

А. Мұратхан^{1,2} , Н. Шыңғысхан¹ , Ә.С. Тәукенова¹ , К. Дәуітхан² ,
А.Т. Оразымбет^{1,2*} 

¹Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

²Ашық типтегі ұлттық нанотехнологиялық зертхана, Алматы, Қазақстан

*e-mail: ayazhan.ozymbet@kaznu.edu.kz

КВАДРУПОЛЬДІК ДЕФОРМАЦИЯЛАНҒАН ЫҚШАМ ОБЪЕКТІЛЕР МАҢЫНДАҒЫ ЖҰҚА АККРЕЦИЯЛЫҚ ДИСКІЛЕРДІҢ ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ҚҰРЫЛЫМЫ ЖӘНЕ ОПТИКАЛЫҚ КЕСКІНІ

Бұл жұмыста q -метрикамен сипатталатын ықшам объектілер айналасындағы геометриялық жұқа аккрециялық диск сақиналарының бақыланатын пішіні зерттелген. Қарастырылатын кеңістік-уақыт Шварцшильд геометриясының статикалық әрі осьтік симметриялы деформациясы, мұнда өлшемсіз q параметрі гравитациялық өрістегі квадрупольдік үлесті сипаттайды. Фотондардың қозғалысы Гамильтондық түрде жазылып, алыстағы бақылаушыдан экваторлық диск жазықтығына қарай сәулелерді кері қадағалау әдісі арқылы сандық түрде есептелді. Кескіндер төрт бекітілген сәуле шығару радиусы үшін құрылып, Шварцшильд шегімен салыстырылды. $q = 0$ үшін есептеу көлбеу Шварцшильд дискісі үшін изо-радиалды қисықтардың күтілетін ретін қайталайды. Бірдей бақылаушы позициясы және бірдей координаталық сәулелену радиустары үшін оң деформация көрінетін қисықтарды сәл үлкенірек етеді, ал теріс деформация оларды ықшам етеді. Бұл айырмашылық дискінің ішкі сақинасы үшін айқынырақ байқалады, себебі сәйкес фотондар ықшам объектіге анағұрлым жақын аймақтар арқылы өтеді. Алынған нәтижелер тіпті орташа квадрупольдік деформацияның өзі жұқа диск кескінінде байқалатын геометриялық із қалдыра алатынын көрсетеді. Сонымен қатар біз осы анықтамалық сақиналар үшін гравитациялық қызыл ығысуды бағалап, ақ ергежейлінің ықшамдылық параметрін пайдалана отырып, беттік қызыл ығысудың салыстырмалы бағалауын ұсынамыз. Бұл салыстыру квадрупольдік параметрдің бірлікке жуық мәндерінде де әлсіз ықшам жұлдыздық конфигурациялар үшін беттік қызыл ығысуға енгізілетін түзету өте аз болатынын көрсетеді.

Түйін сөздер: q -метрика, жұқа аккрециялық диск, ықшам нысандар, гравитациялық линзалау, сәуле трассалау, квадрупольдік деформация, нөлдік геодезиялық сызықтар.

A. Muratkhan^{1,2}, N. Shynggyskhan¹, A.S. Taukenova¹, K. Dauitkhan²,
A.T. Orazymbet^{1,2*}

¹Farabi University, Almaty, Kazakhstan

²National nanotechnology laboratory of open type, Almaty, Kazakhstan

*e-mail: ayazhan.ozymbet@kaznu.edu.kz

Geometrical structure and optical appearance of thin accretion disks around quadrupole-deformed compact objects

In paper, we study the apparent shape of geometrically thin accretion-disk rings around compact objects described by the q -metric. The spacetime is a static and axially symmetric deformation of the Schwarzschild geometry, where the dimensionless parameter q controls the quadrupole contribution to the gravitational field. Photon motion is written in Hamiltonian form and integrated by backward ray tracing from a distant observer to the equatorial disk plane. The images are constructed for four fixed emission radii and are compared with the Schwarzschild limit. For $q = 0$, the calculation reproduces the expected ordering of iso-radial curves for an inclined Schwarzschild disk. For the same observer position and the same coordinate emission

radii, positive deformation makes the apparent curves slightly larger, while negative deformation makes them more compact. The change is most visible for the inner disk ring, because the corresponding photons pass closer to the compact object. The results show that even a moderate quadrupole deformation can leave a visible geometrical imprint on thin-disk images. We also estimate the gravitational redshift of the same reference rings and include an illustrative surface-redshift comparison using a white-dwarf-like compactness. This comparison shows that a solar-order quadrupole coefficient produces only a very small correction to the surface redshift in a weakly compact stellar configuration.

Keywords: q -metric, thin accretion disk, compact objects, gravitational lensing, ray tracing, quadrupole deformation, null geodesics

А. Муратхан^{1,2}, Н. Шынгысхан¹, А.С. Таукенова¹, К. Дауитхан^{1,2}, А.Т. Оразымбет^{1,2*}

¹Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

²Национальная нанотехнологическая лаборатория открытого типа, Алматы, Казахстан

*e-mail: ayazhan.orazymbet@kaznu.edu.kz

Геометрическая структура и оптическое изображение тонких аккреционных дисков вокруг квадрупольно-деформированных компактных объектов

В работе исследованы наблюдаемая форма колец геометрически тонкого аккреционного диска вокруг компактных объектов, описываемых q -метрикой. Рассматриваемое пространство-время представляет собой статическую и осесимметричную деформацию геометрии Шварцшильда, где безразмерный q -параметр характеризует квадрупольный вклад в гравитационное поле. Движение фотонов записывается в гамильтоновой форме и численно рассчитывается методом обратного трассирования лучей от удалённого наблюдателя к экваториальной плоскости диска. Изображения строятся для четырёх фиксированных радиусов излучения и сравниваются с пределом Шварцшильда. При $q = 0$ расчёт воспроизводит ожидаемую последовательность изорадиальных кривых для наклонённого Шварцшильдовского диска. При одном и том же положении наблюдателя и одинаковых координатных радиусах излучения положительная деформация делает наблюдаемые кривые несколько более протяжёнными, тогда как отрицательная деформация приводит к их более компактному виду. Это различие наиболее заметно для внутреннего кольца диска, поскольку соответствующие фотоны проходят через области, расположенные значительно ближе к компактному объекту. Полученные результаты показывают, что даже умеренная квадрупольная деформация может оставлять наблюдаемый геометрический след в изображении тонкого диска. Кроме того, мы оцениваем гравитационное красное смещение для тех же опорных колец и, используя параметр компактности белого карлика, приводим сравнительную оценку поверхностного красного смещения. Данное сравнение показывает, что даже при значениях квадрупольного параметра порядка единицы поправка к поверхностному красному смещению для слабо компактных звёздных конфигураций остаётся весьма малой.

Ключевые слова: q -метрика, тонкий аккреционный диск, компактные объекты, гравитационное линзирование, трассировка лучей, квадрупольная деформация, нулевые геодезические.

Кіріспе

Аккрециялық дискілер күшті гравитациялық өріс аймағында орналасқан астрофизикалық объектілерді зерттеудің маңызды құралдарының бірі болып табылады. Жұқа дискілердің стандартты теориясы және оның релятивистік кеңейтулері қара құрдымдар мен басқа да ықшам

астрофизикалық объектілерге жақын аймақтағы диск құрылымын сипаттаудың негізгі теориялық базасы ретінде қолданылады [1–4]. Дискінің ішкі бөлігінде фотондар түзу траектория бойынша таралмайды. Олардың траекториясы қоршаған кеңістік-уақыт геометриясының әсерінен иіледі,

ал алыста орналасқан бақылаушы тіркейтін кескін сәуле шығаратын аккрециялық ортаның қасиеттеріне де, фотондар таралатын геометрияға да тәуелді болады. Сондықтан релятивистік диск кескіндері гравитациялық модельдерді тексеру және стандартты қара құрдым кеңістік-уақытынан мүмкін болатын ауытқуларды түсіндіру үшін кеңінен қолданылатын әдістердің бірі ретінде қарастырылады [5–10].

