

Уразалина А.А.,  
Джунушалиев В.Д.,  
Синглетон Д.

### Фантомные решения со скалярными полями в ОТО с различными потенциалами

Urazalina A.,  
Dzhunushaliev V.,  
Singleton D.

### Phantom solutions with scalar fields in GR with different potentials

Уразалина А.А.,  
Джунушалиев В.Д.,  
Синглетон Д.

### ЖСТ – дағы потенциалдары әртүрлі скалярлық өрістері бар фантомдық шешімдер

В данной работе исследованы фантомные доменные, горловинные, сферически симметричные и цилиндрически симметричные решения в общей теории относительности, создаваемые двумя фантомными скалярными полями с потенциальными слагаемыми 4-го, 6-го, 8-го порядков. Рассмотрены регулярные решения, имеющие конечную плотность энергии, существующие только при некоторых определенных значениях параметров  $m_1, m_2$ . Фантомные решения соответствующих полевых уравнений получены в численном виде как решение нелинейной задачи на собственные значения, где собственными значениями являются параметры  $m_1, m_2$ , а собственными функциями скалярные поля. Получены решения, зависящие от значений одного из скалярных полей в центрах доменной стенки, горловины, бозонной звезды и струны для разных потенциалов. Представлена зависимость параметров  $m_1, m_2$  от начальных значений  $\chi_0$  для разных потенциалов. Показано, что для фантомной космической струны с параметрами  $\chi_0 = 0.7$  при  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0.15, \lambda_2 = 1.1$  и с потенциальным слагаемым 4-го порядка решение не существует. Для доменной стенки в случае обычного ( $\epsilon = +1$ ) скалярного поля с потенциальным слагаемым 8-го порядка с параметрами  $\chi_0 = 0.7$  при  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0.15, \lambda_2 = 1.1$  решения также не существуют. Это позволяет сделать вывод, что существование протяженных решений существенно зависит от вида потенциального слагаемого скалярных полей. Для каждой пары собственных значений  $m_1, m_2$  рассчитана плотность энергии доменной стенки, горловины, бозонной звезды и космических струн  $T^0_0$  по полученным данным построена зависимость этой плотности от соответствующей координаты.

**Ключевые слова:** доменная стенка, горловинные решения, сферически симметричные решения, цилиндрически симметричные решения, фантомные скалярные поля

Domain, wormhole, spherically symmetric and cylindrically symmetric solutions in general relativity created with two phantom scalar fields with potentials of the 4th, 6th and 8th orders are investigated. It has been shown that the solutions with finite energy exist for some specific values of the parameters  $m_1, m_2$  only. Corresponding field equations are solved numerically as nonlinear eigenvalue problem where the parameters  $m_1, m_2$  are eigenvalues and scalar fields are eigenfunctions. The phantom solutions depending on values of scalar fields at the center of phantom domain, wormhole, spherically symmetrical and cylindrically symmetric solutions are obtained. The dependence of parameters  $m_1, m_2$  on initial values  $\chi_0$  is investigated. The solutions depending on the value of scalar field at the centers of the domain wall, throat, boson star, and string for different potentials are obtained. The dependence of  $m_1, m_2$  parameters on the initial values  $\chi_0$  for different potentials is presented. It is shown that for a phantom cosmic string with parameters  $\chi_0 = 0.7, \phi_0 = 1, \lambda_1 = 0.15, \lambda_2 = 1.1$  there is no solution with a fourth-order potential term. For a domain wall created by usual scalar field ( $\epsilon = +1$ ) and having potential term of the 8th order with the parameters  $\chi_0 = 0.7$  for  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0.15, \lambda_2 = 1.1$  solutions do not exist also. This allows us to conclude that the existence of extended solutions essentially depends on the form of the potential term of scalar fields. For each pair of eigenvalues  $m_1, m_2$  the energy density of the domain wall, wormhole, boson star and cosmic strings  $T^0_0$  is calculated and the dependence of this density on the corresponding coordinate is constructed from the obtained data.

**Key words:** domain solutions, wormhole solutions, spherically symmetric solutions, cylindrically symmetric solutions, phantom scalar fields.

Бұл жұмыста жалпы салыстырмалылық теориядағы 4-ші, 6-шы, 8-ші ретті потенциалдық қосылғыштары бар екі фантомдық скалярлық өрістер тудыратын, фантомдық домендік, өңештік, сфералық симметриялық, цилиндрлік симметриялық шешімдер зерттелген. Ақырғы энергия тығыздығы бар регулярлық шешімдердің тек  $m_1, m_2$  параметрлерінің кейбір белгілі мәндері кезінде ғана болатындығы қарастырылған. Сәйкес өрістік теңдеулердің шешімдері меншікті мәндерге түзілген сызықсыз теңдеудің шешімі ретінде сандық түрде алынған, мұндағы  $m_1, m_2$  параметрлер меншікті мәндер болып табылады, ал меншікті функциялар – скалярлық өрістер. Домендік қабырға, өңеш, бозондық жұлдыздар және ішектер центрлерінде скалярлық өрістердің бірінің мәндеріне тәуелді болатын шешімдері алынған. Жүйенің  $m_1, m_2$  параметрлерінің  $\chi_0$  бастапқы мәндерге тәуелділігі көрсетілген. Әртүрлі потенциалдар үшін домендік қабырғалар, өңеш, бозондық жұлдыз және ішектер центрлерінде скалярлық өрістердің бірінің мәніне тәуелді шешімдер алынған. Әртүрлі потенциалдар үшін  $m_1, m_2$  параметрлерінің  $\chi_0$  бастапқы мәндеріне тәуелділігі көрсетілген. Фантомдық космостық ішектің  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0.15, \lambda_2 = 1.1$  болғанда  $\chi_0 = 0.7$  параметрлерінде және потенциалдық қосылғышы 4-ші ретті болғанда шешім болмайтындығы көрсетілген. Домендік қабырғаның да  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0.15, \lambda_2 = 1.1$  болғанда  $\chi_0 = 0.7$  параметрлерінде және потенциалдық қосылғышы 8-ші ретті болғанда шешім болмайтындығы көрсетілген. Бұл скалярлық өрістердің потенциалдық қосылғышының түріне регулярлық шешімнің бар болуына айтарлықтай тәуелді, деген шешім шығаруға мүмкіндік береді.  $m_1, m_2$  меншікті мәндердің әрбір жұбына домендік қабырға, өңеш, бозондық жұлдыздар және ішектердің  $T^0_0$  энергия тығыздығы есептелінген және алынған мәндерден бұл тығыздықтың сәйкес координаталарға тәуелділігі тұрғызылған.

