

Уразалина А.А.,
Джунушалиев В.Д.

Доменные стенки как регулярные решения в ОТО, созданные двумя фантомными скалярными полями

В статье исследованы регулярные доменные решения в общей теории относительности, создаваемые двумя фантомными скалярными полями. Показано, что данные регулярные решения, имеющие конечную плотность энергии, существуют только при некоторых определенных значениях параметров m_1, m_2 . Решения соответствующих полевых уравнений получены в численном виде как решение нелинейной задачи на собственные значения, где собственными значениями являются параметры m_1, m_2 , а собственными функциями скалярные поля. Получены семейства решений, зависящие от значений одного из скалярных полей в центре доменной стенки. Исследована зависимость параметров системы m_1, m_2 от начальных значений χ_0 .

Ключевые слова: доменная стенка, фантомные скалярные поля, дельта-функция, пространство де Ситтера.

Urazalina A.,
Dzhunushaliev V.

Domain walls as regular solutions in GR with two phantom scalar fields

Domain solutions in general relativity created with two phantom scalar fields are investigated. It has been shown that the solutions with finite energy exist for some specific values of the parameters m_1, m_2 only. Corresponding field equations are solved numerically as nonlinear eigenvalue problem where the parameters m_1, m_2 are eigenvalues and scalar fields are eigenfunctions. The family of solutions depending on values of scalar fields at the center of domain mouth is obtained. The dependence of parameters m_1, m_2 on initial values χ_0 is investigated.

Key words: domain solutions, phantom scalar fields, delta-function, de Sitter space.

Уразалина А.А.,
Джунушалиев В.Д.

ЖСТ-дағы екі фантомдық скалярлық өрістер тудыратын, домендік қабырғалар регулярлық шешімдер ретінде

Мақалада жалпы салыстырмалылық теориядағы екі фантомдық скалярлық өрістер тудыратын, регулярлық домендік шешімдер қарастырылған. Шектеулі энергиясы бар регулярлық шешімдердің тек m_1, m_2 параметрлерінің кейбір белгілі мәндері кезінде ғана болатындығы көрсетілген. Сәйкес өрістік теңдеулердің шешімдері меншікті мәндерге түзілген сызықсыз теңдеудің шешімі ретінде сандық түрде алынған, мұндағы m_1, m_2 параметрлер меншікті мәндер болып табылады, ал меншікті функциялар – скалярлық өрістер. Домендік қабырға центрінде скалярлық өрістердің бірінің мәндеріне тәуелді болатын шешімдер үйірі алынған. Жүйенің m_1, m_2 параметрлерінің χ_0 бастапқы мәндерге тәуелділігі зерттелген.

Түйін сөздер: домендік шешімдер, фантомдық скалярлық өрістер, дельта-функциясы, де Ситтер кеңістігі.

ДОМЕННЫЕ СТЕНКИ КАК РЕГУЛЯРНЫЕ РЕШЕНИЯ В ОТО, СОЗДАНЫЕ ДВУМЯ ФАНТОМНЫМИ СКАЛЯРНЫМИ ПОЛЯМИ

Введение

В этой работе исследуются регулярные решения в общей теории относительности, где гравитирующей материей являются два фантомных скалярных поля. В [1] были получены сферически симметричные, доменные стенки (плоские) и горловинные решения для такого рода фантомных скалярных полей. В данной работе мы проводим более детальное исследование решений, полученных в [1].

Доменные стенки соответствуют некоторому конкретному типу топологических дефектов, которые возникают, когда вакуум состоит из (энергетически вырожденных) различных компонент.

В частности, решения типа доменных стенок существуют в теориях, где потенциал скалярного поля имеет изолированные минимумы. Тогда доменной стенкой является поверхность, разделяющая различные минимумы скалярного потенциала. В этом случае скалярное поле меняется в пространстве и стремится к одному минимуму в одном направлении и к другому минимуму в противоположенном направлении. Область быстрого изменения скалярного поля соответствует доменной стенке. В приближении тонкой стенки изменение скалярной плотности энергии поля локализуется на поверхности доменной стенки и заменяется дельта-функцией. В случае, когда все поля постоянны с каждой стороны стенки, то есть они находятся в минимумах потенциала, доменные стенки называются вакуумными доменными стенками.