Шварцшильд шешімі айналмайтын релятивистік астрофизикалық объект маңындағы фотондардың таралуын және дөңгелек орбиталық қозғалысты сипаттауға арналған базалық салыстырмалы шешім ретінде қарастырылады. Ал айналатын қара құрдымдар, әдетте, Керр метрикасы шеңберінде сипатталады [11–13]. Дегенмен статикалық, сфералық симметриядан ауытқыған метрикалар да теориялық тұрғыдан маңызды, себебі олар айналу параметрін енгізбей-ақ жоғары ретті мультипольдік моменттердің әсерін зерттеуге мүмкіндік береді. Нақты астрофизикалық жағдайда гравитациялық объектінің құрылымы міндетті түрде дәл сфералық симметрияға ие бола бермейді. Сфералық симметрия бұзылған кезде монопольдік мүшеден кейінгі алғашқы түзету ретінде квадрупольдік момент пайда болады. Тіпті шағын квадрупольдік деформацияның өзі күшті өріс аймағындағы геодезиялық қозғалыстың динамикасына елеулі ықпал етуі мүмкін. Сондықтан квадруполь параметрі бар дәл метрикалар сфералық емес гравитациялық өрістердің бөлшектер орбитасына, жарықтың иілуіне және аккрециялық дискінің бақыланатын пішініне әсерін жүйелі теориялық талдау жүргізуге мүмкіндік береді [14–19].

Осы жұмыста квадрупольдік метрика, яғни q -метрика қолданылады. Бұл метрика статикалық, осьтік симметриялы вакуумдық кеңістік-уақыт геометриясын сипаттайтын Ципой–Вурхис метрикаларының тобына жатады [14–17, 20, 21]. q -параметр сфералық симметриядан ауытқу дәрежесін көрсетеді. Егер $q = 0$ болса, q -метрика Шварцшильд метрикасына өтеді. Ал $q \neq 0$ жағдайында кеңістік-уақыт сфералық симметриядан ауытқыған гравитациялық объектінің сыртқы өрісін сипаттайды. Төменде қолданылатын белгілеулерге сәйкес нөлден өзгеше алғашқы массалық мультипольдік моменттер келесі түрде жазылады:

$$M_0 = M(1 + q), \quad (1)$$

және

$$M_2 = -\frac{M^3}{3} q(1 + q)(2 + q). \quad (2)$$

Осылайша, q -параметрі гравитациялық өрістің квадрупольдік құраушысын сипаттайды. $M > 0$ болғанда, $q > -1$ шарты толық массаның оң мәнін қамтамасыз етеді. Осы белгілеу жүйесінде $-1 < q < 0$ аралығы ось бойымен созылған деформацияны, ал $q > 0$ мәндері экваторлық бағытта сығылған деформацияны білдіреді.

q -метрика жалаң сингулярлықтың гравитациялық өрісіндегі массалы және массасыз сынақ бөлшектерінің қозғалысын зерттеу үшін қолданылған [22]. Сонымен қатар квадрупольдік параметрдің дөңгелек орбиталардың тұрақтылық шарттарын өзгертетіні және сынақ бөлшектер ансамблі ретінде модельденетін аккрециялық дискінің ықтимал ішкі құрылымына әсер етуі мүмкін екені көрсетілген [23]. Осы бағыттағы зерттеу салаларына қара құрдымға ұқсас объектілердің қасиеттерін, квадрупольдік деформациясы бар ықшам гравитациялық денелерді, жарықтың гравитациялық сынуын, қызыл ығысуды, радиолокациялық сигналдың кідіруін және Галактика орталығындағы құбылыстарды теориялық тұрғыдан талдау мәселелері жатады [24–27]. Атап айтқанда, шекті тұрақты дөңгелек орбитаның радиусы тек Шварцшильд метрикасына сәйкес мәнмен анықталмайды. q -параметрінің оң мәндері тұрақты орбиталар аймағын сыртқа қарай ығыстырса, оның теріс мәндері Шварцшильд метрикасындағы шекті тұрақты дөңгелек орбитаның ішкі аймағында да тұрақты дөңгелек орбиталардың қалыптасуына ықпал етуі мүмкін. Мұндай орбиталық қасиеттер аккрециялық дискінің геометриялық құрылымы орталық объектінің квадрупольдік деформациясы жөнінде ақпарат бере алатынын көрсетеді.

Дегенмен, дискінің бақыланатын кескіні тек дөңгелек орбиталардың радиустарымен ғана анықталмайды. Оған жарықтың гравитациялық иілуі, гравитациялық қызыл ығысу, гравитациялық линзалық ұлғаю және күшті гравитациялық өріс аймағындағы нөлдік геодезиялық сызықтар бойымен қалыптасатын көп кескінділік те әсер етеді [28–32]. Дискіден шыққан фотондар бақылаушыға жеткенге дейін қисық кеңістік-уақыт геометриясы арқылы таралады. Осы жұмыста негізгі назар дәл осы таралу есебіне аударылады. Біз q -метрикадағы нөлдік геодезиялық сызықтарды есептеп, бақылаушы экранында жұқа экваторлық диск сақиналарының бақыланатын кескіндерін құрамыз. Шварцшильд жағдайы сандық әдістің дұрыстығын тексеру үшін пайдаланылады, ал $q \neq 0$ кезіндегі шешімдер квадрупольдік деформацияның геометриялық әсерін талдауға

мүмкіндік береді. Бұл мәселе қазіргі кезде кара құрдым бейнелері мен фотондық сақина құрылымын күшті гравитациялық өріс жағдайындағы гравитацияны тексеру мүмкіндігімен де тікелей байланысты, әсіресе Оқиғалар көкжиегі телескопы арқылы M87* және Sgr A* нысандары бойынша алынған бақылау нәтижелерінен кейін [33–35].

Бұл есепті шешуде сәуле жолын сандық қадағалау әдісі табиғи тәсіл болып табылады. Қазіргі есептеуде біз модельді әдейі қарапайым түрде құрамыз: диск бекітілген координаталық

радиустардағы дөңгелек сақиналар жиынтығы ретінде бейнеленеді және сәуле шығару заңы енгізілмейді. Мұндай таңдау диск жазықтығының геометриялық бейнеленуін сәуле шығару физикасына қатысты қосымша болжамдардан бөліп қарастыруға мүмкіндік береді. Гравитациялық-линзалық модельдеу бойынша соңғы жұмыстар, соның ішінде CPU және GPU енгізулерін салыстыру, осы типтегі есептер үшін тікелей сандық сәулелік бақылау әдістерін қолданудың орынды екенін көрсетеді [36].

Әдістер

q - метриканы келесі түрде қарастырамыз:

$$ds^2 = f^{1+q} dt^2 - f^{-q} \left[A(r, \theta) \left(\frac{dr^2}{f} + r^2 d\theta^2 \right) + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right], \quad (3)$$

мұндағы

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r}, \quad (4)$$

және

$$A(r, \theta) = \left[1 + \frac{M^2 \sin^2 \theta}{r^2 - 2Mr} \right]^{-q(2+q)}, \quad (5)$$

мұнда M – массалық масштаб, ал q – өлшемсіз деформация параметрі. Берілген метрика статикалық және осьтік симметрияға ие. (t, r, θ, ϕ) координаталары уақыт тәрізді және осьтік Киллинг векторларына сәйкес таңдалған.

Метрикалық тензордың нөлден өзгеше коварианттық компоненттері мына түрде жазылады:

$$g_{tt} = f^{1+q}, \quad (6)$$

$$g_{rr} = -f^{-q} \frac{A(r, \theta)}{f}, \quad (7)$$

$$g_{\theta\theta} = -f^{-q} A(r, \theta) r^2, \quad (8)$$

$$g_{\phi\phi} = -f^{-q} r^2 \sin^2 \theta. \quad (9)$$

Егер $q = 0$ болса, онда $A(r, \theta) = 1$ болады, ал (3)-теңдеу төмендегі түрге келеді:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r} \right) dt^2 - \left(1 - \frac{2M}{r} \right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\phi^2, \quad (10)$$

бұл Шварцшильд метрикасы. Демек, Шварцшильд кеңістік-уақыты $q = 0$ шегінде дәл қалпына келеді.

Ал $q \neq 0$ болған жағдайда $r = 2M$ беті Шварцшильд шешіміндегі оқиға көкжиегі ретінде қарастырылмайды. Бұл бет q -метрика үшін сыртқы қисықтық сингулярлығы болып табылады.

Сондықтан бұл аймақ арқылы фотондардың траекториялары жүргізілмейді.

Сандық есептеулерде интегралдау $r = 2M$ -ге жақын маңда тоқтатылады және біз тек экваторлық дискіге жететін немесе ішкі тоқтау шекарасына жақындайтын сәулелерді ғана қарастырамыз.