**Түйін сөздер:** домендік қабырға, өңештік шешімдер, сфералық симметриялық шешімдер, цилиндрлік симметриялық шешімдер, фантомдық скалярлық өрістер

## ФАНТОМНЫЕ РЕШЕНИЯ СО СКАЛЯРНЫМИ ПОЛЯМИ В ОТО С РАЗЛИЧНЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ

### Введение

В последние годы интерес к получению регулярных решений существенно возрос, в первую очередь из-за открытия ускоренного расширения современной Вселенной. В настоящее время широко распространено мнение, что такое ускорение связано с присутствием во Вселенной какой-то особой формы материи – темной энергии. Одной из ключевых особенностей последней является ее способность нарушать различные энергетические условия доминантности. Одной из моделей темной энергии являются фантомные поля.

Темная энергия моделируется с помощью нарушения нулевого энергетического условия, когда эффективное давление  $p$  материи, заполняющей Вселенную отрицательно по модулю и больше, чем его плотность энергии  $\varepsilon$ , т.е.  $p < -\varepsilon$ . Такое вещество называют экзотической материей.

В работе исследуются регулярные решения в общей теории относительности, где гравитирующей материей являются два фантомных скалярных поля. В [1] были получены доменные стенки (плоские), сферически симметричные, горловинные и цилиндрически симметричные решения с потенциальным слагаемым 4-го порядка для такого рода фантомных скалярных полей. Здесь мы исследуем возможность существования такого рода решений с потенциальными слагаемыми 6-го и 8-го порядка, а также сравниваем полученные результаты с результатами, полученными ранее для фантомного скалярного поля с потенциалом 4-ого порядка.

В данной работе мы рассматриваем: (а) звездообразные, горловинные решения как сферически симметричные конфигурации, поддерживаемые скалярными полями; (б) цилиндрически симметричные решения (космические струны); (в) плоско симметричные доменные стенки.

Космические струны являются протяженными конфигурациями, которые могли образоваться в ранней Вселенной при фазовых переходах, связанных со спонтанным нарушением симметрии [2]-[5]. Здесь мы исследуем фантомные космические струны, построенные с помощью двух взаимодействующих скалярных полей [6].

Другой категорией протяженных объектов являются плоские симметричные доменные стенки, которые являются топологическими дефектами, возникающими как в физике элементарных частиц так и в космологии [3, 7]. В частности, решения типа доменных стенок существуют в теориях, где потенциал скалярного поля имеет изолированные минимумы. Тогда доменной стенкой является поверхность, разделяющая различные минимумы скалярного потенциала [8]. В этом случае скалярное поле меняется в пространстве и стремится к одному минимуму в одном направлении и к другому минимуму в противоположенном направлении. Область быстрого изменения скалярного поля соответствует доменной стенке. В приближении тонкой стенки изменение скалярной плотности энергии поля локализуется на поверхности доменной стенки и заменяется дельта-функцией [9]. В случае, когда все поля постоянны с каждой стороны стенки, то есть они находятся в минимумах потенциала, доменные стенки называются вакуумными доменными стенками.

В данной статье мы рассмотрим все четыре типа конфигураций (доменные стенки, бозонные звезды, горловины, космические струны), построенные из двух взаимодействующих фантомных скалярных полей с различными потенциалами. Системы с двумя обычными скалярными полями хорошо известны из квантовой теории поля, где они используются для получения одиночных волновых решений [10]. При наличии гравитационного поля, такие системы также неоднократно рассматривались в космологическом и астрофизическом контекстах [11]. В наших предыдущих работах мы получили ряд решений с двумя скалярными полями (как для нормальных скалярных полей, так и для фантомных), которые могут быть использованы для описания астрофизических объектов, а также при рассмотрении космологических решений. Мы рассмотрели регулярные сферически и цилиндрически симметричные решения [12-14]; космологические решения [15, 16]; толстые бранные решения, поддерживаемые нормальными и фантомными скалярными полями [17]. В данной работе мы продолжаем исследования в этом направлении, рассматривая скалярные поля с различными потенциалами.

### Общие уравнения

Уравнения Эйнштейна можно записать в виде

$$R_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k R = 8\pi G T_i^k, \quad (1)$$

где  $R_i^k$  – тензор Риччи;  $R$  – скалярная кривизна;  $i, k = 0, 1, 2, 3$ .

Уравнения для фантомных скалярных полей представлены в виде

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left[ \sqrt{-g} g^{ik} \frac{\partial(\phi, \chi)}{\partial x^k} \right] = - \frac{\partial V}{\partial(\phi, \chi)}. \quad (2)$$

Мы рассмотрим два взаимодействующих фантомных скалярных поля, имеющих специальный вид потенциальной энергии:

$$V(\phi, \chi) = \frac{\lambda_1}{4} (\phi^2 - m_1^2)^2 + \frac{\lambda_2}{4} (\chi^2 - m_2^2)^2 + \phi^2 \chi^2 - V_0, \quad (3)$$

$$V(\phi, \chi) = \frac{\lambda_1}{2} \phi^2 (\phi^2 - m_1^2)^2 + \frac{\lambda_2}{2} \chi^4 (\chi^2 - m_2^2) + \frac{1}{2} \phi^2 \chi^2 - V_0, \quad (4)$$

$$V(\phi, \chi) = \frac{\lambda_1}{4} \phi^4 (\phi^2 - m_1^2)^2 + \frac{\lambda_2}{2} \chi^4 (\chi^2 - m_2^2) + \frac{1}{2} \phi^2 \chi^2 - V_0 \quad (5)$$

здесь  $\phi$  и  $\chi$  два скалярных поля с некоторыми параметрами  $m_1$  и  $m_2$ ,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  являются константами самодействия и  $V_0$  некоторая константа, которая должна быть выбрана при постановке задачи.

Соответствующий тензор энергии-импульса будет выглядеть следующим образом:

$$T_i^k = \varepsilon \left\{ \partial_i \phi \partial^k \phi + \partial_i \chi \partial^k \chi - \delta_i^k \left[ \frac{1}{2} \partial_j \phi \partial^j \phi + \frac{1}{2} \partial_j \chi \partial^j \chi - V(\phi, \chi) \right] \right\} \quad (6)$$

### Плоские решения

Используя (2) – (6) (при  $\varepsilon = -1$ ), мы можем получить уравнения Эйнштейна (1) и полевые уравнения для скалярных полей:

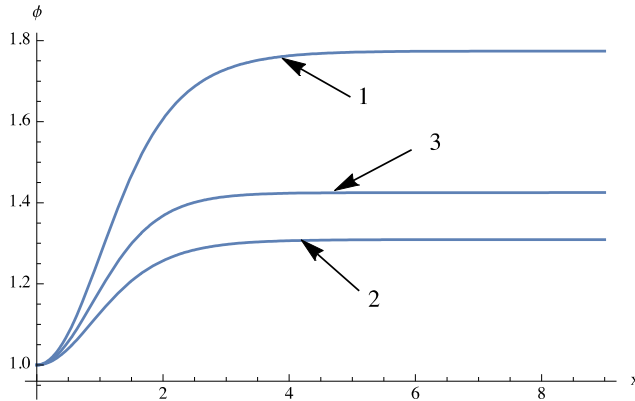
$$3\left(\frac{a'}{a}\right)^2 = -\frac{1}{2}(\phi'^2 + \chi'^2) + V, \quad (7)$$

$$\chi'' + 3\frac{a'}{a}\chi' = \chi[2\phi^2 + \lambda_2(\chi^2 - m_2^2)]. \quad (10)$$

