

**Арынгазин А.<sup>1\*</sup>, Джунушалиев В.<sup>1,2,3</sup>, Фоломеев В.<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup>Институт фундаментальных исследований, Евразийский национальный университет  
им. Л.Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан

<sup>2</sup>НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан

<sup>3</sup>Институт физико-технических проблем и материаловедения НАН КР, г. Бишкек, Кыргызстан  
\*e-mail: aringazin@gmail.com

## **МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СИСТЕМЫ «НЕЙТРОННАЯ ЗВЕЗДА ПЛЮС КРОВОЯЯ НОРА» С ДИЛАТОННЫМ СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ**

Рассмотрена смешанная конфигурация с нетривиальной топологией пространства-времени, состоящая из кротовой норы, заполненной сильно замагниченной нейтронной жидкостью. Нетривиальная топология обеспечивается духовым скалярным дилатонным полем, неминимально взаимодействующим с магнитным полем. Нейтронная жидкость описывается реалистичным уравнением состояния  $SLy$ . Магнитное поле моделируется в форме осесимметричного полоидального магнитного поля, создаваемого тороидальными электрическими токами. Плотность энергии магнитного поля предполагается много меньшей, чем плотности энергии скалярного и гравитационного полей. Сравнивая такие смешанные конфигурации с обычными нейтронными звёздами, исследуется вопрос о влиянии нетривиальной топологии и дилатонного взаимодействия на структуру внутреннего магнитного поля. Рассчитаны радиальная и тангенциальная компоненты напряжённости магнитного поля. Построены распределения эквипотенциальных линий магнитного поля для обычной нейтронной звезды и исследуемой смешанной конфигурации.

**Ключевые слова:** кротовая нора, скалярное поле, нейтронные звезды, магнитное поле.

Aringazin A.<sup>1\*</sup>, Dzhunushaliev V.<sup>1,2,3</sup>, Folomeev V.<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Institute of Basic Research, L.N. Gumilev Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

<sup>2</sup>IETP, Al Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan

<sup>3</sup>Institute of Physical and Technical Problems and Materials Science  
of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, Bishkek, Kyrgyzstan

\*e-mail: aringazin@gmail.com

## **Magnetic field of the system «neutron star plus wormhole» with a dilatonic scalar field**

The mixed configuration with a nontrivial spacetime topology consisting of a wormhole filled with a strongly magnetized neutron fluid is considered. The nontrivial topology is provided by a ghost scalar dilatonic field interacting nonminimally with a magnetic field. The neutron fluid is described by a realistic  $SLy$  equation of state. The magnetic field is modeled in the form of an axisymmetric poloidal magnetic field created by toroidal electric currents. The energy density of the magnetic field is assumed much to be smaller than those of scalar and gravitational fields. Comparing such mixed configurations with ordinary neutron stars, the question of the influence of the nontrivial topology and the dilatonic interaction on the structure of the interior magnetic field is studied. The radial and tangential components of the magnetic field strength are calculated. Distributions of the magnetic field equipotential lines for ordinary neutron star and the mixed system under consideration are plotted.

**Key words:** wormhole, scalar field, neutron stars, magnetic field.

Арынғазин А.<sup>1\*</sup>, Жүнішалиев В.<sup>1,2,3</sup>, Фоломеев В.<sup>1,3</sup><sup>1</sup>Іргелі зерттеу институты, А.Н.Гүмлев ат. Еуразиялық ұлттық университеті, Астана қ., Қазақстан<sup>2</sup>ЭТФҒЗИ, Әл-Фараби ат. Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан<sup>3</sup>ҚР ҰҒА Физика-техникалық проблемалар және материалтану институты, Бішкек қ., Қырғызстан

\*e-mail: aringazin@gmail.com

**Дилатондық скалярлық өрісі бар «нейтрондық жұлдыз плюс көртышқан іні» жүйесінің магниттік өрісі**

Күшті магниттелген нейтрондық сұйықпен толтырылған, көртышқан інінен құрылған, кеңістік-уақыттың тривиалдық емес топологиялы аралас конфигурациясы қарастырылған. Магнит өрісімен минималды емес өзара әсерлесетін, тривиалдық емес топология фантомдық скалярлық дилатондық өріспен қамтамасыз етіледі. Нейтрондық сұйық шынайы SLy күй теңдеуімен сипатталады. Магниттік өріс тороидеалдық электрлік токпен пайда болатын, өске симметриялы полоидеалдық магниттік өріс формасында модельденеді. Магнит өрісінің энергия тығыздығы, скалярлық және гравитациялық энергия тығыздықтарынан өте кіші болатындығы болжанды. Осындай аралас конфигурацияларды байырғы нейтрондық жұлдыздармен салыстыра отырып, тривиалдық емес топологияның және дилатондық өзара әсерлесудің магнит өрісінің ішкі құрылымына әсері мәселесі зерттелді. Магнит өрісі кернеулігінің радиалдық және тангенциалдық құраушылары есептелінді. Байырғы нейтрондық жұлдыз және зерттелетін аралас конфигурация үшін магнит өрісінің эквипотенциалдық сызықтарының таралуы тұрғызылды.

