is fully compatible with more recent versions. A detailed description of the commands and their usage can be found in textbooks, online resources, or within the software's built-in Help system.

Through the analyses in this work, we numerically verified the conservation laws of orbital angular momentum and total energy for test bodies. Furthermore, we validated Kepler's three laws of planetary motion - results often omitted during standard lectures and practical classes.

Finally, the material and methodology presented in this paper can be effectively used in practical or laboratory sessions to reinforce theoretical knowledge acquired during lectures and to perform numerical experiments. Moreover, these procedures can serve as an entry point for exploring other fundamental problems in celestial mechanics and can inspire further research and academic activities for students.

We anticipate that the analyses and simulations presented here, when used alongside traditional lectures and practical classes, will foster a deeper and

broader understanding of the underlying physics and mathematical aspects of the problem under consideration. Supplementary materials in the form of codes provide students with greater flexibility, enabling them to explore a wider range of scenarios by varying not only the initial conditions but also by selecting different systems, such as extrasolar planetary systems on elliptical orbits or individual objects on parabolic and hyperbolic trajectories. We therefore expect that such simulations can have high pedagogical effectiveness because they help students visualize not obvious and straightforward concepts, increase engagement, and allow experimentation with parameters that would be impossible in a traditional classroom setting.

Finally, it would be of interest to investigate the motion of various objects in the gravitational field of deformed central bodies, in analogy with [21-23]. Furthermore, it would be instructive to analyze the dynamics of charged particles in both uniform and non-uniform electromagnetic fields, following the approaches of [24-24]. These problems, however, fall beyond the scope of the present study and are left for future works.

Acknowledgments

KB and AU acknowledge the support from the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan Grants No. AP19680128 and BR21881941.

References

- 1 L.D. Landau & E.M. Lifshitz, *Mechanics*, Vol. 1 of *Course of Theoretical Physics*, 3rd ed. (Butterworth-Heinemann, 1993).
- 2 R.A. Serway & J.W. Jewett, *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*, 9th ed. (Cengage Learning, 2014).
- 3 R.A. Freedman, H.D. Young & A.L. Ford, *University Physics*. 15th ed. (Pearson, 2018).
- 4 E. Poisson & C.M. Will, *Gravity: Newtonian, Post-Newtonian, Relativistic*, (Cambridge University Press, 2014).
- 5 H.C. Ohanian & R. Ruffini, *Gravitation and Spacetime*, 3rd ed., (Cambridge University Press, 2013).
- 6 Wolfram Research. (n.d.). *Mathematica Online*. Retrieved from <https://www.wolfram.com/mathematica/online/>
- 7 S. Hassani, *Mathematical Methods Using Mathematica: For Students of Physics and Related Fields*. (Springer, 2003).
- 8 R.L. Zimmerman & F.I. Olness, *Mathematica for Physics*, 2nd ed., (Addison-Wesley. 2002).
- 9 <https://www.maplesoft.com/products/maple/>
- 10 <https://www.mathcad.com/en>
- 11 <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>
- 12 <https://www.python.org/>
- 13 <https://www.geogebra.org/>
- 14 J. Casey, Areal velocity and angular momentum for non-planar problems in particle mechanics, *American Journal of Physics* **75**(8), 677–685 (2007). <https://doi.org/10.1119/1.2735630>
- 15 J.B. Brackenridge, *The Key to Newton's Dynamics: The Kepler Problem and the Principia*, (University of California Press. ISBN 978-0-520-20217-7, 1995).
- 16 G.K. Vijaya, Original form of Kepler's third law and its misapplication in Propositions XXXII–XXXVII in Newton's *Principia* (Book I), *Heliyon* **5**(2), e01274 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e01274>
- 17 A. Tan & W.L. Chameides, Kepler's third law, *American Journal of Physics* **49**(7), 691–692 (1981).
- 18 R.A. Aziz, Kepler's third law, *American Journal of Physics* **34**, 538 (1966).
- 19 D. Kleppner & R. Kolenkow, Central force motion. In *An Introduction to Mechanics*, 2nd ed., (Cambridge University Press, 2014), pp. 391–392.
- 20 H.D. Young & R.A. Freedman, Chapter 13: Gravitation. In *University Physics with Modern Physics*, 13th ed., (Addison-Wesley, 2012), 416 p.
- 21 K. Boshkayev, K. Baiseitov, Z. Brisheva A. & Tlemisov, Investigation of the motion of test particles in the gravitational field of axially symmetric central body in classical physics, *Recent Contributions to Physics* **3**(66), 84–98 (2018). <https://bph.kaznu.kz/index.php/zhuzhu/article/view/787> (in Russ).
- 22 B.A. Mukushev, Computational experiments on the study of the motion of celestial bodies, *Recent Contributions to Physics* **2**(85), 49–58 (2023). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2023.v85.i2.08> (in Russ).
- 23 B.A. Mukushev, Energy picture of the gravitational field of the Solar system, *Recent Contributions to Physics* **4**(83), 59–66 (2022). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2022.v83.i4.07> (in Russ).
- 24 K. Mukashev, & K. Kusmanuly, Towards a methodology for teaching the motion of a charged particle in an electric and magnetic field in a physics course, *Recent Contributions to Physics* **1**(25), 169–175 (2008). <https://bph.kaznu.kz/index.php/zhuzhu/article/view/310> (in Kaz).
- 25 B. Beisenov, K. Boshkayev, Z. Brisheva, B. Zhami, Z. Kalymova, E. Kuanyshbayuly, & A. Urazalina, Methods for calculating the magnetic field of rotating charge distribution with spherical symmetry, *Recent Contributions to Physics* **3**(70), 82–91 (2019). <https://doi.org/10.26577/RCPH-2019-i3-10> (in Russ).