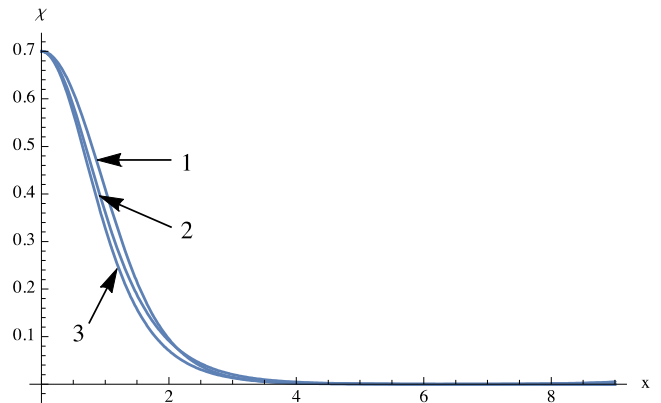
$$\frac{a''}{a} - \left(\frac{a'}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}(\phi'^2 + \chi'^2), \quad (8)$$

$$\phi'' + 3\frac{a'}{a}\phi' = \phi[2\chi^2 + \lambda_1(\phi^2 - m_1^2)], \quad (9)$$

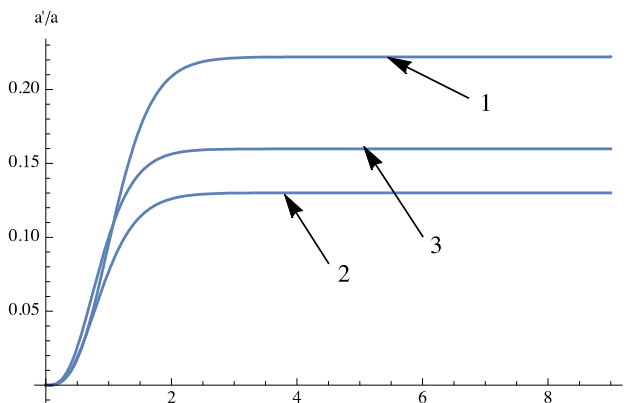
Результаты численных расчетов для фантомных ( $\varepsilon = -1$ ) скалярных полей приведены на рис. 1, 2; для метрических функций  $a(x)$  – на рис. 3 и для плотности энергии  $T_0^0$  – на рис. 4.



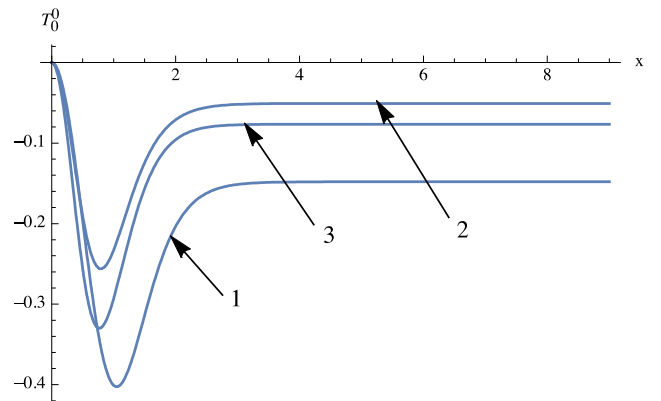
**Рисунок 1** – Профили фантомного скалярного поля  $\phi$  для доменной стенки. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка



**Рисунок 2** – Профили фантомного скалярного поля  $\chi$  для доменной стенки. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка



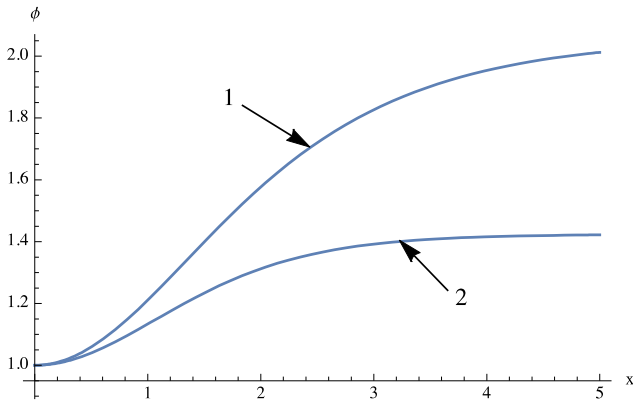
**Рисунок 3** – Метрическая функция  $a(x)$  для доменной стенки в случае фантомного скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка



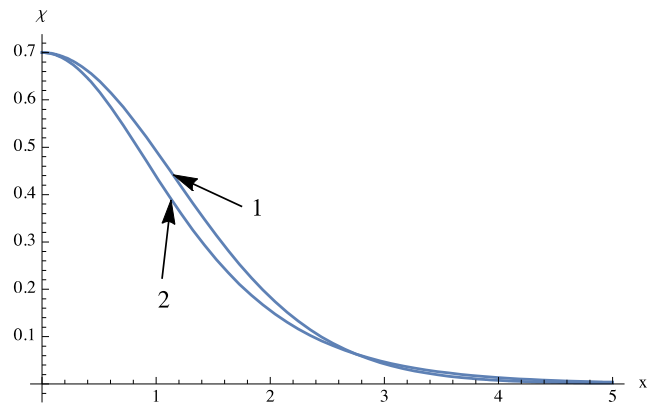
**Рисунок 4** – Профили плотности энергии  $T_0^0(x)$  для доменной стенки в случае фантомного скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка

Результаты численных расчетов для обычных ( $\varepsilon = +1$ ) скалярных полей приведены на

рис. 5, 6; для метрических функций  $a(x)$  – на рис. 7 и для плотности энергии  $T_0^0$  – на рис. 8.



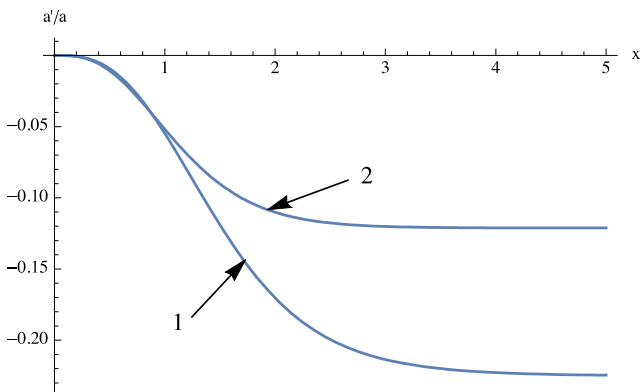
**Рисунок 5** – Профили обычного ( $\varepsilon = +1$ ) скалярного поля  $\phi$  для доменной стенки. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка.