**Түйін сөздер:** көртышқан іні, скалярлық өріс, нейтрондық жұлдыз, магнит өрісі.

**Введение**

Нейтронные звёзды представляют из себя компактные астрофизические объекты, состоящие, в основном, из нейтронного вещества, удерживаемого собственным сильным гравитационным полем. Для них типичны массы порядка 1-2 масс Солнца и размеры около 10 км. При этом они быстро вращаются и могут обладать сильным поверхностным магнитным полем с напряжённостью порядка  $10^{12} - 10^{15}$  Гс. Указанные характеристики нейтронных звёзд могут непосредственно быть измерены путём астрономических наблюдений. Однако внутренняя структура таких звёзд, обеспечивающая данные параметры, в принципе может быть различной. В частности, это касается распределения внутреннего магнитного поля, которое может зависеть от свойств конкретного вещества, используемого при моделировании нейтронных звёзд.

В данной статье мы рассматриваем ситуацию, когда модель обычной нейтронной звезды модифицируется путём добавления в неё следующих новых составляющих. Во-первых, мы предполагаем, что в состав некоторых нейтронных звёзд может входить одна из форм экзотической материи, которая, по современным представлениям, может существовать в современной Вселенной, обеспечивая её ускоренное расширение [1]. В качестве такой материи мы будем использовать так называемое духовое скалярное поле, имеющее отличный от обычного поля знак перед кинетическим слагаемым в

лагранжиане. Такое поле нарушает световое условие энергодоминантности, что может приводить к появлению в системе нетривиальной топологии пространства-времени типа кротовой норы (КН) [2]. Здесь мы будем исходить из предположения, что такая КН заполнена нейтронной жидкостью. При этом параметры получающихся смешанных систем «звезда плюс КН» подбираются таким образом, чтобы с точки зрения удалённого наблюдателя предлагаемые конфигурации были похожи по массам и размерам на обычные нейтронные звёзды, наблюдаемые астрономами.

Во-вторых, мы будем рассматривать обобщённую ситуацию, когда скалярное поле может неминимально взаимодействовать с электромагнитным полем за счёт дилатонного механизма. Такие поля используются при моделировании бозонных звёзд [3,4], что позволяет получать новые компактные астрофизические системы с интересными свойствами.

С учётом указанных модификаций, нашей целью будет исследовать, как наличие нетривиальной топологии и дилатонного поля влияет на внутреннюю структуру магнитного поля нейтронной звезды. Система с нетривиальной топологией и замагниченной нейтронной жидкостью, моделируемой простейшей политоропной жидкостью, исследовалась нами ранее в работе [5]. Здесь мы воспользуемся более реалистичным уравнением состояния нейтронной жидкости и, кроме того, учтём возможность прямого взаимодействия «скалярное поле –

магнитное поле» путём использования дилатонного скалярного поля.

### Постановка задачи и уравнения

Будем рассматривать смешанную систему с нетривиальной топологией пространства-вре-

мени, состоящую из КН, заполненной нейтронной жидкостью. Наличие КН в системе обеспечивается безмассовым духовым скалярным полем  $\varphi$ , которое мы будем полагать неминимально взаимодействующим с электромагнитным полем. Тогда соответствующий лагранжиан системы может быть представлен в виде:

$$L = -\frac{c^4}{16\pi G} R - \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - \frac{1}{4} e^{-2\alpha\varphi} F_{lm} F^{lm} + L_{\text{fl}}. \quad (1)$$

Здесь  $G$  есть константа тяготения Ньютона,  $F_{lm}$  – тензор электромагнитного поля,  $\alpha$  – константа связи между скалярным и электромагнитным полем (дилатонное скалярное поле),  $L_{\text{fl}}$  – лагранжиан нейтронной жидкости.