Гамильтондық түрдегі нөлдік геодезиялар

Бақыланатын диск кескіні кеңістік-уақыттағы нөлдік геодезиялық сызықтармен анықталады. Гамильтондық формализм және бірінші ретті геодезиялық теңдеулер релятивистік сәуле жолын қадағалау есептеулерінде кеңінен қолданылады [37, 38]. Фотон траекториялары:

$$ds^2 = 0. \quad (11)$$

теңдеуін қанағаттандырады. Осыған эквивалентті түрде қозғалысты Гамильтониан арқылы төмендегідей жазуға болады:

$$H = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} p_\mu p_\nu = 0, \quad (12)$$

мұндағы p_μ – фотонның төртөлшемді импульсі, ал $g^{\mu\nu}$ – кері метрикалық тензор. Метрика диагональ түрінде берілгендіктен, кері компоненттер $g^{\mu\mu} = 1/g_{\mu\mu}$ түрінде қосындылаусыз анықталады.

(3) теңдеу үшін Гамильтониан келесі түрде жазылады:

$$H = \frac{1}{2}(g^{tt}p_t^2 + g^{rr}p_r^2 + g^{\theta\theta}p_\theta^2 + g^{\phi\phi}p_\phi^2) = 0. \quad (13)$$

t және ϕ координаталары циклдік. Сондықтан:

$$p_t = \text{const}, \quad p_\phi = \text{const}. \quad (14)$$

Бұл шамаларды былай белгілейміз:

$$E = -p_t, \quad L = p_\phi, \quad (15)$$

мұндағы E - шексіздіктегі фотон энергиясы, ал L — бұрыштық импульстің осьтік компоненті.

Гамильтон теңдеулері төмендегідей орнектеледі:

$$\frac{dx^\mu}{d\lambda} = \frac{\partial H}{\partial p_\mu}, \quad \frac{dp_\mu}{d\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x^\mu}, \quad (16)$$

мұндағы λ – аффиндік параметр. Сандық интегралдау барысында келесі айнымалылар қарастырылады:

$$r(\lambda), \quad \theta(\lambda), \quad \phi(\lambda), \quad p_r(\lambda), \quad p_\theta(\lambda), \quad (17)$$

ал p_t және p_ϕ тұрақты шамалар ретінде сақталады. Ашық түрде теңдеулер жүйесі былай жазылады:

$$\frac{dr}{d\lambda} = g^{rr}p_r, \quad (18)$$

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = g^{\theta\theta}p_\theta, \quad (19)$$

$$\frac{d\phi}{d\lambda} = g^{\phi\phi}p_\phi, \quad (20)$$

$$\frac{dp_r}{d\lambda} = -\frac{1}{2} \frac{\partial g^{\alpha\beta}}{\partial r} p_\alpha p_\beta, \quad (21)$$

$$\frac{dp_\theta}{d\lambda} = -\frac{1}{2} \frac{\partial g^{\alpha\beta}}{\partial \theta} p_\alpha p_\beta. \quad (22)$$

Интегралдау процесінде нөлдік шектеуді бақылау үшін H шамасының мәні қадағаланады. Бұл тексеру метрикалық функциялар тез өзгеретін ішкі шекараға жақын жерде ерекше маңызды.

Жұқа аккрециялық диск моделі

Біз дискіні экваторлық жазықтықта орналасқан геометриялық жұқа сәуле шығаратын бет ретінде модельдейміз:

$$\theta = \frac{\pi}{2}. \quad (23)$$

Бұл таңдау q -метрикаға тән айна симметриясымен үйлеседі және экваторлық жазықтықтағы геодезиялық қозғалысты бірмәнді түрде анықтауға мүмкіндік береді.

Қарапайым геометриялық сипаттауда жұқа аккрециялық диск орталық объектіні айнала қозғалатын сынақ бөлшектерінің шеңберлік орбиталар жиыны ретінде қарастыруға болады[2–4]. q -метрика жағдайында экваторлық уақыт тәрізді қозғалысты эффективті потенциал арқылы сипаттауға болады. Массивтік бөлшектер үшін мына түрде жазуға болады:

$$V_{\text{eff}}^2(r, q) = \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{q+1} \left[\frac{l^2}{r^2} \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^q + \epsilon \right], \quad (24)$$

мұндағы l — меншікті бұрыштық импульс, ал уақыт тәрізді геодезиялар үшін $\epsilon = 1$.

Шеңберлік орбиталар мына шартты қанағаттандырады:

$$\frac{\partial V_{\text{eff}}^2}{\partial r} = 0, \quad (25)$$

ал шекті тұрақтылық шарты келесі түрде беріледі:

$$\frac{\partial^2 V_{\text{eff}}^2}{\partial r^2} = 0. \quad (26)$$

Осылайша, сынақ бөлшектерінен тұратын дискінің радиалдық шегі шеңберлік геодезиялардың тұрақтылығымен тікелей байланысты болады.

Экваторлық дөңгелек орбиталар үшін квадрат бұрыштық импульстің квадраты мынаны құрайды:

$$l^2 = \frac{M(1+q)r^2 \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-q}}{r - M(3+2q)}. \quad (27)$$

Дөңгелек уақыт тәрізді қозғалыстың болуы үшін мына шарт орындалуы қажет:

$$r > r_c, \quad r_c = M(3+2q). \quad (28)$$

Сол радиус экваторлық дөңгелек фотон орбитасын береді:

$$r_\gamma = M(3 + 2q), \quad (29)$$

мұндағы $q = 0$ болған жағдайда $r_\gamma = 3M$ -ге дейін азаяды.

Экваторлық жазықтықтағы соңғы тұрақты шеңберлік орбита төмендегі формуламен өрнектеледі:

$$r_{\text{isco}}^\pm = M \left(4 + 3q \pm \sqrt{5q^2 + 10q + 4} \right). \quad (30)$$

Шварцшильд шегінде тиісті тармақ $r_{\text{isco}} = 6M$ мәнін береді. Нөлден тыс q үшін соңғы тұрақты орбитаның орны өзгереді. q -дің оң мәндері тұрақты диск аймағын сыртқа қарай ығыстырады, ал теріс мәндері Шварцшильд жағдайындағы мәннен кіші радиустарда да тұрақты шеңберлік қозғалысқа мүмкіндік береді. $q \approx -0.5$ маңында бұдан да күрделі орбиталық құрылымдар пайда болуы мүмкін, алайда мұндай үлкен теріс деформациялар төменде келтірілетін кескіндерде пайдаланылмайды.

Бұл мақала аккрецияның гидродинамикалық теңдеулерін шешпейді. Жұмыстың мақсаты шектеулі біз кеңістік-уақыт тандалған диск радиустарын бақылаушының кескін жазықтығына қалай бейнелейтінін зерттейміз. Сондықтан диск геометриялық сәуле шығаратын бет ретінде қарастырылады. Бұл есептеуді линзалауға бағыттайды және температура, сәуле шығару қабілеті, магнит өрістері немесе плазма динамикасы туралы қосымша болжамдардан бас тартуға мүмкіндік береді.

Бұл жұмыста төрт бекітілген сәуле шығарғыштық радиустарын қолданамыз:

$$r_{\text{em}} = 6M, \quad 10M, \quad 20M, \quad 30M. \quad (31)$$

Бұл радиустар экваторлық диск жазықтығындағы дөңгелек сақиналарды анықтайды. Олардың кескіндері бақылаушы экранында изорадиустық қисықтар түрінде көрінеді. $r_{\text{em}} = 6M$ таңдауы Шварцшильд метрикасындағы шекті тұрақты дөңгелек орбитаға сәйкес келеді. q -метрикада физикалық ішкі шекара, әдетте, q -параметріне тәуелді және (30) теңдеумен анықталады. Біз q -ның барлық мәндері үшін бірдей координаталық радиустарды сақтаймыз, сондықтан салыстыру негізінен фотондардың таралу әсерін көрсетеді және дискінің ішкі шекарасының өзгерісімен шатастырылмайды.

Әрбір сәуле үшін экваторлық жазықтықпен алғашқы қиылысу нүктесі тіркеледі. Егер бұл $\lambda = \lambda_{\text{hit}}$ кезінде орындалса, онда

$$r_{\text{hit}} = r(\lambda_{\text{hit}}), \quad \theta(\lambda_{\text{hit}}) = \frac{\pi}{2}. \quad (32)$$

Кескін келесі бейнелеу арқылы құрылады:

$$(X, Y) \rightarrow r_{\text{hit}}(X, Y), \quad (33)$$

мұндағы (X, Y) — кескін жазықтығындағы декарттық координаталар. Сонда изорадиустық қисықтар:

$$r_{\text{hit}}(X, Y) = r_{\text{em}}, \quad (34)$$

шартымен анықталады. Толық радиациялық модельді құру үшін сәуле шығару заңын, сәуле шығарушы заттың төрт-жылдамдығын, Доплер әсерлерін және гравитациялық линзалық ұлғаюды ескеру қажет. Мұндай модельде бақыланатын және шығарылатын меншікті қарқындылықтар келесідей өрнектеледі:

$$I_{\text{obs}} = g^3 I_{\text{em}}, \quad (35)$$

мұндағы $g = v_{\text{obs}}/v_{\text{em}}$ жалпы жиілік ығысу коэффициенті. Бұл жұмыста біз толық қарқындылық картасын құрмаймыз. Дегенмен, статикалық эмитенттер мен статикалық бақылаушы үшін жиілік ығысуының гравитациялық бөлігі q - уақыттық компонентінен тікелей анықталады:

$$1 + z = \frac{v_{\text{em}}}{v_{\text{obs}}} = \left(\frac{g_{tt}^{\text{obs}}}{g_{tt}^{\text{em}}} \right)^{1/2} = \left[\frac{1 - 2M/r_{\text{obs}}}{1 - 2M/r_{\text{em}}} \right]^{(1+q)/2}. \quad (36)$$

Бұл өрнек кейінірек сәуле жолын сандық қадағалау есебінде қолданылатын сол тірек сақиналар үшін бағаланады. Қызыл ығысу мен радиолокациялық сигналдың кідіруі кезіндегі деформацияның рөлі де сәйкес ықшам объект модельдері үшін талқыланды [26].