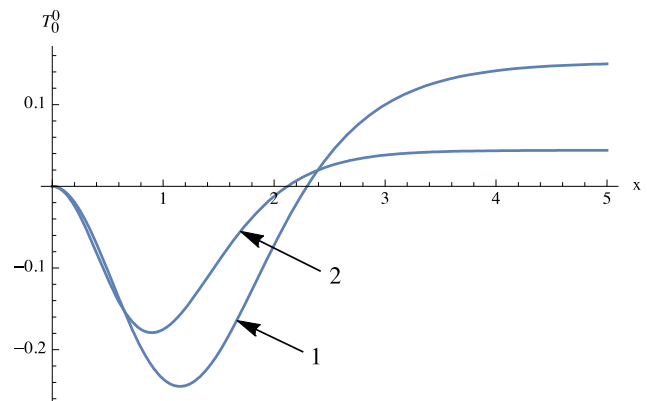
**Рисунок 6** – Профили обычного ( $\varepsilon = +1$ ) скалярного поля  $\chi$  для доменной стенки. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка.

**Таблица 1** – Начальные значения  $\chi_0 = 0.7$  и соответствующие значения параметров  $m_1, m_2$  с потенциалами 4-го, 6-го и 8-го порядков при  $\varepsilon = \pm 1, \phi_0 = 1, \lambda_1 = 0,15, \lambda_2 = 1.1$  для доменной стенки

№	Потенциалы	$\varepsilon$	$m_1$	$m_2$
1	4-го порядка	-1	1.77426601	1.80400455
2	6-го порядка	-1	1.30901092	1.73766048
3	8-го порядка	-1	1.4251234264	1.7965336329
4	4-го порядка	+1	2.05880064139	1.720175382122
5	6-го порядка	+1	1.42405708294	1.61615084819
6	8-го порядка	+1	Решения нет	Решения нет



**Рисунок 7** – Метрическая функция  $a(x)$  для доменной стенки в случае обычного ( $\varepsilon = +1$ ) скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка.



**Рисунок 8** – Профили плотности энергии  $T_0^0(x)$  для доменной стенки в случае обычного ( $\varepsilon = +1$ ) скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка.

### Сферически симметричные решения

Уравнение Эйнштейна и скалярные уравнения поля для фантомного шара:

$$\frac{1}{r} \frac{A'}{A^2} + \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{1}{A}\right) = -\frac{1}{2A} (\phi'^2 + \chi'^2) - V(\phi, \chi), \quad (11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{B'}{AB} - \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{1}{A}\right) = -\frac{1}{2A} (\phi'^2 + \chi'^2) + V(\phi, \chi), \quad (12)$$

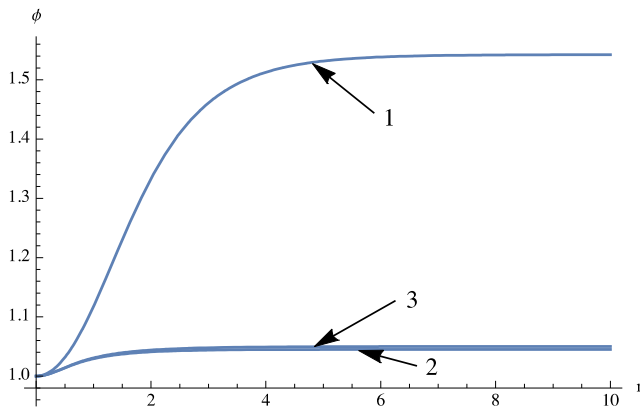
$$\frac{B''}{B} - \frac{1}{2} \left(\frac{B'}{B}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{A' B'}{A B} - \frac{1}{r} \left(\frac{A'}{A} - \frac{B'}{B}\right) = 2A \left[\frac{1}{2A} (\phi'^2 + \chi'^2) + V(\phi, \chi)\right], \quad (13)$$

$$\phi'' + \left(\frac{2}{r} + \frac{B'}{2B} - \frac{A'}{2A}\right) \phi' = A\phi [2\chi^2 + \lambda_1(\phi^2 - m_1^2)], \quad (14)$$

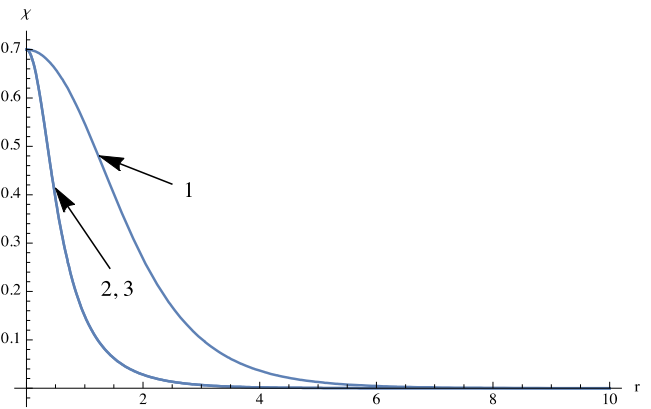
$$\chi'' + \left(\frac{2}{r} + \frac{B'}{2B} - \frac{A'}{2A}\right) \chi' = A\chi [2\phi^2 + \lambda_2(\chi^2 - m_2^2)]. \quad (15)$$

Результаты численных расчетов для фантомных ( $\varepsilon = -1$ ) скалярных полей приведены на рис. 9, 10; для метрических функций  $A(r), B(r)$  – на рис.

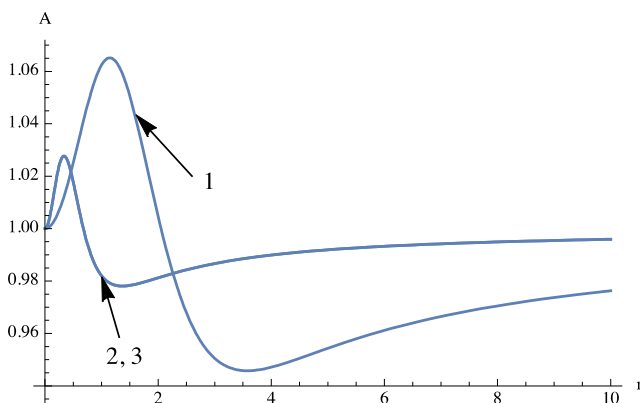
11, 12 и для плотности энергии  $T_0^0$  – на рис. 13. В рисунках 10-13 решения для потенциалов 6-го и 8-го порядков практически совпадают.