Нашей целью будет исследовать вопрос, как присутствие нетривиальной топологии и дилатонного поля влияет на структуру магнитного поля нейтронной звезды. При этом мы используем следующие упрощающие предположения [6]:

- Магнитное поле моделируется в форме осесимметричного полоидального магнитного поля, создаваемого тороидальными электрическими токами. В общем случае присутствие такого поля в системе будет приводить к отклонению формы конфигурации от сферической симметрии. Однако для используемых здесь величин напряжённости магнитного поля порядка  $10^{12} - 10^{15}$  Гс эти отклонения от сфери-

ческой формы малы, поскольку энергия магнитного поля много меньше, чем гравитационная энергия [7]. Это позволяет пренебречь в нулевом приближении деформациями конфигурации, связанными с магнитным полем и рассматривать такие деформации как эффект второго порядка малости.

- Мы не учитываем вращательные деформации и рассматриваем только статические равновесные конфигурации.

- Внутренняя часть звезды предполагается идеально проводящей средой без электрических зарядов и полей.

Исходя из этого, ниже мы выписываем фоновые уравнения для сферически-симметричного случая и выводим уравнение для магнитного поля.

Поскольку здесь мы не рассматриваем вращение звезды, можно выбрать следующую статическую сферически-симметричную метрику в полярных гауссовых координатах:

$$ds^2 = e^\nu (dx^0)^2 - dr^2 - R^2 (d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\phi^2), \quad (2)$$

где  $\nu$  и  $R$  есть функции только радиальной координаты  $r$ , а  $x^0 = ct$  есть временная координата. Используя этот линейный элемент, можно получить систему обыкновенных дифференциальных уравнений для метрических функций, жидкости и скалярного поля. Такие уравнения мы будем называть *фоновыми*.

Решая эти фоновые уравнения и ограничиваясь рассмотрением дипольного поля, можно вычислить распределение этого поля на таком сферически-симметричном фоне, задаваясь определённой напряжённостью поля

на границе звезды. В этом случае в уравнении Максвелла в качестве источника используется ток, который, однако, не может быть выбран произвольным образом, а должен удовлетворять условию интегрируемости [6,8].

### Фоновые уравнения

В качестве источника вещества в гравитационных уравнениях Эйнштейна возьмём следующий тензор энергии-импульса (без учёта электромагнитного поля):

$$T_\nu^\mu = (\varepsilon + p) u^\mu u_\nu - \delta_\nu^\mu p - \partial_\nu \varphi \partial^\mu \varphi + \frac{1}{2} \delta_\nu^\mu \partial_i \varphi \partial^i \varphi, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  есть плотность энергии жидкости,  $u_\nu$  – 4-скорость. Тогда уравнения Эйнштейна могут быть записаны в форме

$$-\left[2\frac{R''}{R} + \left(\frac{R'}{R}\right)^2\right] + \frac{1}{R^2} = \frac{8\pi G}{c^4} T_t^t = \frac{8\pi G}{c^4} \left(\varepsilon - \frac{1}{2}\varphi'^2\right), \quad (4)$$

$$-\frac{R'}{R} \left(\frac{R'}{R} + v'\right) + \frac{1}{R^2} = \frac{8\pi G}{c^4} T_r^r = \frac{8\pi G}{c^4} \left[-p + \frac{1}{2}\varphi'^2\right], \quad (5)$$

$$\frac{R''}{R} + \frac{1}{2}\frac{R'}{R}v' + \frac{1}{2}v'' + \frac{1}{4}v'^2 = \frac{8\pi G}{c^4} T_\theta^\theta = \frac{8\pi G}{c^4} \left[p + \frac{1}{2}\varphi'^2\right], \quad (6)$$

где штрих обозначает производную по  $r$ .

Используя эти выражения,  $\mu = r$  компонента закона сохранения полного ТЭИ  $T_{\mu;\nu}^\nu = 0$  даёт

$$\frac{dp}{dr} + \frac{1}{2}(\varepsilon + p)\frac{dv}{dr} = 0. \quad (4)$$

Полевое уравнение на безмассовое скалярное поле, следующее из варьирования действия (1) по  $\varphi$ , может быть легко проинтегрировано в виде:

$$\varphi'^2 = \frac{D^2}{R^4} e^{-\nu}, \quad (5)$$

где  $D$  есть константа интегрирования. Отметим,

$$\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial \nu}{\partial r}\frac{\partial A_\phi}{\partial r} - 2\alpha\varphi'\frac{\partial A_\phi}{\partial r} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 A_\phi}{\partial \theta^2} - \frac{1}{R^2}\cot\theta\frac{\partial A_\phi}{\partial \theta} = -e^{2\alpha\varphi}\frac{j_\phi}{c}. \quad (8)$$

Его решение ищется путём разделения переменных в виде  $A_\phi = a(r)f(\theta)$ ,  $j_\phi = j(r)f(\theta)$ , что даёт следующее уравнение на функцию  $a$ :

$$a'' + \frac{1}{2}v'a' - 2\alpha\varphi'a' - \frac{\lambda}{R^2}a = -e^{2\alpha\varphi}\frac{j}{c}, \quad (9)$$