Тірек сақиналардың гравитациялық қызыл ығысуы

Диск кескінінің геометриялық пішінінен бөлек, сол тірек сақиналарды олардың гравитациялық қызыл ығысуы арқылы да сипаттауға болады. Біз (36) теңдеуді сәулелік бақылау есептеуіндегідей бақылаушы позициясы және бірдей бекітілген сәулелену радиустары үшін қолданамыз:

$$r_{\text{obs}} = 1000M, r_{\text{em}} = 6M, 10M, 20M, 30M. \quad (37)$$

Осы жағдайда қызыл ығысу мына түрде есептеледі:

$$z = \left[\frac{1 - 2M/r_{\text{obs}}}{1 - 2M/r_{\text{em}}} \right]^{(1+q)/2} - 1. \quad (38)$$

Нәтижесінде алынған мәндер 1-кестеде келтірілген. Қызыл ығысу сәуле шығару радиусы артқан сайын азаяды. Қызыл ығысу сәулелену радиусы артқан сайын азаяды, бұл үлкен радиустардан шығарылған фотондар әлсіз гравитациялық өріс аймақтарында пайда болатындықтан күтіледі. Тұрақты сәулелену радиусы үшін оң квадрупольді деформация Шварцшильд жағдайына қарағанда үлкенірек қызыл ығысу береді, ал теріс деформация кішірек қызыл ығысу береді.

1-кесте. Квадрупольдік параметрдің әртүрлі мәндері үшін тірек сақиналардың гравитациялық қызыл ығысуы. Бақылаушы $r_{\text{obs}} = 1000M$ радиусында орналасқан.

q	$z(6M)$	$z(10M)$	$z(20M)$	$z(30M)$
-0.2	0.175	0.092	0.042	0.027
0	0.224	0.117	0.053	0.034
0.2	0.274	0.142	0.064	0.041

Ең үлкен айырмашылық ең ішкі тірек сақина үшін, яғни $r_{\text{em}} = 6M$ радиусында байқалады, осы сақина кескін жазықтығындағы морфологиялық өзгерістер айқынырақ байқалатын аймақ болып табылады. Қызыл ығысудың радиусқа тәуелділігі мен сәуле жолын қадағалау нәтижесінде алынған кескіндер арасындағы бұл сәйкестік квадрупольдік параметрдің геометриялық әсері ең алдымен дискінің ішкі аймағында айқынырақ көрінетінін көрсетеді.

Атап айтқанда, 1-кестеде статикалық сәуле шығарушылар үшін қызыл ығысудың тек гравитациялық құраушысы ғана берілгенін. Толық бақылаулық модель құру үшін диск материалының орбиталық жылдамдығын, Доплерлік ығысуларды, гравитациялық линзалық ұлғаюды және сәуле шығарудың физикалық заңын ескеру қажет. Бұл әсерлер осы жұмыста қарастырылмайды, өйткені зерттеудің негізгі мақсаты — квадрупольдік деформацияның геометриялық ықпалын жеке бөліп талдау.

Ақ ергежейліге ұқсас ықшам объект үшін беттік қызыл ығысуды бағалау

Қызыл ығысуды есептеуді диск сақинасын емес, сәуле шығаратын бетті қарастыру арқылы ықшам жұлдыз модельдерімен тікелей

байланыстыруға болады. q -метрика сыртқы вакуумдық шешім болғандықтан, жұлдыз беті метриканың өзінен анықталмайды. Сондықтан біз алдын ала берілген беттік радиусты R_* енгіземіз және алынған нәтижені толық ішкі-сыртқы сәйкестендіру есебі ретінде емес, феноменологиялық сыртқы бағалау ретінде түсіндіреміз [39].

Салыстыруды ақ-ергежейлі конфигурацияға жақын ету үшін біз орталық тығыздығы $\rho_c = 10^{11} \text{ г/см}^3$ болатын изотропты модельдің ықшамдығын қолданамыз

$$C_* \equiv \frac{2M_*}{R_*} = 6.28533 \times 10^{-3}. \quad (39)$$

Шварцшильд сыртқы шешімі үшін сәйкес беттік қызыл ығысу келесідей:

$$z_{\text{Schw}} = (1 - C_*)^{-\frac{1}{2}} - 1 = 3.15756 \times 10^{-3}. \quad (40)$$

q -метрика үшін монопольдік масса төмендегі түрде жазылады:

$$M_0 = m(1 + q). \quad (41)$$

Физикалық жұлдыз массасын тұрақты сақтау үшін $M_0 = M_*$ деп аламыз. Осыдан:

$$m = \frac{M_*}{1 + q} \quad (42)$$

орнатамыз. Бұл жағдайда беттік қызыл ығысу келесі өрнекпен анықталады:

$$z_*(q) = \left[1 - \frac{C_*}{1 + q} \right]^{\frac{1+q}{2}} - 1. \quad (43)$$

Шынайы шағын квадрупольдік деформацияны бағалау үшін Ньютон типті квадрупольдік коэффициент J_2 енгізіледі:

$$Q \simeq -J_2 M_* R_*^2. \quad (44)$$

Физикалық монополь M_0 арқылы жазылған q -метриканың өлшемсіз квадрупольдік моменті мына түрде беріледі:

$$\frac{M_2}{M_0^3} = -\frac{q(2 + q)}{3(1 + q)^2}. \quad (45)$$

(44) және (45) теңдеулерін сәйкестендіру нәтижесінде:

$$J_2 \left(\frac{R_*}{M_*} \right)^2 = \frac{q(2+q)}{3(1+q)^2} \quad (46)$$

қатынасы аламыз. Иллюстрациялық мән ретінде $J_2 = 2 \times 10^{-7}$ алынған жағдайда:

$$q \approx 0.0318 \quad (47)$$

2-кесте. $\rho_c = 10^{11}$ г/см³ кезіндегі изотропты ақ-ергежейлі модельдің ықшамдығын пайдалана отырып, беттік-қызыл ығысуды иллюстрациялық салыстыру. Квадрупольдік коэффициент $J_2 = 2 \times 10^{-7}$ деп есептеледі.

Модель	$2M_*/R_*$	J_2	q	z_*
Шварцшильд беті	6.28533×10^{-3}	0	0	3.15756×10^{-3}
q -метрика беті	6.28533×10^{-3}	2×10^{-7}	0.0318	3.15725×10^{-3}

2-кестедегі мәндерді q -метрикасына сәйкес келетін өзіндік үйлесімді жұлдыздық модель ретінде түсіндіруге болмайды. Олар тек физикалық масса мен радиус ақ ергежейлі тәрізді тығыздыққа бекітілген жағдайда сыртқы квадрупольдік деформацияның беттің қызыл ығысуын қалай өзгертетінін көрсетеді. Бұл әлсіз тығыздық режимінде қызыл ығысу 10^{-3} шамасында қалады, ал 1-кестеде диск сақиналары үшін алынған қызыл ығысулар едәуір үлкен, себебі ішкі сақиналар орталық объектіден бірнеше ғана гравитациялық радиус қашықтығында орналасқан.

Осы өрнекті q -метриканың сипаттамалық радиустарында да есептеуге болады. Атап айтқанда, экваторлық шеңберлік фотондық орбита мына радиуста орналасады:

$$r_\gamma = M(3 + 2q), \quad (48)$$

ал сыртқы соңғы тұрақты дөңгелек орбита төмендегі түрде анықталады:

$$r_{\text{isco}}^+ = M(4 + 3q + \sqrt{5q^2 + 10q + 4}). \quad (49)$$

Осыған сәйкес гравитациялық қызыл ығысулар 3-кестеде келтірілген.