В ранней Вселенной такие доменные структуры могли бы сформироваться посредством механизма Киббла [2, 3], вследствие чего различные регионы горячей Вселенной остыли в разные изолированные минимумы потенциала. Доменные стенки [3] также могут образовываться как границы (истинных) вакуумных пузырьков, созданных при квантовом распаде ложного вакуума [4]. Кроме того, Вселенная может быть рождена вследствие квантового процесса туннелирования из ничего [5-10] в разные домены со стенками между ними.

Вследствие того, что доменная стенка является, протяженным объектом, пространство-время около доменной стенки испытывает сильное влияние этой доменной стенке. Напряжение уменьшает гравитационную массу, а в случае доменной стенки, где напряжение равно плотности энергии и где есть два пространственных направления, связанных с напряжением и только одно временное направление, связанное с плотностью энергии, общая гравитационная масса становится отрицательной.

Впервые решение уравнений Эйнштейна для гравитационного поля, производимого тонкой плоской доменной стенкой, было найдено Виленкиным [11] в линейном приближении. В этом решении, энергия вакуума или космологическая постоянная равна нулю по обеим сторонам стенки. Поскольку линейное приближение для гравитационного поля нельзя применять на больших расстояниях, то это решение не может ничего сказать о глобальной структуре гравитационного поля. Однако, физический смысл этого приближенного решения оставался неясным, поскольку он не соответствует никакому точному статическому решению уравнений Эйнштейна. Было доказано, что и в самом деле, таких решений не существует [12]. На самом деле были найдены точные (тонкостенные) решения [13], в которых метрика зависит от времени; это $(2+1)$ -мерное пространство де Ситтера, вложенное в пространство-время Минковского. Координатное преобразование показывает, что [13] точное тонкостенное решение Виленкина представляет собой часть ускоренной сферы [14, 15], которая приходит из бесконечности, отражается и уходит обратно на бесконечность.

Общие уравнения

Уравнения Эйнштейна можно записать в виде

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = 8\pi G T_i^k, \quad (1)$$

где R_i^k – тензор Риччи; R – скалярная кривизна; $i, k = 0, 1, 2, 3$.

Уравнения для фантомных скалярных полей представлены в виде

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left[\sqrt{-g} g^{ik} \frac{\partial(\phi, \chi)}{\partial x^k} \right] = - \frac{\partial V}{\partial(\phi, \chi)}. \quad (2)$$

Мы рассмотрим два взаимодействующих фантомных скалярных поля, имеющих специальный вид потенциальной энергии:

$$V(\phi, \chi) = \frac{\lambda_1}{4} (\phi^2 - m_1^2)^2 + \frac{\lambda_2}{4} (\chi^2 - m_2^2)^2 + \phi^2 \chi^2 - V_0. \quad (3)$$

Здесь ϕ и χ два скалярных поля с некоторыми параметрами m_1 и m_2 , λ_1 и λ_2 являются константами самодействия и V_0 некоторая константа, которая должна быть выбрана при постановке задачи.

Соответствующий тензор энергии-импульса будет выглядеть следующим образом:

$$T_i^k = \varepsilon \left\{ \partial_i \phi \partial^k \phi + \partial_i \chi \partial^k \chi - \delta_i^k \left[\frac{1}{2} \partial_j \phi \partial^j \phi + \frac{1}{2} \partial_j \chi \partial^j \chi - V(\phi, \chi) \right] \right\} \quad (4)$$