где  $\lambda = l(l+1)$  есть константа разделения. В этой статье мы будем рассматривать физически наиболее интересный случай дипольного маг-

нитного поля, когда  $l = 1$  и  $\lambda = 2$ . Тогда уравнение на функцию  $f$

$$\frac{d^2 f}{d\theta^2} - \cot\theta\frac{df}{d\theta} + \lambda f = 0$$

имеет частное решение  $f = -\sin^2\theta$ . Соответственно имеем  $A_\phi = -a(r)\sin^2\theta$ ,  $j_\phi = -j(r)\sin^2\theta$ .

Решение уравнения (12) может быть найдено после задания тока  $j$ . Как известно [6], ток  $j$  не

что при получении этого уравнения мы пренебрегли влиянием магнитного поля в соответствии с нашим предположением о малости энергии магнитного поля по сравнению с фоновыми гравитационной энергией и энергией скалярного поля.

Таким образом, мы имеем пять неизвестных функций –  $R$ ,  $\nu$ ,  $p$ ,  $\varepsilon$  и  $\varphi$ , – для которых имеются пять уравнений (5), только четыре из которых независимы. Эти уравнения дополняются уравнением состояния (УС), связывающим плотность энергии и давление нейтронной жидкости (см. ниже).

### Уравнение для магнитного поля

Следуя [6], выберем осесимметричное полоидальное магнитное поле, создаваемое 4-током

$$j_\mu = (0,0,0,j_\phi). \quad (6)$$

Для такого тока электромагнитный 4-потенциал  $A_\mu$  имеет только  $\phi$ -компоненту

$$A_\mu = (0,0,0,A_\phi). \quad (7)$$

Учитывая ненулевые компоненты тензора электромагнитного поля  $F_{r\phi} = \partial A_\phi / \partial r$  и  $F_{\theta\phi} = \partial A_\phi / \partial \theta$ , общие уравнения Максвелла

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\nu}(\sqrt{-g}e^{-2\alpha\varphi}F^{\mu\nu}) = -\frac{1}{c}j^\mu$$

для фоновой метрики (2) дают следующее эллиптическое уравнение на  $A_\phi$ :

может быть выбран произвольно, поскольку он должен удовлетворять условию интегрируемости. Исходя из этого условия может быть выведено следующее уравнение (его получение см. в [5,6]):

$$j' - \left[ 2 \frac{R'}{R} - \frac{1}{2} v' \left( 1 + \frac{\varepsilon'}{p'} \right) \right] j = 0. \quad (10)$$

Здесь и далее функции  $R, v, \varepsilon, p, \varphi$  соответствуют фоновым решениям, получаемым из фоновых уравнений. Отметим, что все фоновые решения являются решениями нулевого порядка, а решения для магнитного поля (т.е. функции  $a, j$ ) – первого порядка малости [5,6].

В итоге, рассматриваемая смешанная конфигурация математически описывается системой

$$\zeta = \frac{a_1 + a_2 \xi + a_3 \xi^3}{1 + a_4 \xi} f(a_5(\xi - a_6)) + (a_7 + a_8 \xi) f(a_9(a_{10} - \xi)) + (a_{11} + a_{12} \xi) f(a_{13}(a_{14} - \xi)) + (a_{15} + a_{16} \xi) f(a_{17}(a_{18} - \xi)) \quad (11)$$

с  $\zeta = \lg(p/\text{дин см}^{-2}), \xi = \lg(\rho/\text{г см}^{-3})$ , где  $\rho$  есть плотность нейтронного вещества, а  $f(x) = [\exp(x) + 1]^{-1}$ . Значения коэффициентов  $a_i$  могут быть найдены в [10].

Для выполнения численных расчётов удобно ввести безразмерные переменные. Без потери общности величина используемого здесь безмассового скалярного поля в центре конфигурации, т.е. при  $r = 0$ , может быть положенной равной нулю, в то время как его производная при  $r = 0$  не равна нулю. В окрестности центра

$$x = \frac{r}{L}, \quad \Sigma = \frac{R}{L}, \quad \phi(x) = \frac{\sqrt{8\pi G}}{c^2} \varphi(r),$$

$$\bar{a}(x) = \frac{8\pi G \varphi_1}{c^4} a(r), \quad \bar{j}(x) = \frac{j(r)}{c \varphi_1}, \quad \text{где } L = \frac{c^2}{\sqrt{8\pi G \varphi_1}}. \quad (13)$$