3-кестедегі мәндер екі өзара толықтырушы әсерді көрсетеді. Біріншіден, дөңгелек фотон орбитасындағы қызыл ығысу үлкен болып қалады, себебі бұл радиус күшті өріс аймағына жақын орналасқан. Екіншіден, сыртқы соңғы тұрақты дөңгелек орбитадағы қызыл ығысу мұнда қарастырылған q орташа диапазонында аздап өзгереді. Бұл оң q қызыл ығысу коэффициентіндегі экспонентті арттыратындықтан, сонымен қатар тұрақты орбита радиусын

мәнін береді. Сәйкес беттік қызыл ығысудың бағалауы 2-кестеде көрсетілген. Бұл кіші квадрупольдік коэффициентпен жасалған түзету өте әлсіз болады. Бұл күтілетін нәтиже, себебі мұнда қолданылған ақ ергежейлі моделінің ықшамдылық параметрі ішкі диск сақиналарына сәйкес келетін ықшамдылық масштабынан едәуір кіші.

сыртқа жылжитатындықтан болады. Осы екі әсер бірін-бірі ішінара өтейді.

3-кесте. q -метриканың сипаттамалық радиустарындағы гравитациялық қызыл ығысу. Мұнда $r_\gamma = M(3 + 2q)$ — экваторлық шеңберлік фотондық орбита, ал r_{isco}^+ — сыртқы соңғы тұрақты шеңберлік орбита. Бақылаушы $r_{\text{obs}} = 1000M$ қашықтықта орналасқан.

q	r_γ/M	$z(r_\gamma)$	r_{isco}^+/M	$z(r_{\text{isco}}^+)$
-0.2	2.6	0.796	4.883	0.234
0	3.0	0.730	6.000	0.224
0.2	3.4	0.701	7.090	0.219

$z(r_\gamma)$ мәнін тек фотон орбитасының жанындағы q -метрикасының сипаттамалық гравитациялық қызыл ығысуы ретінде түсіндіруге керектігін атап өтеміз. Бұл фотон орбитасы нөлдік орбита болғандықтан, материалдық дөңгелек орбитадан сәулеленуге сәйкес келмейді. Керісінше, $z(r_{\text{isco}}^+)$ мәні сынақ бөлшектері дискісінің мүмкін болатын ішкі жиегімен тікелей байланысты.

Сәулелік бақылау әдісі және сандық есептеу сұлбасы

Диск кескіні кері сәулелік бақылау арқылы құрастырылады. Бұл әдіс релятивистік бейнелеуде стандартты болып табылады, себебі ол тек бақылаушыға келетін фотондарды бақылайды [9,10,37,38]. Мұндай әдіс сандық тұрғыдан тиімді, өйткені кеңістік-уақыттың барлық бағыттарындағы сәулелерді емес, бақылаушы экранынан кері бағытта жіберілген фотондарды ғана интегралдауға мүмкіндік береді. Ықшам объектілерге арналған сандық линзалау модельдері де осы бағыттағы еңбектерде

карастырылған, оның ішінде сәулелік бақылау есептеулерінің тиімділігін талдауға арналған зерттеулер де бар [36].

Статикалық бақылаушы төмендегі координаталық нүктеде орналастырылады:

$$r_{obs} = 1000M, \theta_{obs} = 80^\circ, \phi_{obs} = 0, \quad (50)$$

мұндағы $r_{obs} = 1000M$ шарты бақылаушының орталық ықшам объектіден жеткілікті алыс орналасқанын көрсетеді. Сондықтан фотондардың бастапқы бағыттарын бақылаушы маңындағы жуық жазық экранда беруге болады. Осы мақсатта кескін жазықтығында (X, Y) декарттық координаталары енгізіледі. Экран координаталарының есептеу аймағы мына аралықтармен шектеледі:

$$-40M \leq X \leq 40M, \quad -10M \leq Y \leq 20M. \quad (51)$$

Көрсетілген экран аймағы 81×61 өлшемді торға бөлінеді. Тордың әрбір нүктесі бақылаушы экранындағы жеке бір сәулеге сәйкес келеді. Әрбір нүктеден фотон кері бағытта жіберіліп, оның траекториясы q -метрикадағы нөлдік геодезия теңдеулері бойынша сандық түрде интегралданады. Интегралдау процесі төмендегі төрт жағдайдың бірі орын алғанға дейін жалғасады: сәуле экваторлық жазықтықпен қиылысады, $r = 2M$ маңындағы ішкі шекараға жетеді, интеграциялық аймақтан шығады немесе белгіленген интеграциялық интервалда жарамды соңғы нүктеге жете алмайды.

Ішкі шекара ретінде q -метрикадағы күшті өріс аймағына жақын радиус алынады. Интеграция келесі мәнге жақын жерде тоқтатылады:

$$r_{min} = 2.0001M. \quad (52)$$

Бұл таңдау $r = 2M$ маңындағы сингулярлық аймаққа тым жақын өтетін сәулелерді сандық тұрғыдан тұрақсыз интегралдаудан сақтайды. Сонымен қатар аффиндік параметр үшін максималды аффиндік интервал:

Нәтижелер және талқылау

Шварцшильд шегі және сандық әдісті тексеру

Алдымен $q = 0$ деп аламыз. Бұл шекте q -метрика Шварцшильд кеңістік-уақытына айналады, ал сәулелік бақылау есептеуі көлбеу жұқа диск кескінінің күтілетін сапалық құрылымын қайталауы керек.

$$\lambda_{max} = 2500M \quad (53)$$

құрайды. Егер фотон траекториясы осы аралық ішінде экваторлық дискіге жетпесе, ішкі шекараға түспесе немесе есептеу аймағынан шықпаса, онда ол жарамды соңғы күйге жете алмаған сәуле ретінде тіркеледі.

Деформация параметрі төмендегі мәндерде карастырылады:

$$q = -0.2, 0, 0.2, \quad (54)$$

мұндағы $q = 0$ жағдайы Шварцшильд кеңістік-уақытына сәйкес келеді және сандық әдістің дұрыстығын тексеруге арналған эталондық нұсқа ретінде қолданылады. Ал $q = 0.2$ және $q = -0.2$ мәндері квадрупольдік деформацияның фотон траекторияларына және дискінің бақыланатын кескініне ықпалын салыстырмалы түрде бағалауға мүмкіндік береді.

Сәулелердің сандық статистикасы 4-кестеде жинақталған. $q = 0$ болған жағдайда есептеу торында жалпы саны 4941 сәуле қарастырылады: олардың 4854-і экваторлық дискпен қиылысады, 52-сі ішкі тоқтату шекарасына жетеді, ал 35 сәуле жарамды соңғы нүктеге жете алмайды. $q = 0.2$ үшін 4828 сәуле дискке түседі, 78 сәуле ішкі шекараға жетеді және 35 сәуле бойынша интегралдау сәтсіз аяқталады. Ал $q = -0.2$ жағдайында 4872 сәуле дискпен қиылысады, 33 сәуле ішкі шекараға жетеді, ал 36 сәуле сандық тұрғыдан сәтсіз болып тіркеледі.

Барлық үш жағдайда да сәтсіз аяқталған сәулелер саны есептеу торындағы сәулелердің жалпы санының бір пайызынан аз. Бұл сандық нәтижелер қолданылған сандық интегралдау әдісінің жеткілікті тұрақты екенін көрсетеді. Сәтсіз интегралданған сәулелер негізінен кескінінің күшті өріс аймағына жақын шекаралық бөліктерінде пайда болады. Сондықтан олар төменде талданатын бірдей радиустық көрінерлік контурлардың жалпы құрылымына және диск кескінінің негізгі морфологиялық ерекшеліктеріне елеулі әсер етпейді.