Плоские решения

Мы будем искать статические решения уравнений (1) и (2) для доменной метрики:

$$ds^2 = a^2(x)(dt^2 - dy^2 - dz^2) - dx^2, \quad (5)$$

где $a(x)$ является метрической функцией, зависящей только от координаты x . Эта метрика описывает доменную стенку. Используя (2) - (4) (при $\varepsilon = -1$), мы можем получить $\binom{x}{x}$ и $\binom{t}{t}$ компоненты уравнений Эйнштейна (1),

$$3 \left(\frac{a'}{a} \right)^2 = -\frac{1}{2} (\phi'^2 + \chi'^2) + V, \quad (6)$$

$$\frac{a''}{a} - \left(\frac{a'}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} (\phi'^2 + \chi'^2). \quad (7)$$

Соответствующие полевые уравнения для скалярных полей, полученные из (2) имеют следующий вид

$$\phi'' + 3 \frac{a'}{a} \phi' = \phi [2\chi^2 + \lambda_1(\phi^2 - m_1^2)], \quad (8)$$

$$\chi'' + 3 \frac{a'}{a} \chi' = \chi [2\phi^2 + \lambda_2(\chi^2 - m_2^2)], \quad (9)$$

где штрих означает дифференцирование по x , и произвольная постоянная V_0 выбирают следующим образом:

$$V_0 = \frac{\lambda_1}{4}(\phi_0^2 - m_1^2)^2 + \frac{\lambda_2}{4}(\chi_0^2 - m_2^2)^2 + \phi_0^2\chi_0^2, \quad (10)$$

с целью обнуления a' при $x = 0$. Уравнения (6) - (9) записаны в следующих безразмерных величинах:

$$\frac{\chi}{\sqrt{8\pi G}}, m_{1,2} \rightarrow \frac{m_{1,2}}{\sqrt{8\pi G}}.$$

Мы решим систему уравнений. (6) – 9) со следующими граничными условиями при $x = 0$ и $\chi(0) = \chi_0$, а χ_0 задавали значения от 0,1 до 1,3:

$$\begin{aligned} \phi(0) &= \sqrt{3}, & \phi'(0) &= 0, \\ a(0) &= 1.0, & a'(0) &= 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где условие $a(0)$ выбирается так, чтобы удовлетворять ограничению (8) при $x = 0$, $V_0 = V(\phi(0), \chi(0))$ – значение потенциала при $x = 0$ и постоянных самодействия $\lambda_1 = 0,1$ и $\lambda_2 = 1$.

Затем, используя описанную выше процедуру для получения решения системы (6) - (9), мы получаем результаты, представленные на рис. 1-4. Как видно из рис. 1 и 2, $\phi \rightarrow m_1$ и $\chi \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \pm\infty$. Это соответствует асимптотическому переходу решений в локальный минимум потенциала (1).

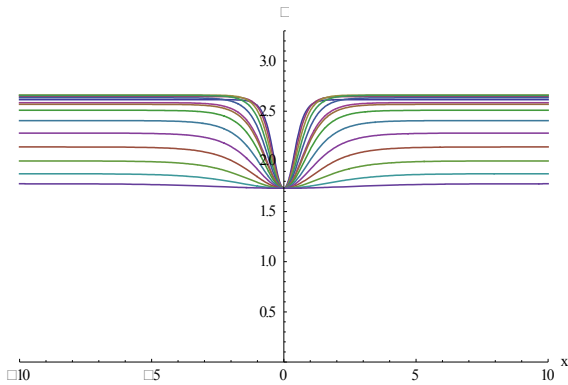


Рисунок 1 – Скалярные поля ϕ в модели доменной стенкой для граничных условий, заданных в уравнении (11). Нижний график соответствует значению $\chi_0 = 0,1$, верхний график $\chi_0 = 1,3$.