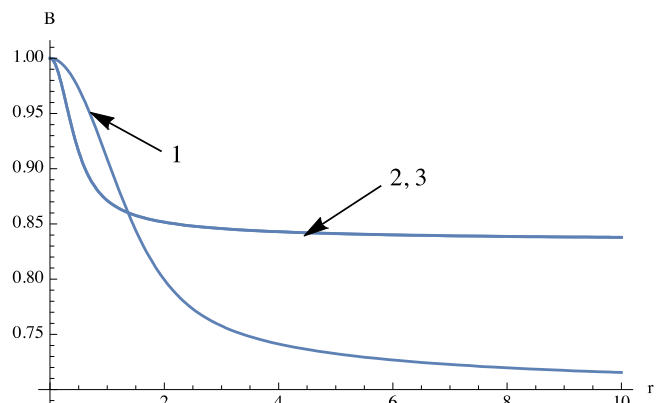
**Рисунок 9** – Профили фантомного скалярного поля  $\phi$  для бозонной звезды. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



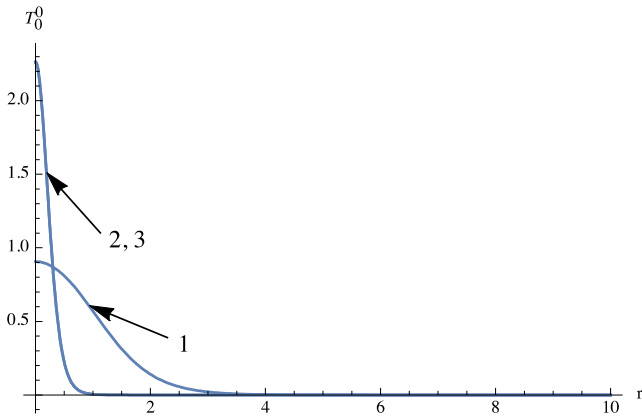
**Рисунок 10** – Профили фантомного скалярного поля  $\chi$  для бозонной звезды. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



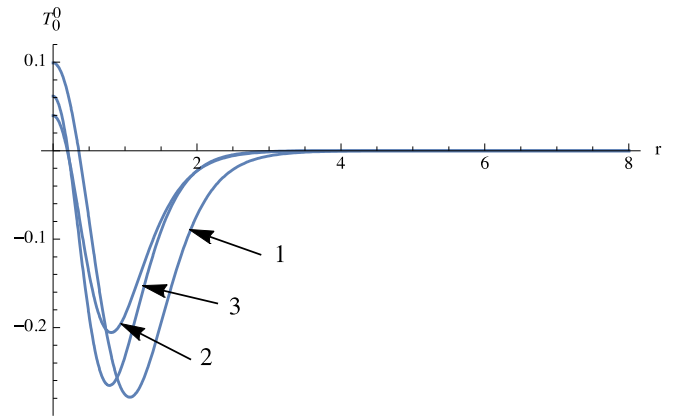
**Рисунок 11** – Метрические функции  $A(r)$  для бозонной звезды в случае фантомного скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 12** – Метрические функции  $B(r)$  для бозонной звезды в случае фантомного скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 13** – Профили плотности энергии  $T_0^0(r)$  для бозонной звезды в случае фантомного скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 14** – Профили плотности энергии  $T_0^0(r)$  для проходимой червоточины в случае фантомного скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.

**Таблица 2** – Начальные значения  $\chi_0 = 0.7$  и соответствующие значения параметров  $m_1, m_2$  с потенциалами 4-го, 6-го и 8-го порядков при  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0,15, \lambda_2 = 1.1$  для фантомного шара.

№	Потенциалы	$m_1$	$m_2$
1	4-го порядка	1.54248223	1.89958804
2	6-го порядка	1.04506272	4.1962616
3	8-го порядка	1.050035	4.2023521

### Горловинные решения

Можно получить следующую полную систему уравнений Эйнштейна и скалярных урав-

нений поля для фантомной проходимой горловины:

$$\frac{A''}{A} - \frac{1}{2} \left( \frac{A'}{A} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{A' B'}{A B} = \phi'^2 + \chi'^2, \quad (16)$$

$$\frac{A''}{A} + \frac{1}{2} \frac{A' B'}{A B} - \frac{1}{2} \left( \frac{A'}{A} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{B'}{B} \right)^2 + \frac{B''}{B} = 2 \left[ \frac{1}{2} (\phi'^2 + \chi'^2) + V \right], \quad (17)$$

$$\frac{1}{4} \left( \frac{A'}{A} \right)^2 - \frac{1}{A} + \frac{1}{2} \frac{A' B'}{A B} = -\frac{1}{2} (\phi'^2 + \chi'^2) + V, \quad (18)$$

$$\phi'' + \left( \frac{A'}{A} + \frac{1}{2} \frac{B'}{B} \right) \phi' = \phi [2\chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - m_1^2)], \quad (19)$$

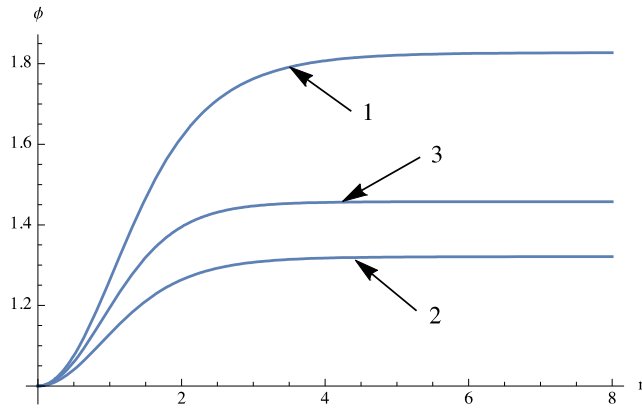
$$\chi'' + \left( \frac{A'}{A} + \frac{1}{2} \frac{B'}{B} \right) \chi' = \chi [2\phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - m_2^2)]. \quad (20)$$

Результаты численных расчетов для фантомных ( $\varepsilon = -1$ ) скалярных полей приведены на рис. 15,

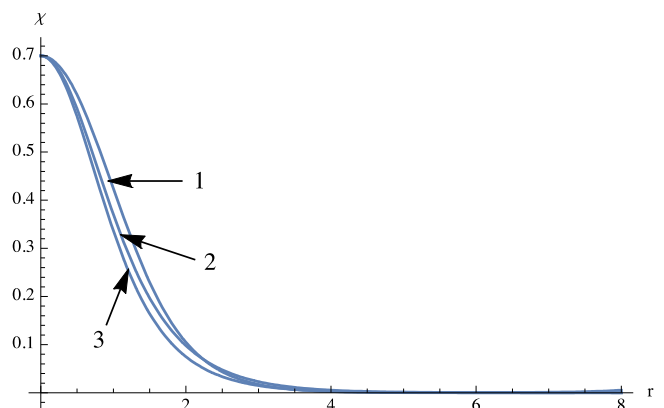
16; для метрических функций  $A(r), B(r)$  – на рис. 17, 18 и для плотности энергии  $T_0^0$  – на рис. 14.