Тогда уравнения (4)-(8), (12) и (13) с учётом (14) переписутся в безразмерном виде как

$$-\left[ 2 \frac{\Sigma''}{\Sigma} + \left( \frac{\Sigma'}{\Sigma} \right)^2 \right] + \frac{1}{\Sigma^2} = B 10^{\xi - \xi_c} - \frac{1}{2} \phi'^2, \quad (17)$$

$$-\frac{\Sigma'}{\Sigma} \left( \frac{\Sigma'}{\Sigma} + v' \right) + \frac{1}{\Sigma^2} = -B \sigma 10^{\xi - \xi_c} + \frac{1}{2} \phi'^2, \quad (18)$$

$$\frac{\Sigma''}{\Sigma} + \frac{1}{2} \frac{\Sigma'}{\Sigma} v' + \frac{1}{2} v'' + \frac{1}{4} v'^2 = B \sigma 10^{\xi - \xi_c} + \frac{1}{2} \phi'^2, \quad (19)$$

уравнений (4)-(8), (12) и (13). Её численное решение представлено в следующем разделе.

### Численные результаты

В этом разделе мы численно проинтегрируем полученные выше уравнения. Для этого необходимо также задаться некоторым УС для нейтронного вещества. Это может быть любое из УС, используемых в литературе для описания вещества при высоких плотностях и давлениях (см., например, работу [9]). Здесь мы воспользуемся хорошо известным УС SLy, которое может быть представлено следующей аналитической аппроксимацией [10]:

скалярное поле может быть разложено как

$$\varphi \approx \varphi_1 r + \frac{1}{6} \varphi_3 r^3, \quad (12)$$

где  $\varphi_1$  есть производная в центре. Её квадрат соответствует «кинетической» энергии скалярного поля.

Теперь удобно ввести следующие безразмерные переменные, выраженные в терминах  $\varphi_1$ :

$$\frac{d\xi}{dx} = -\frac{1}{2 \ln 10} \frac{1}{d\xi/d\xi} (c^2 10^{\xi - \xi_c} + 1) \frac{dv}{dx}, \quad (20)$$

$$\phi'^2 = \frac{e^{v_c - v}}{(\Sigma/\Sigma_c)^4}, \quad (21)$$

$$\bar{a}'' + \frac{1}{2} v' \bar{a}' - 2 \bar{a} \phi' \bar{a}' - \frac{2}{\Sigma^2} \bar{a} = -e^{2\bar{a}} \phi \bar{j}, \quad (22)$$

$$\bar{j}' - \left[ 2 \frac{\Sigma'}{\Sigma} - \frac{1}{2} v' \left( 1 + \frac{c^2 10^{\xi - \xi_c}}{d\xi/d\xi} \right) \right] \bar{j} = 0. \quad (23)$$

Здесь  $B = \frac{8\pi G}{c^2} \rho_c L^2$  есть безразмерная вели-

чина;  $\Sigma_c$  и  $\nu_c$  есть центральные значения соответствующих функций;  $\rho_c \equiv 10^{\xi_c}$ ,  $p_c \equiv 10^{\zeta_c}$  – центральные плотность и давление жидкости;  $\sigma = p_c/(\rho_c c^2)$  – релятивистский фактор; константа интегрирования  $D$  из (8) выбирается как  $D^2 = (c^4/8\pi G \varphi_1)^2 \Sigma_c^4 e^{\nu_c}$  для обеспечения  $\phi' =$

1 в центре;  $\bar{a} = \frac{c^2}{\sqrt{8\pi G}} \alpha$ .

Эти уравнения решаются с граничными условиями, задаваемыми в окрестности центра следующими разложениями:

$$\Sigma \approx \Sigma_c + \frac{1}{2} \Sigma_2 x^2, \quad \nu \approx \nu_c + \frac{1}{2} \nu_2 x^2, \quad \bar{a} \approx \bar{a}_c + \frac{1}{2} \bar{a}_2 x^2, \quad \bar{j} \approx \bar{j}_c + \frac{1}{2} \bar{j}_2 x^2, \quad (14)$$

где коэффициенты разложения определяются из ур. (17)-(23) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Sigma_c &= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} - B\sigma}}, \\ \Sigma_2 &= \frac{\Sigma_c}{2} [1 - B(1 + \sigma)], \\ \bar{a}_2 &= \frac{2}{\Sigma_c^2} \bar{a}_c - \bar{j}_c. \end{aligned}$$

В рассматриваемом здесь случае одногорловой кротовой норы  $\Sigma_c$  есть размер горловины, а коэффициенты  $\bar{a}_c, \bar{j}_c$  определяются исходя из требования получения асимптотически затухающего магнитного поля с заданной величиной на поверхности жидкости.