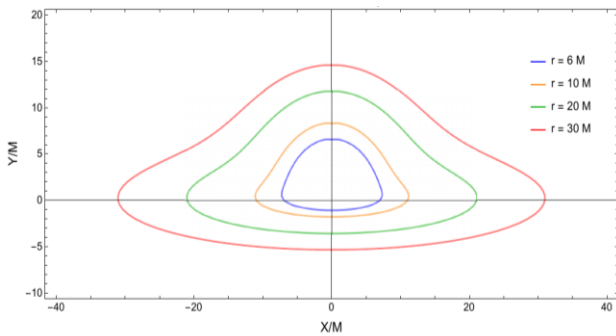
1-суретте келесі сәуле шығару радиустары үшін көрінерлік бірдей радиустық изо-радиалды қисықтар көрсетілген:

$$r_{em} = 6M, \quad 10M, \quad 20M, \quad 30M. \quad (55)$$

4-кесте. Кескін жазықтығы торы үшін сәулелік бақылау статистикасы

q	Жалпы сәулелер саны	Дискпен қиылысқан сәулелер	Ішкі шекараға жеткен сәулелер	Сәтсіз сәулелер
-0.2	4941	4872	33	36
0	4941	4854	52	35
0.2	4941	4828	78	35

Бақылаушының көлбеулік бұрышы $\theta_{obs} = 80^\circ$. Қисықтар көлденеңінен созылған, себебі диск шетіне жақын қаралады. Ең ішкі қисық $r_{em} = 6M$ радиусына сәйкес келеді, ал көрінетін өлшем сәулелену радиусы артқан сайын өседі. Бұл реттілік физикалық тұрғыдан күтіледі және диск жазықтығынан бақылаушы экранына дейінгі сандық бейнелеудің дұрыс құрылғанын тексеруге мүмкіндік береді.



1-сурет. $q = 0$ Шварцшильд шегіндегі изорадиалды диск қисықтарының сәуле жолын сандық қадағалау арқылы алынған кескіні. Қисықтар $r_{em} = 6M, 10M, 20M$ және $30M$ сәуле шығару радиустарына сәйкес келеді. Бақылаушының еңкею бұрышы $\theta_{obs} = 80^\circ$.

Осылайша, Шварцшильд жағдайы геодезиялық тендеулерді интегралдау алгоритмі мен бейне жазықтығын құру тәсілінің шектік геометрияда өзара үйлесімді жұмыс істейтінін растайды.

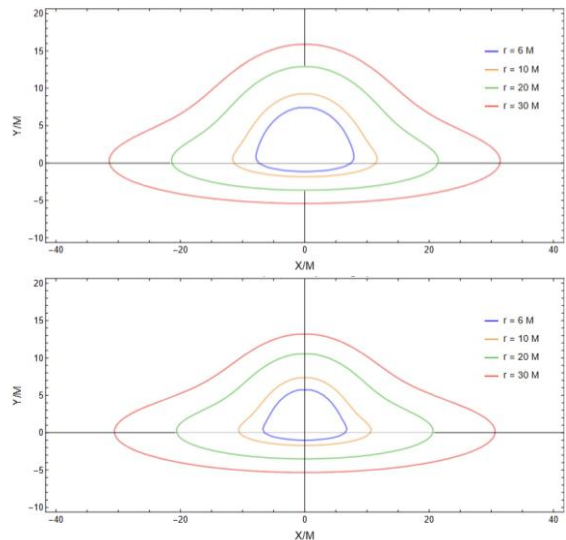
Квадрупольдік параметрдің диск кескініне әсері

Әрі қарай q -ның нөлден тыс мәндерін қарастырамыз. 1-суреттегі Шварцшильд кескіні сілтеме ретінде пайдаланылады. 2-суретте екі типтік жағдай көрсетілген, $q = 0.2$ және $q = -0.2$. Бақылаушы позициясы және сәулелену радиустары тұрақты сақталады, сондықтан салыстыру кеңістік-уақыт деформациясының фотондардың таралуына әсерін окшаулайды.

Деформацияланған екі жағдайда да изорадиалды қисықтардың реттілігі сақталады: сәуле

шығару радиусы үлкен болған сайын, соған сәйкес бақыланатын қисықтың өлшемі де үлкен болады. Деформация қисықтардың өлшемі мен пішінін өзгертеді, бірақ олардың радиалды реттілігін өзгертпейді. Шварцшильд кескінімен салыстырғанда, $q = 0.2$ жағдайында дискінің бақыланатын кескінінен сәл үлкенірек береді. Бұл өзгеріс қисықтардың жоғарғы бөлігінде және дискінің ішкі аймағына жақын тұста айқынырақ байқалады. Ал $q = -0.2$ болғанда ескін ықшамдала түседі. Осы жұмыста қарастырылған q -параметрінің орташа мәндері үшін айырмашылық аса үлкен болмаса да, ол барлық төрт сәуле шығару радиусы үшін бірізді түрде байқалады.

Ішкі қисықтар, әсіресе $r_{em} = 6M$ және $r_{em} = 10M$, сыртқы қисықтарға қарағанда деформацияға айқын жауап береді. Бұл күтілетін нәтиже, себебі ішкі дискімен байланысты фотондар бақылаушыға жеткенге дейін күштірек гравитациялық өріс арқылы өтеді. Ал сыртқы сақиналар, $r_{em} = 20M$ және $r_{em} = 30M$, жалпы морфологиясын негізінен сақтайды, дегенмен олардың бақыланатын өлшемі де q -параметріне байланысты аздап өзгереді.



2-сурет. Квадрупольдік деформация параметрінің нөлден өзгеше екі мәні үшін дискінің көрінерлік бірдей радиустық кескіндері. Жоғарғы панельде $q = 0.2$, ал төменгі панельде $q = -0.2$ жағдайы көрсетілген. Эталондық Шварцшильд жағдайы, яғни $q = 0$, 1-суретте берілген. Екі панельде де бекітілген сәуле шығару радиустары $r_{em} = 6M, 10M, 20M$ және $30M$ мәндеріне тең, ал бақылаушы $r_{obs} = 1000M$ қашықтықта және $\theta_{obs} = 80^\circ$ еңкею бұрышында орналасқан.

Бұл нәтижелер q -метрикасындағы дөңгелек сынақ бөлшектерінің қозғалысының бұрынғы зерттеулерін кеңейтеді. Квадруполь параметрі дөңгелек орбиталардың орнықтылық аймақтарын және сынақ бөлшектері дискісінің мүмкін ішкі радиусын өзгертетіні белгілі [22, 23]. Қазіргі есептеу дәл сол параметр дискінің оптикалық көрінісіне нөлдік геодезиялық таралу арқылы дәсер ететінін көрсетеді.

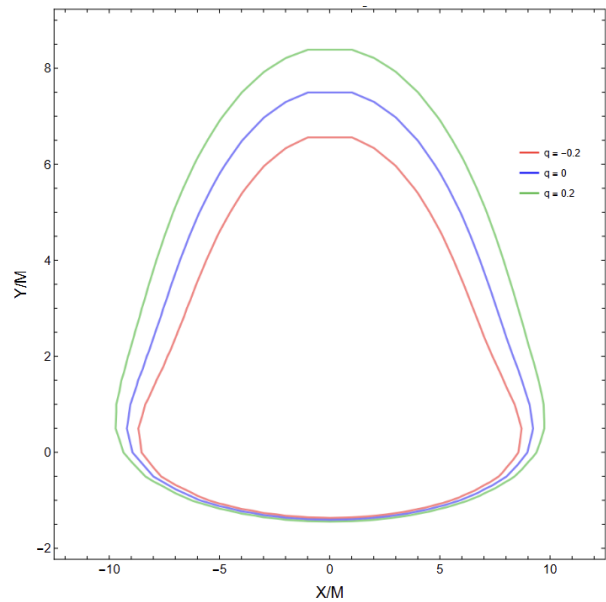
Ішкі сақинаның реакциясы

Деформацияның әсерін ең ішкі эталондық сақинаны, яғни $r_{em} = 6M$ радиусын жеке бөліп қарастырғанда анағұрлым айқын байқалады. 3-суретте осы қисық $q = -0.2$, $q = 0$ және $q = 0.2$ жағдайлары үшін салыстырылған. Бұл салыстыру толық диск кескіндерінде байқалған үрдісті растайды. Шварцшильд жағдайымен салыстырғанда, оң деформация кезінде ішкі сақина сәл ұлғаяды, ал теріс деформация кезінде сәл ықшамдалады. Өзгеріс шамасы жағынан үлкен емес, алайда ол белгілі бір реттілікпен байқалады және толық контурлар жиынында көрінген бағытпен сәйкес келеді. Аталған сақина ықшам объектіге жақын аймақтан өтетін фотон траекториялары арқылы қалыптасатындықтан, сыртқы диск сақиналарымен салыстырғанда квадратпльдік деформация әсерінен айқынырақ өзгеріске ұшырайды.

Қорытынды

Бұл жұмыста q -метрикамен сипатталатын квадратпльдік деформацияланған ықшам объектілер маңындағы геометриялық жұқа аккрециялық диск сақиналарының бақыланатын кескіндік құрылымы зерттелді. Фотон қозғалысы Гамильтондық формализм аясында сипатталып, диск кескіні алыста орналасқан бақылаушыдан экваторлық жазықтыққа қарай жүргізілген кері сәуле жолын қадағалау әдісі арқылы есептелді.