**Таблица 3** – Начальные значения  $\chi_0 = 0.7$  и соответствующие значения параметров  $m_1, m_2$  с потенциалами 4-го, 6-го и 8-го порядков при  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0,15, \lambda_2 = 1.1$  для фантомной проходимой червоточины

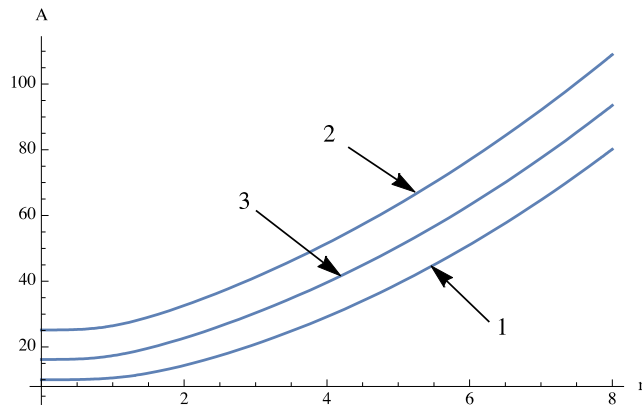
№	Потенциалы	$m_1$	$m_2$
1	4-го порядка	1.82729811	1.7869422825
2	6-го порядка	1.32067169	1.7205753
3	8-го порядка	1.45731329	1.7806672



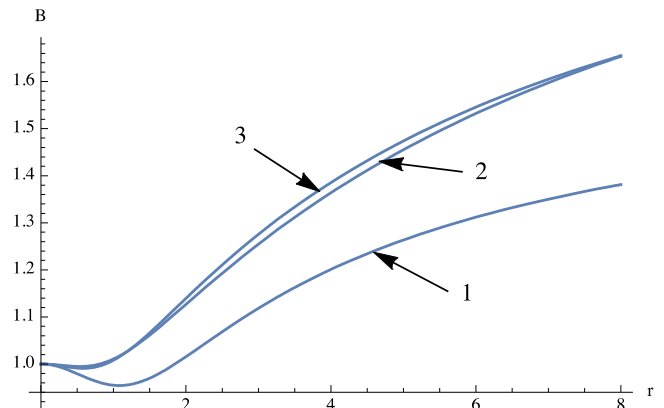
**Рисунок 15** – Профили фантомного скалярного поля  $\phi$  для проходимой червоточины. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 16** – Профили фантомного скалярного поля  $\chi$  для проходимой червоточины. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 17** – Метрические функции  $A(r)$  для проходимой червоточины в случае фантомного скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 18** – Метрические функции  $B(r)$  для проходимой червоточины в случае фантомного скалярного поля. Кривая 1 соответствует потенциалу 4-го порядка, кривая 2 – потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.

**Цилиндрически симметричные решения**

Можно получить уравнения Эйнштейна и скалярного поля для космической струны:

$$\frac{\gamma'}{\rho} - \psi'^2 = -k \left( \frac{1}{2} \phi'^2 + \frac{1}{2} \chi'^2 + e^{2(\gamma-\psi)} V(\phi, \chi) \right), \tag{21}$$

$$\frac{\nu'+\psi'}{\rho} - \psi'^2 = -k \left( \frac{1}{2} \phi'^2 + \frac{1}{2} \chi'^2 - e^{2(\gamma-\psi)} V(\phi, \chi) \right), \tag{22}$$

$$\psi'' - v'' - \psi'\gamma' + v'\gamma' - v'^2 + \frac{\psi'+\gamma'-v'}{\rho} = k \left( -\frac{1}{2}\phi'^2 - \frac{1}{2}\chi'^2 - e^{2(\gamma-\psi)}V(\phi, \chi) \right), \quad (23)$$

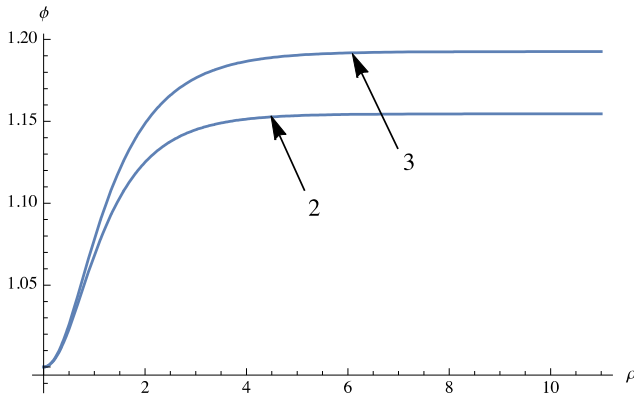
$$-\psi'' - v'' + \psi'\gamma' + v'\gamma' - 2\psi'^2 - 2\psi'v' - v'^2 = k \left( -\frac{1}{2}\phi'^2 - \frac{1}{2}\chi'^2 - e^{2(\gamma-\psi)}V(\phi, \chi) \right), \quad (24)$$

$$\phi'' + \phi' \left( \frac{1}{\rho} - \gamma' + \psi' + v' \right) = e^{2(\gamma-\psi)}\phi [2\chi^2 + \lambda_1(\phi^2 - m_1^2)], \quad (25)$$

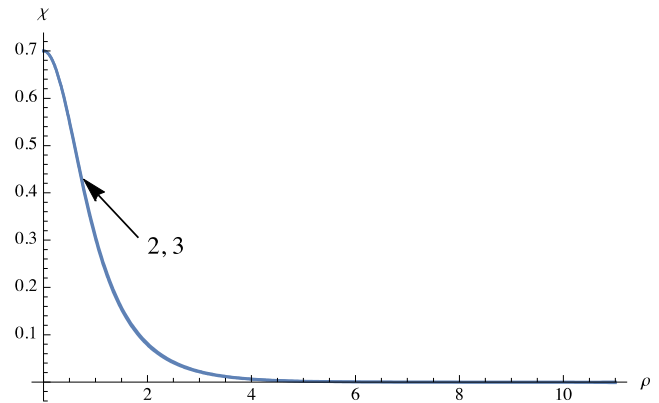
$$\chi'' + \chi' \left( \frac{1}{\rho} - \gamma' + \psi' + v' \right) = e^{2(\gamma-\psi)}\chi [2\phi^2 + \lambda_2(\chi^2 - m_2^2)]. \quad (26)$$

Результаты численных расчетов для фантомных ( $\varepsilon = -1$ ) скалярных полей  $\phi, \chi$ , приведены на рис. 19, 20; для метрических функций  $\gamma(\rho), \psi(\rho)$  – на рис. 21, 22 и для

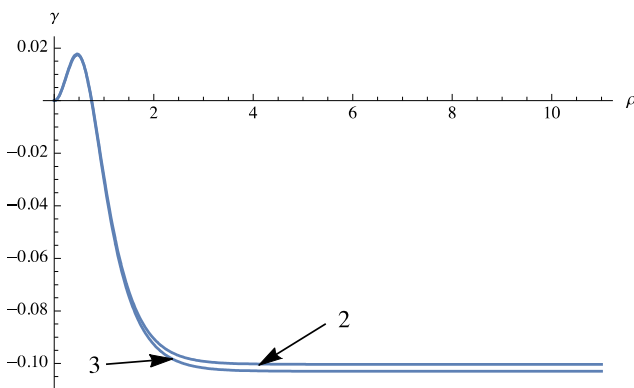
плотности энергии  $T_0^0$  – на рис. 23. В рисунках 20, 23 соответствующие профили для потенциалов 6-го и 8-го порядков практически совпадают.