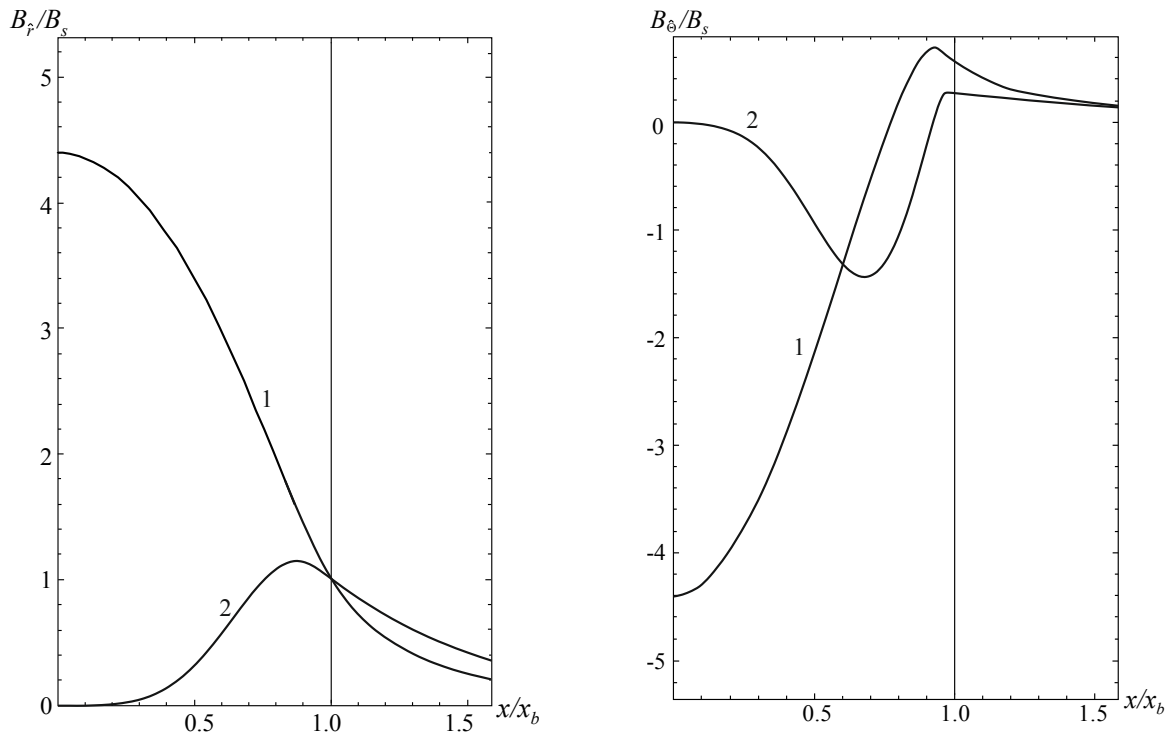
Наконец, для напряжённости магнитного поля можно получить следующие тетрадные компоненты (т.е. компоненты, измеряемые локально инерциальным наблюдателем):

$$\begin{aligned} B_{\hat{r}} &= -F_{\hat{\theta}\hat{\phi}} = \frac{c^2}{\sqrt{8\pi GL}} \frac{2\cos\theta}{\Sigma^2} \bar{a}, \\ B_{\hat{\theta}} &= F_{\hat{r}\hat{\phi}} = -\frac{c^2}{\sqrt{8\pi GL}} \frac{\sin\theta}{\Sigma} \bar{a}'. \end{aligned} \quad (15)$$

Перейдем теперь к обсуждению результатов численных расчётов. Здесь мы будем рассматривать только конфигурации с одной горловиной. При этом мы опишем структуру магнитного поля для смешанной системы с массой  $M \approx 1,74M_{\odot}$  и радиусом  $\approx 7,8$  км. Такие ха-

рактеристики типичны для обычных нейтронных звёзд (наблюдательные ограничения см., например, в работе [11]). Кроме того, параметры смешанной конфигурации подбираются таким образом, чтобы величина поверхностного магнитного поля была  $B_s \approx 10^{12}$  Гс, что является типичным значением для реалистичных нейтронных звёзд. Тогда с точки зрения удалённого наблюдателя такая система будет выглядеть похожей на обычную нейтронную звезду, но внутренняя структура магнитного поля будет уже другой, как это продемонстрировано на рис. 1 и 2 путём сравнения нашей смешанной системы с обычной нейтронной звездой, моделируемой тем же УС (14) и имеющей такую же массу.