Шварцшильд шегі сандық әдісті тексеруге арналған бақылаулық жағдай ретінде қолданылды. болғанда, q -метрика Шварцшильд кеңістік-уақытына өтеді, ал сандық процедура бақылаушының көлбеулік бұрышында көрінетін жұқа диск үшін изорадиустық қисықтардың күтілетін реттілігі мен пішінін дұрыс қайта береді. Бұдан кейін квадратпльдік деформацияның екі орташа мәні, $q = 0.2$ және $q = -0.2$, қарастырылды. Осы жұмыста қолданылған бақылаушы орны мен бекітілген координаталық сәуле шығару радиустары жағдайында оң деформация бақыланатын



3-сурет. $q = 0$ және $q = 0.2$ мәндері үшін $r_{em} = 6M$ ішкі тірек сақинасының бақыланатын кескіндерін салыстыру. Бұл сақина квадратпльдік деформация әсерін неғұрлым анық көрсетеді, өйткені оған сәйкес фотон траекториялары күшті гравитациялық өріс аймағынан өтеді.

қисықтардың өлшемін сәл ұлғайтатыны, ал теріс деформация оларды ықшамдайтыны анықталды. Салыстырмалы өзгеріс фотон траекториялары күшті гравитациялық өріс аймағы арқылы өтетін ішкі диск сақиналарында айқынырақ байқалады.

Қызыл ығысуды бағалау диск кескінінің морфологиясын толықтыратын қосымша диагностикалық сипаттама береді. Бекітілген диск сақиналары үшін оң квадратпльдік деформация гравитациялық қызыл ығысуды арттырса, теріс деформация оны азайтады. Сонымен қатар ақ ергежейліге ұқсас ықшамдылық параметрін қолдану арқылы феноменологиялық беттік қызыл ығысу бағалауы да қарастырылды. Әлсіз ықшам режимде шағын квадратпльдік коэффициент Шварцшильд беттік қызыл ығысуына тек өте әлсіз түзетумен ғана шектеледі. Мұндай масштабтық айырмашылық табиғи нәтиже болып табылады: ақ ергежейліге ұқсас объектінің беттік қызыл ығысуы кіші ықшамдылықпен анықталса, осы жұмыста қарастырылған диск сақиналарының қызыл

ығысуы әлдеқайда күшті гравитациялық өріс аймағына сәйкес келетін радиустардан туындайды.

Жүргізілген талдау жұқа дискінің оптикалық морфологиясы сфералық симметриядан туындайтын квадрупольдік ауытқулардың геометриялық әсерін бейнелей алатынын көрсетті. Осы жұмыста қарастырылған параметр мәндері үшін бұл әсер айтарлықтай үлкен емес, алайда барлық сақиналық кескіндерде бірдей бағытта көрініс береді. Бұл қорытындыны қазіргі геометриялық есептеу сұлбасы шеңберінде түсіндіру қажет: мұнда сәуле шығару радиустары бекітілген, бақылаушының бір ғана көлбеулік бұрышы алынған және q -параметрінің

орташа мәндері қарастырылған. Алдағы зерттеулерде дискінің q -ге тәуелді ішкі шекарасын, физикалық сәуле шығару профилін, қызыл ығысу ескерілген қарқындылық карталарын, бақылаушының көлбеулік бұрыштарының кеңірек диапазонын және сыртқы квадрупольдік метриkanı ықшам жұлдыздың ішкі шешімімен үйлесімді сәйкестендіру мәселесін ескеру қажет.

АЛҒЫС

Бұл зерттеу Қазақстан Республикасы Ғылым және жоғары білім министрлігінің қаржылық қолдауымен орындалды, грант № AP23489541.

Авторлардың үлесі:

А. Мұратхан және **А.С. Таукенова** зерттеуге ғылыми жетекшілік жасауға, зерттеу тұжырымдамасын қалыптастыруға, әдіснамалық негізін әзірлеуге, алынған нәтижелерді валидациялауға және қолжазбаны ғылыми редакциялауға үлес қосты. **Н. Шыңғысхан** және **К. Дәуітхан** зерттеуді орындауға, деректерді талдауға, бағдарламалық есептеулер жүргізуге және нәтижелерді визуализациялауға қатысты. **А.Т. Оразымбет** сандық модельдеуге, формалды талдауға және қолжазбаның бастапқы нұсқасын дайындауға үлес қосты.

Әдебиеттер

1. N. I. Shakura and R. A. Sunyaev, Black holes in binary systems. Observational appearance, *Astron. Astrophys.* **24**, 337–355 (1973).
2. D. Novikov and K. S. Thorne, Astrophysics of black holes, in *Black Holes (Les Astres Occlus)*, edited by C. DeWitt and B. S. DeWitt (Gordon and Breach, New York, 1973), pp. 343–450.
3. D.N. Page and K.S. Thorne, Disk-accretion onto a black hole. Time-averaged structure of accretion disk, *Astrophys. J.* **191**, 499–506 (1974). <https://doi.org/10.1086/152990>
4. M.A. Abramowicz and P. C. Fragile, Foundations of black hole accretion disk theory, *Living Rev. Relativ.* **16**, 1 (2013). <https://doi.org/10.12942/lrr-2013-1>
5. C.T. Cunningham and J. . Bardeen, The optical appearance of a star orbiting an extreme Kerr black hole, *Astrophys. J. Lett.* **173**, L137–L142 (1972).
6. C.T. Cunningham, The effects of redshifts and focusing on the spectrum of an accretion disk around a Kerr black hole, *Astrophys. J.* **183**, 237–264 (1973).
7. C.T. Cunningham, The effects of redshifts and focusing on the spectrum of an accretion disk around a Kerr black hole, *Astrophys. J.* **202**, 788–802 (1975). <https://doi.org/10.1086/154033>
8. C.T. Cunningham, Returning radiation in accretion disks around black holes, *Astrophys. J.* **208**, 534–549 (1976). <https://doi.org/10.1086/154636>
9. J.-P. Luminet, Image of a spherical black hole with thin accretion disk, *Astron. Astrophys.* **75**, 228–235 (1979).
10. C. Fanton, M. Calvani, F. de Felice, and A. Čadež, Detecting accretion disks in active galactic nuclei, *Publ. Astron. Soc. Jpn.* **49**, 159–169 (1997). <https://doi.org/10.1093/pasj/49.2.159>
11. B. Carter, Global structure of the Kerr family of gravitational fields, *Phys. Rev.* **174**, 1559–1571 (1968). <https://doi.org/10.1103/PhysRev.174.1559>
12. J.M. Bardeen, W.H. Press, and S.A. Teukolsky, Rotating black holes: Locally nonrotating frames, energy extraction, and scalar synchrotron radiation, *Astrophys. J.* **178**, 347–370 (1972). <https://doi.org/10.1086/151796>
13. J.M. Bardeen, Timelike and null geodesics in the Kerr metric, in *Black Holes (Les Astres Occlus)*, edited by C. DeWitt and B. S. DeWitt (Gordon and Breach, New York, 1973), pp. 215–239.
14. D.M. Zipoy, Topology of some spheroidal metrics, *J. Math. Phys.* **7**, 1137–1143 (1966). <https://doi.org/10.1063/1.1705005>
15. B.H. Voorhees, Static axially symmetric gravitational fields, *Phys. Rev. D* **2**, 2119–2122 (1970). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.2.2119>
16. H. Quevedo, Exterior and interior metrics with quadrupole moment, *Gen. Relativ. Gravit.* **43**, 1141–1152 (2011). <https://doi.org/10.1007/s10714-010-0974-5>
17. H. Quevedo, S. Toktarbay, and Y. Aimuratov, Quadrupolar gravitational fields described by the q -metric, *arXiv:1310.5339* (2013). <https://doi.org/10.48550/arXiv.1310.5339>