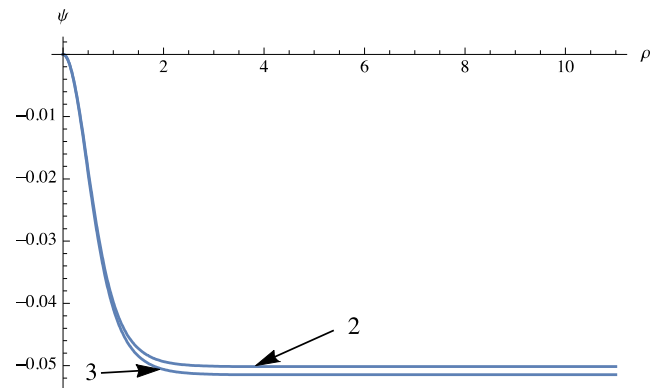
**Рисунок 19** – Профили фантомного скалярного поля  $\phi$  для космических струн. Кривая 2 соответствует потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



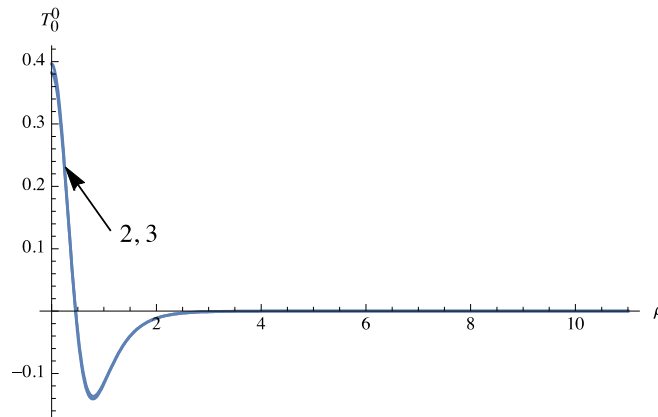
**Рисунок 20** – Профили фантомного скалярного поля  $\chi$  для космических струн. Кривая 2 соответствует потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 21** – Метрические функции  $\gamma(\rho)$  для фантомных космических струн. Кривая 2 соответствует потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 22** – Метрические функции  $\psi(\rho)$  для фантомных космических струн. Кривая 2 соответствует потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.



**Рисунок 23** – Профили плотности энергии  $T_0^0(\rho)$  для фантомных космических струн. Кривая 2 соответствует потенциалу 6-го порядка, кривая 3 – потенциалу 8-го порядка.

**Таблица 4** – Начальные значения  $\chi_0 = 0.7$  и соответствующие значения параметров  $m_1, m_2$  с потенциалами 4-го, 6-го и 8-го порядков при  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0,15, \lambda_2 = 1.1$  для фантомных космических струн

№	Потенциалы	$m_1$	$m_2$
1	4-го порядка	Решения нет	Решения нет
2	6-го порядка	1.154579476	2.30250731
3	8-го порядка	1.1926167892	2.32316842475

### Заключение

Таким образом, в статье получены плоские, сферически симметричные, горловинные и цилиндрически симметричные решения в общей теории относительности, создаваемые двумя фантомными скалярными полями с потенциальными слагаемыми 4-го, 6-го, 8-го порядка. Полученные численные решения представлены в виде графиков для функций  $\phi(x), \chi(x), a(x), A(r), B(r)$ . Показано, что для фантомной космической струны с параметрами  $\chi_0 = 0.7$  при  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0,15, \lambda_2 = 1.1$  и с потенциальным слагаемым 4-го порядка решение не существует. Для доменной стенки в случае обычного ( $\varepsilon = +1$ ) скалярного поля с потенциальным

слагаемым 8-го порядка с параметрами  $\chi_0 = 0.7$  при  $\phi_0 = 1, \lambda_1 = 0,15, \lambda_2 = 1.1$  решения также не существуют. Это позволяет сделать вывод, что существование протяженных решений существенно зависит от вида потенциального слагаемого скалярных полей. Для каждой пары собственных значений  $m_1, m_2$  рассчитана плотность энергии доменной стенки, горловины, бозонной звезды и космических струн  $T_0^0$  и по полученным данным построена зависимость этой плотности от соответствующей координаты.

*Данная работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан в рамках Гранта 0263/ПЦФ-14.*

### Литература

- 1 Dzhunushaliev V., Folomeev V., Makhmudov A., Urazalina A., Singleton D., and Scott J. Compact and extended objects from self-interacting phantom fields // Phys. Rev. D. – 2016. – Vol.94. P.024004.
- 2 Vilenkin A. and Shellard E.P.S. Cosmic Strings and Other Topological Defects. – Cambridge University Press, 2000.
- 3 Magueijo J. and Brandenberger R.H. Cosmic Defects and Cosmology // astro-ph/0002030.
- 4 Bazeia D., Boschi-Filho H. and Brito F.A. Domain defects in systems of two real scalar fields // JHEP. – 1999. – Vol. 9904. – P.028.