На рис. 1 показаны значения компоненты  $B_{\hat{r}}$  на оси симметрии ( $\theta = 0$ ) и значения компоненты  $B_{\hat{\theta}}$  в экваториальной плоскости ( $\theta = \pi/2$ ). Компонента  $B_{\hat{r}}$ , которая демонстрирует монотонное падение от центра к краю у нейтронной звезды, у смешанной конфигурации имеет максимум, смещённый от центра. С другой стороны, в центре смешанной конфигурации компонента  $B_{\hat{\theta}}$  равна нулю, в отличие от случая обычной нейтронной звезды, у которой имеется большое абсолютное значение в центре. Для смешанной конфигурации равенство нулю  $B_{\hat{\theta}}$  в центре есть следствие граничных условий (24), выбираемых так с целью получения асимптотически плоских решений. Кроме того,  $B_{\hat{\theta}}$  имеет минимум, смещённый от центра, в отличие от нейтронной звезды, всегда имеющей минимум в центре конфигурации.

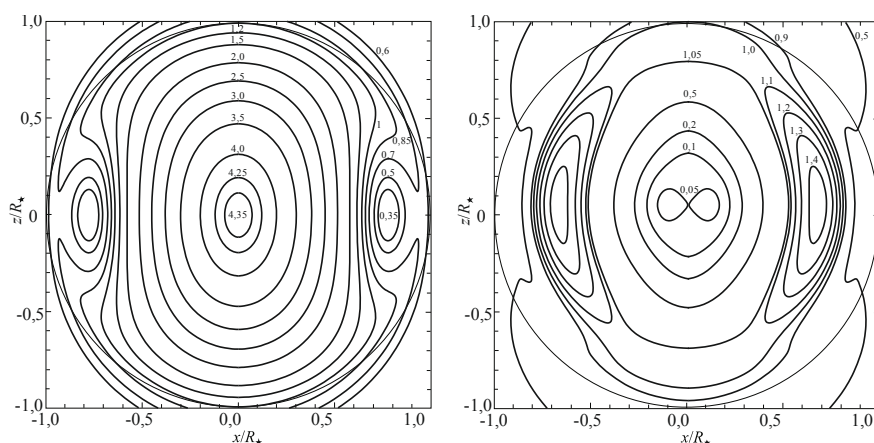


**Рисунок 1** – Тетрадные компоненты магнитного поля  $B_r$  и  $B_\theta$  (в единицах поверхностной напряжённости магнитного поля  $B_s$  на полюсе), рассчитанные на оси симметрии ( $\Theta = 0$ ) и в экваториальной плоскости ( $\Theta = \pi/2$ ) соответственно, показаны как функции относительного радиуса  $x/x_b$ , где  $x_b$  – граница жидкости. Цифрой 1 обозначены распределения поля для обычной нейтронной звезды, цифрой 2 – для смешанной системы. Тонкие вертикальные линии соответствуют границе жидкости. Параметр  $\bar{\alpha} = 3$ .

Такое поведение компонент  $B_r$  и  $B_\theta$  определяет структуру линий магнитного поля, представленных на рис. 2, где пространственные координаты даны в единицах радиуса жидкости  $R_*$ . Как видно из рисунка, имеются заметные качественные отличия в распределении силовых линий поля, состоящие в том, что если у обычной нейтронной звезды максимальное значение напряжённости поля всегда расположено в центре, то в смешанной системе максимум поля смещён от центра к краю звезды. К тому же часть силовых линий проходит через центр, т.е. они проникают через горловину КН.

Отметим, что ур. (12) и (13) инвариантны относительно преобразований  $a, j \rightarrow ka, kj$ , где  $k$  – любая константа. Соответственно компо-

ненты магнитного поля, задаваемые ур. (25), преобразуются как  $B_r, B_\theta \rightarrow kB_r, kB_\theta$ . Тогда, если одновременно заменить  $B_s$  на  $kB_s$ , графики, показанные на рис. 1 и 2, останутся неизменными при любой величине поля, а размерные значения (в гауссах) напряжённости магнитного поля получают путём умножения этих графиков на требуемое поверхностное значение  $B_s$ . Конечно, это остаётся справедливым только в рамках используемого здесь пертурбативного приближения, когда можно пренебречь влиянием магнитного поля на фоновые конфигурации. В частности, полученные графики могут быть применены как к «классическим пульсарам» (для которых  $B_s \sim 10^{12}$  Гс), так и к магнетарам (для которых  $B_s \sim 10^{15}$  Гс).



**Рисунок 2** – Эквипотенциальные линии полной напряжённости магнитного поля  $B$  для нейтронной звезды (левый рисунок) и смешанной системы (правый рисунок).

Графики построены в меридиональной плоскости  $\phi = \text{const}$ .