Мақала тарихы:

Түсті – 23.07.2025

Түзетілген түрде түсті – 29.09.2025

Қабылданды – 10.10.2025

Article history:

Received 23 July 2025

Received in revised form 29 September 2025

Accepted 10 October 2025

Авторлар туралы мәлімет:

1. **Мирас Жұмағалиев** – King’s College студенті, British School of Alicante, Аликанте, Испания, e-mail: miraszhumagaliyev@gmail.com

2. **Қуантай Бошқаев** (хат-хабарларға жауапты автор), PhD, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің Теориялық және ядролық физика кафедрасының профессоры, Алматы, Қазақстан, e-mail: kuantay@mail.ru

3. **Айнұр Уразалина**, PhD, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университетінің Теориялық және ядролық физика кафедрасының доценті, Алматы, Қазақстан, e-mail: y.a.a.707@mail.ru

Information about authors:

1. **Miras Zhumagaliyev** – King’s College student, The British School of Alicante, Alicante, Spain, e-mail: miraszhumagaliyev@gmail.com

2. **Kuantay Boshkayev** (corresponding author), PhD, Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: kuantay@mail.ru

3. **Ainur Urazalina**, PhD, Associate Professor of the Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, e-mail: y.a.a.707@mail.ru

МАЗМУНЫ – CONTENTS – СОДЕРЖАНИЕ

Теориялық физика. Ядро және элементар бөлшектер физикасы. Астрофизика	Theoretical Physics. Nuclear and Elementary Particle Physics. Astrophysics	Теоретическая физика. Физика ядра и элементарных частиц. Астрофизика
<i>K.K. Yerzhanov, S.A. Zholdybai, A.M. Sergazina, T.R. Myrzakul</i> Weak gravitational lensing of black holes in generalized cosmological models with k-essence.....		4
<i>Б.Б. Сейфуллина, О.Н. Крякунова, О. А. Каликулов, Р.Е. Койчубаев</i> Форбуш-эффект 1-10 июня 2025 года: комплексный анализ по данным нейтронного монитора и космических наблюдений		13
<i>S.A. Turganova, N.O. Saduyev, D.Y. Myktybekov, T.L. Enik, Y.S. Mukhamejanov, M.I. Pshikov</i> Modelling of a straw tracker in the NA64 experiment on the M2 SPS muon beam in the GEANT4 software environment		23
<i>Д.М. Секен, А.С. Сураев, Р.А. Иркимбеков, О.М. Жанболатов, Г.А. Витюк, Н.Е. Мухамедов, В.А. Витюк</i> Расчет выгорания топлива в реакторной установке ВВЭР-1000.....		32
<i>С. Опахай, К.А. Кутербеков, К.Ж. Бекмырза, А.М. Кабышев, М.М. Кубенова, Н.К. Айдарбеков, Ж.С. Зейнулла, Е.М. Пангалиев</i> Исследование влияния содержания платины на характеристики мембранно-электродных блоков топливного элемента с твердо-полимерным электролитом		44
Плазма физикасы	Plasma Physics	Физика плазмы
<i>M. Kavehnia, H. Sadegh, S.N. Hosseinimotlagh</i> Utilizing the effective interaction potentials to investigate the hot thermal relaxation induced via ion and electron temperature of DT, D3He and P11B hot plasma		53
Конденсирленген күй физикасы және материалтану проблемалары. Наноғылым	Condensed Matter Physics and Materials Science Problems. Nanoscience	Физика конденсированного состояния и проблемы материаловедения. Нанонаука
<i>Р.М. Уалиева, Т.А. Тухфатуллин, Е.Л. Бойцова, М.М. Каверина</i> Физические основы гиперспектрального зондирования.....		67
<i>B.Ye. Zhumadilov, R.Ye. Zhumadilov, R.R. Nemkayeva, A.A. Markhabayeva, M.T. Gabdullin, and Ye. Yerlanuly</i> Role of synthesis time in shaping the morphology and structure of carbon nanowalls		80
Бейсызық физика. Радиофизика	Nonlinear Physics. Radiophysics	Нелинейная физика. Радиофизика
<i>Y. Baibolatov, Y. Nalibayev, Y. Kozhagulov</i> Unraveling traffic jam complexity: insights from elementary cellular automata and statistical physics		87
Жоғары мектепте физика пәнін оқыту әдістемесі	Methods of teaching high school physics	Методика преподавания физики в высшей школе
<i>M. Zhumagaliyev, K. Boshkayev, A. Urazalina</i> Numerical simulation of the Kepler problem in Wolfram Mathematica		95