18. S. Toktarbay, H. Quevedo, M. Abishev, and A. Muratkhan, Gravitational field of slightly deformed naked singularities, *Eur. Phys. J. C* **82**, 382 (2022). <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10230-2>
19. M. Abishev, N. Beissen, F. Belissarova, K. Boshkayev, A. Mansurova, A. Muratkhan, H. Quevedo, and S. Toktarbay, Approximate perfect fluid solutions with quadrupole moment, *Int. J. Mod. Phys. D* **30**, 2150096 (2021). <https://doi.org/10.1142/S0218271821500966>
20. N. Beissen, D. Utepova, M. Abishev, H. Quevedo, M. Khassanov, and S. Toktarbay, Gravitational refraction of compact objects with quadrupoles, *Symmetry* **15**, 614 (2023). <https://doi.org/10.3390/sym15030614>
21. K. Boshkayev, H. Quevedo, S. Toktarbay, B. Zhami, and M. Abishev, On the equivalence of approximate stationary axially symmetric solutions of the Einstein field equations, *Gravit. Cosmol.* **22**, 305–311 (2016).
22. K. Boshkayev, E. Gasperin, A. C. Gutiérrez-Piñeres, H. Quevedo, and S. Toktarbay, Motion of test particles in the field of a naked singularity, *Phys. Rev. D* **93**, 024024 (2016). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.024024>
23. M. Abishev, K. Boshkayev, H. Quevedo, and S. Toktarbay, Accretion disks around a mass with quadrupole, in *Gravitation, Astrophysics, and Cosmology: Proceedings of the Twelfth Asia-Pacific International Conference*, edited by J. Luo, Z. Li, V. I. Ferronsky, and C.-H. Lee (World Scientific, Singapore, 2015), pp. 185–190.
24. A. Muratkhan, M. Orazymbet, M. Zhakipova, Assylbek, and S. Toktarbay, Shadows from the static black hole mimickers, *Int. J. Math. Phys.* **13**, 44–49 (2023).
25. N.A. Beissen, D. Utepova, A. Muratkhan, A. Orazymbet, M. Khassanov, and S. Toktarbay, Application of GBT theorem for gravitational deflection of light by compact objects, *Recent Contrib. Phys.* **84**, 15–21 (2023). <https://doi.org/10.26577/RCPH.2023.v84.i1.02>
26. N.A. Beissen, D.S. Utepova, V.N. Kossov, S. Toktarbay, M. K. Khassanov, T. Yernazarov, and M. Seydaliyeva, The influence of deformation in compact objects on redshift and radar echo delay, *Recent Contrib. Phys.* **88**, 4–11 (2024).
27. F. D. Lora-Clavijo *et al.*, The q-metric naked singularity: A viable explanation for the nature of the central object in the Milky Way, *Class. Quantum Grav.* **40**, 245012 (2023).
28. K.P. Rauch and R.D. Blandford, Optical caustics in a Kerr spacetime and the origin of rapid X-ray variability in active galactic nuclei, *Astrophys. J.* **421**, 46–68 (1994).
29. H. Falcke, F. Melia, and E. Agol, Viewing the shadow of the black hole at the Galactic Center, *Astrophys. J. Lett.* **528**, L13–L16 (2000). <https://doi.org/10.1086/312423>
30. S.E. Gralla, A. Lupsasca, and A. Strominger, Observational signature of high spin at the Event Horizon Telescope, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **475**, 3829–3853 (2018). <https://doi.org/10.1093/mnras/sty039>
31. S.E. Gralla, D.E. Holz, and R. M. Wald, Black hole shadows, photon rings, and lensing rings, *Phys. Rev. D* **100**, 024018 (2019). <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.024018>
32. M.D. Johnson, A. Lupsasca, A. Strominger, G. N. Wong, S. Hadar, D. Kapec, R. Narayan, A. Chael, C. F. Gammie, P. Galison, D. C. M. Palumbo, S. S. Doeleman, L. Blackburn, M. Wielgus, D. W. Pesce, J. R. Farah, and J. M. Moran, Universal interferometric signatures of a black hole’s photon ring, *Sci. Adv.* **6**, eaaz1310 (2020). <https://doi.org/10.1126/sciadv.aaz1310>
33. D. Psaltis, Testing general relativity with the Event Horizon Telescope, *Gen. Relativ. Gravit.* **51**, 137 (2019). <https://doi.org/10.1007/s10714-019-2611-5>
34. K. Akiyama *et al.* (Event Horizon Telescope Collaboration), First M87 Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole, *Astrophys. J. Lett.* **875**, L1 (2019). <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0ec7>
35. K. Akiyama *et al.* (Event Horizon Telescope Collaboration), First Sagittarius A* Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole in the center of the Milky Way, *Astrophys. J. Lett.* **930**, L12 (2022). <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac6674>
36. N.A. Beissen, D.S. Utepova, V.N. Kossov, S. Toktarbay, M.K. Khassanov, T. Yernazarov, and A.K. Imanbayeva, Comparing the efficiency of GPU and CPU in gravitational lensing simulation, *Int. J. Math. Phys.* **15**, 49–56 (2024). <https://doi.org/10.26577/ijmph.2024v15i1a6>
37. J. Dexter and E. Agol, A fast new public code for computing photon orbits in a Kerr spacetime, *Astrophys. J.* **696**, 1616–1629 (2009). <https://doi.org/10.1088/0004-637X/696/2/1616>
38. F.H. Vincent, T. Paumard, E. Gourgoulhon, and G. Perrin, GYOTO: A new general relativistic ray-tracing code, *Class. Quantum Grav.* **28**, 225011 (2011). <https://doi.org/10.1088/0264-9381/28/22/225011>
39. Orazymbet, A. Muratkhan, D. Utepova, N. Beissen, G. Baimbetova, and S. Toktarbay, Numerical solutions and stability analysis of white dwarfs with a generalized anisotropic factor, *Galaxies* **13**, 69 (2025). <https://doi.org/10.3390/galaxies13030069>

Авторлар туралы мәлімет:

Арай Мұратхан – PhD, аға оқытушы, Теориялық және ядролық физика кафедрасы, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, (Алматы, Қазақстан, e-mail: muratkhan.aray@kaznu.kz).

Нұркамал Шыңғысхан – «8D05306 – физика» мамандығының 3-курс докторанты, Теориялық және ядролық физика кафедрасы, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, (Алматы, Қазақстан, e-mail: Nurkamal8503@gmail.com).

Әлия Тәукенова – PhD, қауымдастырылған профессор, Теориялық және ядролық физика кафедрасы, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, (Алматы, Қазақстан, e-mail: aliya_tauken@mail.ru).

Қуанышбек Дәуітхан – жаратылыстану ғылымдарының магистрі, Ашық түрдегі ұлттық нанотехнологиялық зертхананың ғылыми қызметкері, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, (Алматы, Қазақстан, e-mail: dkuansh38@gmail.com).

Аяжан Оразымбет (автор-корресподент) – жаратылыстану ғылымдарының магистрі, оқытушы, Ашық түрдегі ұлттық нанотехнологиялық зертхананың ғылыми қызметкері, әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, (Алматы, Қазақстан, e-mail: ayazhan.oralymbet@kaznu.edu.kz).

Information about authors:

Aray Muratkhan – PhD, Senior Lecturer, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University, (Almaty, Kazakhstan, e-mail: muratkhan.aray@kaznu.kz).

Nurkamal Shyngyskhan – 3rd-year PhD student in «8D05306 – Physics», Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University, (Almaty, Kazakhstan, e-mail: Nurkamal8503@gmail.com).

Aliya Taukenova – PhD, Associate Professor, Department of Theoretical and Nuclear Physics, Al-Farabi Kazakh National University, (Almaty, Kazakhstan, e-mail: aliya_tauken@mail.ru).

Kuanyshebek Dauitkhan – Master of Science, Researcher at the National Nanotechnology Laboratory of Open Type, Al-Farabi Kazakh National University, (Almaty, Kazakhstan, e-mail: dkuansh38@gmail.com).

Ayazhan Oralymbet (corresponding author) – Master of Science, Lecturer, Researcher at the National Nanotechnology Laboratory of Open Type, Al-Farabi Kazakh National University, (Almaty, Kazakhstan, e-mail: ayazhan.oralymbet@kaznu.edu.kz).

Сведения об авторах:

Муратхан Арай – PhD, старший преподаватель, кафедра теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, (Алматы, Казахстан, e-mail: muratkhan.aray@kaznu.kz).

Шыңғысхан Нуркамал – докторант 3-го курса по специальности «8D05306 – Физика», кафедра теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, (Алматы, Казахстан, e-mail: Nurkamal8503@gmail.com).

Таукенова Алия – PhD, ассоциированный профессор, кафедра теоретической и ядерной физики, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, (Алматы, Казахстан, e-mail: aliya_tauken@mail.ru).

Дауитхан Қуанышбек – магистр естественных наук, научный сотрудник Национальной нанотехнологической лаборатории открытого типа, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, (Алматы, Казахстан, e-mail: dkuansh38@gmail.com).

Оразымбет Аяжан (автор-корресподент) – магистр естественных наук, преподаватель, научный сотрудник Национальной нанотехнологической лаборатории открытого типа, Казахский национальный университет имени аль-Фараби, (Алматы, Казахстан, e-mail: ayazhan.oralymbet@kaznu.edu.kz).

Мақала тарихы: түсті: 04 наурыз 2026; қабылданды: 19 мамыр 2026.

Article history: received: 04 March 2026; accepted: 19 May 2026.

История статьи: поступила: 04 марта 2026; принята: 19 мая 2026.