- 5 Santos C. Cosmic strings in axionic-dilatonic gravity // *Class.Quant.Grav.* – 2001. – Vol.18. – P. 1835-1846.
- 6 Bezerra de Mello E.R., Brihaye Y. and Hartmann B., Strings in de Sitter space // *Phys. Rev. D.* – 2003. – Vol. 67. – P.124008.
- 7 Cvetic M. and, Soleng H. H. Supergravity domain walls // *Phys.Rep.* – 1997. – Vol. 282. – P.159.
- 8 Berezin V.A., Kuzmin V.A., Tkachev I.I. // *Phys.Lett.B.* – 1983. – Vol.120. – P.91; Berezin V.A., Kuzmin V.A., Tkachev I.I. // *Phys.Rev. D.* – 1987. – Vol.36. – P. 2919; Garfinkle D., Vuille C. // *Class. Quant.Grav.* – 1989. – Vol.6. – P.1819; Ipsier J.R., Sikivie P. // *Phys.Rev. D.* – 1984. – Vol.30. – P.712; Laguna-Castillo P., Matzner R.A. // *Phys.Rev. D.* – 1986. – Vol.34. – P.2913.
- 9 Arodz H. // *Phys.Rev. D.* – 1995. – Vol.52. – P.1082; Arodz H., Larsen A.L. // *Phys.Rev. D.* – 1994. – Vol.49. – P.4154; Goetz G. // *J.Math.Phys.* – 1990. – Vol.31. – P.2683; Widrow L.M. // *Phys.Rev. D.* – 1989. – Vol.40. – P.1002.
- 10 Rajaraman R. *An Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory.* – Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Company, 1982.
- 11 Bazeia D., dos Santos M.J. and Ribeiro R.F. // *Phys. Lett. A.* – 1995. – Vol. 208. – P.84; Bazeia D., Nascimento J.R.S., Ribeiro R.F., and Toledo D. // *J. Phys. A.* – 1997. – Vol.30. –P.8157; Bazeia D. and Gomes A.R. // *JHEP.* – 2004. – Vol.0405. –P.012; Vernov S.Y. // *Teor. Mat. Fiz.* – 2008. – Vol.155. – P.47 [*Theor. Math. Phys.* – 2008. – Vol.155. – P.544]; Aref'eva I.Y., Bulatov N.V., and Vernov S.Y. // *Theor. Math. Phys.* – 2010. – Vol. 163. – P. 788.
- 12 Dzhunushaliev V., Myrzakulov K., and Myrzakulov R. // *Mod. Phys. Lett. A.* – 2007. – Vol. 22. – P.273; Dzhunushaliev V., Folomeev V., Myrzakulov K., and Myrzakulov R. // *Mod. Phys. Lett. A.* – 2007. – Vol.22. – P.407.
- 13 Dzhunushaliev V. and Folomeev V. 4D Static solutions with interacting phantom fields// *Int. J. Mod. Phys. D.* – 2008. – Vol.17, No11. – P.2125-2142.
- 14 Dzhunushaliev V., Folomeev V., and Urazalina A. Star-plus-wormhole systems with two interacting scalar fields // *Int. J. Mod. Phys. D.* – 2015. – Vol. 24, No14. – P.14.
- 15 Dzhunushaliev V., Folomeev V., Myrzakulov K., and Myrzakulov R. Phantom fields: bounce solutions in the early universe and S-branes // *Int. J. Mod. Phys. D.* – 2008. – Vol.17, No12. – P.2351-2358.
- 16 Folomeev V. The Bianchi Type I Model With Two Interacting Scalar Fields // *Int. J. Mod. Phys. D.* – 2007. – Vol.16. – P.1845-1852.
- 17 Dzhunushaliev V. // *Grav. Cosmol.* – 2007. – Vol.13. – P.302; Dzhunushaliev V., Folomeev V., Singleton D., and Aguilar-Rudametkin S. // *Phys. Rev. D.* – 2008. – Vol.77. – P.044006; Dzhunushaliev V., Folomeev V., Myrzakulov K., and Myrzakulov R. // *Gen. Rel. Grav.* – 2009. – Vol.41. – P.131; Dzhunushaliev V., Folomeev V., and Minamitsuji M. // *Phys. Rev. D.* – 2009. – Vol. 79. – P.024001.

#### References

- 1 V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, A. Makhmudov, A. Urazalina, D. Singleton, and J. Scott, *Phys. Rev. D* 94, 024004, (2016).
- 2 A. Vilenkin and E.P.S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects*, Cambridge University Press (Cambridge, 2000).
- 3 J. Magueijo and R. H. Brandenberger, *Cosmic Defects and Cosmology*, astro-ph/0002030.
- 4 D. Bazeia, H. Boschi-Filho and F. A. Brito, , *JHEP* 9904, 028 (1999).
- 5 C. Santos, *Class.Quant.Grav.* 18, 1835-1846 (2001).
- 6 E.R. Bezerra de Mello, Y. Brihaye and B. Hartmann, *Phys. Rev. D*67, 124008 (2003).
- 7 M. Cvetic and, H. H. Soleng, *Phys.Rept.* 282, 159 (1997).
- 8 V.A. Berezin, V.A. Kuzmin, I.I. Tkachev, *Phys.Lett.* 120B, 91 (1983); V.A. Berezin, V.A. Kuzmin, I.I. Tkachev, *Phys.Rev.* D36, 2919 (1987); D. Garfinkle, C. Vuille, *Class.Quant.Grav.* 6, 1819 (1989); J.R. Ipsier, P. Sikivie, *Phys.Rev.* D30, 712 (1984); P. Laguna-Castillo, R.A. Matzner, *Phys.Rev.* D34, 2913 (1986).
- 9 H. Arodz, *Phys.Rev.* D52, 1082 (1995); H. Arodz, A.L. Larsen, *Phys.Rev.* D49, 4154 (1994); G. Goetz, *J.Math.Phys.* 31, 2683 (1990); L.M. Widrow, *Phys.Rev.* D40, 1002 (1989).
- 10 R. Rajaraman, *An Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory* (North-Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford, 1982).
- 11 D. Bazeia, M.J. dos Santos and R.F. Ribeiro, *Phys. Lett. A* 208, 84 (1995) [arXiv:hep-th/0311265]; D. Bazeia, J. R. S. Nascimento, R. F. Ribeiro, and D. Toledo, *J. Phys. A* 30, 8157 (1997); D. Bazeia and A. R. Gomes, *JHEP* 0405, 012 (2004); S. Y. Vernov, *Teor. Mat. Fiz.* 155, 47 (2008) [*Theor. Math. Phys.* 155, 544 (2008)]; I. Y. Aref'eva, N. V. Bulatov, and S. Y. Vernov, *Theor. Math. Phys.* 163, 788 (2010).
- 12 V. Dzhunushaliev, K. Myrzakulov, and R. Myrzakulov, *Mod. Phys. Lett. A* 22, 273 (2007); V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, K. Myrzakulov, and R. Myrzakulov, *Mod. Phys. Lett. A* 22, 407 (2007).
- 13 V. Dzhunushaliev and V. Folomeev, *Int. J. Mod. Phys. D* 17, 2125 (2008).
- 14 V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, and A. Urazalina, *Int. J. Mod. Phys. D* 24, 14 (2015).
- 15 V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, K. Myrzakulov, and R. Myrzakulov, *Int. J. Mod. Phys. D* 17, 2351 (2008).
- 16 V. Folomeev, *Int. J. Mod. Phys. D* 16, 1845 (2007).
- 17 V. Dzhunushaliev, *Grav. Cosmol.* 13, 302 (2007); V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, D. Singleton, and S. Aguilar-Rudametkin, *Phys. Rev. D* 77, 044006 (2008); V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, K. Myrzakulov, and R. Myrzakulov, *Gen. Rel. Grav.* 41, 131 (2009); V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, and M. Minamitsuji, *Phys. Rev. D* 79, 024001 (2009).