Плотность энергии

$$\varepsilon = T_0^0 = -\frac{1}{2}(\phi'^2 + \chi'^2) + \frac{\lambda_1}{4}(\phi^2 - m_1^2)^2 + \frac{\lambda_2}{4}(\chi^2 - m_2^2)^2 + \phi^2\chi^2 - V_0.$$

Оценим асимптотическое поведение решений. Для этой цели мы будем искать решения уравнений (8) и (9) в виде:

$$\phi = m_1 - \delta\phi, \quad \chi = \delta\chi, \quad (12)$$

где $\delta\phi, \delta\chi \ll 1$ при $x \rightarrow \pm\infty$. Тогда правые части уравнений (8) и (9) выглядят следующим образом:

$$\delta\phi'' + 3\alpha\delta\phi' = 2\lambda_1 m_2^2 \delta\phi, \quad (13)$$

$$\delta\chi'' + 3\alpha\delta\chi' = (2m_1^2 - \lambda_2 m_2^2) \delta\chi. \quad (14)$$

В итоге получим с экспоненциально быстро затухающими решениями

$$\delta\phi \approx C_\phi \exp \left[-\frac{x}{2} \left(3\alpha + \sqrt{9\alpha^2 + 8\lambda_1 m_2^2} \right) \right],$$

$$\delta\chi \approx C_\chi \exp \left[-\frac{x}{2} \left(3\alpha + \sqrt{9\alpha^2 + 4(2m_1^2 - \lambda_2 m_2^2)} \right) \right],$$

где C_ϕ, C_χ постоянные интегрирования.

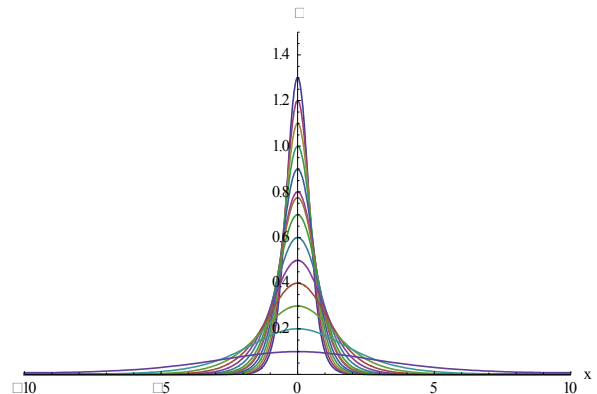


Рисунок 2 – Скалярные поля χ в модели доменной стенкой для граничных условий, заданных в уравнении (11). Нижний график соответствует значению $\chi_0 = 0,1$, верхний график $\chi_0 = 1,3$.

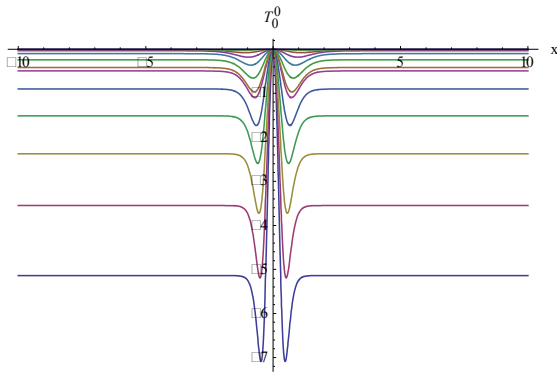


Рисунок 3 – Графики плотности энергии $T_0^0(r)$ при разных χ_0

Теперь мы можем оценить асимптотическое поведение $a(x)$ из рис. 4. Мы можем видеть из уравнения (7), что правая часть асимптотически стремится к нулю и тогда решение этого уравнения

$$a \approx a_0 e^{\alpha x}, \quad (15)$$

где a_0 и α константы интегрирования. Это решение соответствует де Ситтеровскому решению.

Итак, мы имеем решения, которые имеют тенденцию асимптотически к локальному минимуму потенциала (3) на $\phi = m_1$ и $\chi = 0$. Таким образом, асимптотически решения переходят в вакуумные, с нулевой плотностью энергии (рис. 3).

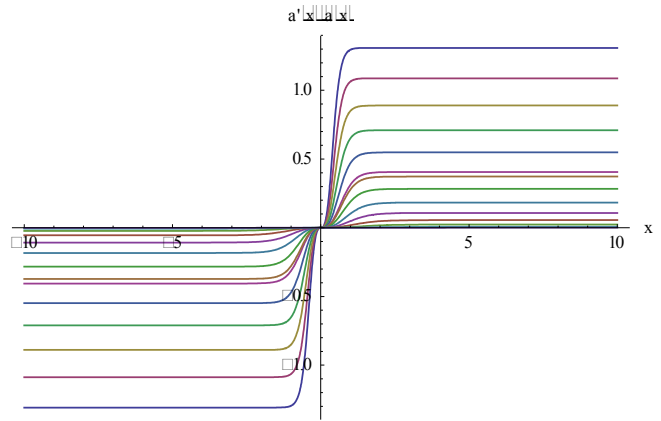


Рисунок 4 – Метрическая функция $a(x)$ в модели доменной стенкой. Нижний график соответствует значению $\chi_0 = 1.3$, верхний график $\chi_0 = 0.1$.

Таблица 1 – Начальные значения χ_0 и соответствующие значения параметров m_1 , m_2 для системы (8) и (9) при $\phi_0 = \sqrt{3}$.

№	χ_0	m_1	m_2
1	0.1	1.77738370137	2.4760548119
2	0.2	1.8769082233	2.52356303198
3	0.3	2.00432183092	2.579857099085
4	0.4	2.143597496	2.64382729
5	0.5	2.281382335046	2.71582441
6	0.6	2.4060901536	2.7966059574
7	0.7	2.50880994805	2.886855163443
8	$\sqrt{0.6}$	2.568059516	2.9605752604
9	0.8	2.5847078944	2.98694126928
10	0.9	2.6333872412	3.0970042078
11	1.0	2.6575114351	3.2173381422
12	1.1	2.6606930932	3.3488717892
13	1.2	2.6459244585	3.4936637505
14	1.3	2.6148162394	3.6556162167

Заключение

Таким образом, в этой статье мы получили семействодоменных решений в общей теории относительности, создаваемые двумя фантом-

ными скалярными полями. Для получения регулярных решений соответствующие полевые уравнения рассматривались как нелинейная задача на собственные значения для параметров m_1 , m_2 и с собственными функциями $\phi(x)$,

$\chi(x)$. Полученные решения представлены в виде семейства графиков для функций $a(x)$, $\phi(x)$, $\chi(x)$. Для каждой пары собственных значений m_1, m_2 рассчитана плотность энергии доменной стенкой T_0^0 и по полученным данным построена зависимость этой плотности от χ_0 .

Литература

- 1 Dzhunushaliev V., Folomeev V. 4D static solutions with interacting phantom fields// Int. J. Mod. Phys.D – 2008. – Vol.17, No. 11, 2125-2142. arXiv:0711.2840 [gr-qc].
- 2 Kibble T.W.B. Some implications of a cosmological phase transition, in: Br'ezin E., Gervais J.L. and Toulouse G., eds., Common Trends in Particle and Condensed Matter Physics: Proceedings of Les Houches Winter Advanced Study Institute, February 1980, 183–199, Published in Physics Reports – 1980. – Vol. 67. – P.183–189.
- 3 Vilenkin A. Cosmic strings and domain walls // Phys. Rep. – 1985. – Vol.121. – P. 263–315.
- 4 Coleman S. 1979, The uses of instantons, in: Zichichi A., ed., The Whys of Subnuclear Physics. Proceedings of the 1977 International School of Subnuclear Physics, Erice, Sicily, July 23–August 10. – 1977. – P.805–916. New York, Plenum Press, also reprinted in: Coleman, S. 1985. Aspects of Symmetry: Selected Erice Lectures, 265–350, Cambridge University Press, Cambridge.
- 5 Vilenkin A. Creation of universes from nothing // Phys. Lett. – 1982. – Vol. 117B. – P.25–28.
- 6 Vilenkin A. Birth of inflationary universes // Phys. Rev.D. – 1983. – Vol. 27. – P.2848–2855.
- 7 Hartle J.B. and Hawking S.W. Wave function of the Universe // Phys. Rev. D. – 1983. – Vol. 28. – P.2960–2975.
- 8 Vilenkin A. Quantum creation of universes // Phys. Rev. D. – 1984. – Vol. 30. – P.509–511.
- 9 Linde A.D. Quantum creation of the inflationary universe // Lett. NuovoCimento. – 1984. – Vol. 39. – P.401–405.
- 10 Gibbons G.W. and Hartle J.B. Real tunneling geometries and the large scale topology of the universe // Phys. Rev. D. – 1992. – Vol. 42. – P.2458–2468.
- 11 Vilenkin A. Gravitational field of vacuum domain walls and strings // Phys. Rev. D. – 1981. – Vol.23. – P.852–857.
- 12 Dolgov A.D. and Khriplovich I.B. Does a static solution exist for a gravitating planar wall?// Gen. Relativ. Gravit. – 1989. – Vol. 21. – P.13–16.
- 13 Vilenkin A. Gravitational field of vacuum domain walls // Phys. Lett. – Vol.133B. – P. 177–179.
- 14 Iperser J.R. and Sikivie P. 1984, Gravitationally repulsive domain wall // Phys. Rev. D. – 1983. – Vol. 30. – P.712–719.
- 15 Iperser J.R. Repulsive and attractive planar walls in general relativity // Phys. Rev. D. – 1984. – Vol.30. – P.2452–2456.

References

- 1 Dzhunushaliev V., Folomeev V. 4D static solutions with interacting phantom fields// Int. J. Mod. Phys. D – 2008. – Vol.17, No. 11, 2125-2142. arXiv:0711.2840 [gr-qc].
- 2 Kibble T.W.B. Some implications of a cosmological phase transition, in: Br'ezin E., Gervais J.L. and Toulouse G., eds., Common Trends in Particle and Condensed Matter Physics: Proceedings of Les Houches Winter Advanced Study Institute, February 1980, 183–199, Published in Physics Reports vol. 67, 183–189 (1980).
- 3 Vilenkin A. Cosmic strings and domain walls, Phys. Rep. 1985, 121, 263–315.
- 4 Coleman S. 1979, The uses of instantons, in: Zichichi A., ed., The Whys of Subnuclear Physics. Proceedings of the 1977 International School of Subnuclear Physics, Erice, Sicily, July 23–August 10, 1977, 805–916, New York, Plenum Press, also reprinted in: Coleman, S. 1985. Aspects of Symmetry: Selected Erice Lectures, 265–350, Cambridge University Press, Cambridge.
- 5 Vilenkin A. Creation of universes from nothing, Phys. Lett. 117B, 1982, 25–28.
- 6 Vilenkin A. Birth of inflationary universes, Phys. Rev. D 27, 1983, 2848–2855.
- 7 Hartle J.B. and Hawking S.W. Wave function of the Universe, Phys. Rev. D 28, 1983, 2960–2975.
- 8 Vilenkin A. Quantum creation of universes, Phys. Rev. D 30, 1984, 509–511.
- 9 Linde A.D. Quantum creation of the inflationary universe, Lett. NuovoCimento 39, 1984, 401–405.
- 10 Gibbons G.W. and Hartle J.B. Real tunneling geometries and the large scale topology of the universe, Phys. Rev. D 42, 1990, 2458–2468.
- 11 Vilenkin A. Gravitational field of vacuum domain walls and strings, Phys. Rev. D 23, 1981, 852–857.
- 12 Dolgov A.D. and Khriplovich I.B. Does a static solution exist for a gravitating planar wall?, Gen. Relativ. Gravit. 21, 1989, 13–16.
- 13 Vilenkin A. Gravitational field of vacuum domain walls, Phys. Lett. 133B, 177–179.
- 14 Iperser J.R. and Sikivie P. 1984, Gravitationally repulsive domain wall, Phys. Rev. D 30, 1983, 712–719.
- 15 Iperser J.R. Repulsive and attractive planar walls in general relativity. Phys. Rev. D 30, 1984, 2452–2456.