в координатах  $x = r \sin \theta$  и  $z = r \cos \theta$ . Числа возле кривых соответствуют величине  $B$  в единицах  $B_s$  на полюсе. Круги, показанные тонкими линиями, обозначают границу нейтронной жидкости с радиусом  $R_*$ .

## Заключение

Исследованы равновесные замагниченные смешанные конфигурации, состоящие из КН, заполненной нейтронной жидкостью, моделируемой реалистичным уравнением состояния (14). В отличие от обычных нейтронных звёзд, такие смешанные конфигурации обладают нетривиальной топологией пространства-времени, обеспечиваемой присутствием экзотической материи в форме безмассового духового дилатонного скалярного поля, неминимально связанного с магнитным полем.

Нашей целью было исследовать влияние нетривиальной топологии и дилатонной связи на структуру магнитного поля, моделируемого здесь в виде осесимметричного полоидального магнитного поля, создаваемого тороидальным электрическим током. Для сравнения мы также рассмотрели обычную нейтронную звезду (с тривиальной топологией), описываемую тем же УС и аналогичным по форме магнитным полем, создаваемым электрическим током того же типа.

Для обоих типов конфигураций (обычной нейтронной звезды и смешанных систем) физические параметры подбирались таким образом, чтобы с точки зрения удалённого наблюдателя они выглядели бы похожими, т.е. обладали бы одинаковыми массами и напряжённостями поверхностного магнитного поля.

В рамках такого подхода показано, что хотя с точки зрения удалённого наблюдателя оба типа

рассмотренных объектов обладают одинаковыми массами и поверхностными напряжённостями магнитного поля, а также имеют похожие распределения внешнего магнитного поля, распределения внутреннего магнитного поля существенно отличаются. А именно, если у обычной нейтронной звезды компонента напряжённости поля  $B_r$  монотонно падает от центра к краю, то у смешанной конфигурации имеется максимум напряжённости, смещённый от центра. С другой стороны, компонента  $B_\theta$ , имеющая большое абсолютное значение в центре у нейтронной звезды, равна нулю в центре у смешанной конфигурации. В результате это приводит к тому, что имеются существенные качественные отличия в распределении силовых линий поля, состоящие в том, что если у обычной нейтронной звезды максимальное значение напряжённости поля всегда расположено в центре, то в смешанной системе максимум поля смещён от центра к краю звезды. При этом часть силовых линий проходит через центр, т.е. они проникают через горловину КН. Можно ожидать, что эти отличия будут оказывать влияние на внутреннюю структуру и эволюцию в целом компактных объектов, выглядящих для удалённого наблюдателя как нейтронные звёзды.

**Благодарности.** Авторы благодарны гранту №266 Министерства образования и науки Республики Казахстан за финансовую поддержку.

### Литература

- 1 Amendola L. and Tsujikawa S. Dark energy: theory and observations. – Cambridge, England: Cambridge University Press, 2010. – 491 p.
- 2 Visser M. Lorentzian wormholes: From Einstein to Hawking. – New York: Woodbury, 1996. – 412 p.
- 3 Zhi-jian Tao and Xan Xue Bosen star in a gravitation theory with dilaton // Phys. Rev. – 1992. – V.D45. – P.1878-1883.
- 4 Fiziev P., Yazadjiev S., Boyadjiev T., Todorov M. Bosen stars in massive dilatonic gravity // Phys. Rev. – 2000. – V. D61:124018. – 9 p.
- 5 Aringazin A., Dzhunushaliev V., Folomeev V., Kleihaus B. and Kunz J. Magnetic fields in mixed neutron-star-plus-wormhole systems // JCAP. – 2015. – V. 1504:005. – 22 p.
- 6 Konno K., Obata T., Kojima Y. Deformation of relativistic magnetized stars // Astron. Astrophys. – 1999. – V. 352. – P.211-216.
- 7 Sotani H., Kokkotas K.D., Stergioulas N. Torsional Oscillations of Relativistic Stars with Dipole Magnetic Fields // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2007. – V. 375. – P.261-277.
- 8 Bocquet M., Bonazzola S., Gourgoulhon E., Novak J. Rotating neutron star models with magnetic field // Astron. Astrophys. – 1995. – V. 301. – P.757-775.
- 9 Potekhin A.Y. The physics of neutron stars // Phys. Usp. -2010. – V. 53. – P.1235-1256.
- 10 Haensel P., Potekhin A.Y. Analytical representations of unified equations of state of neutron-star matter // Astron. Astrophys. – 2004. – V. 428. – P.191-197.
- 11 Ozel F., Baym G., Guver T. Astrophysical Measurement of the Equation of State of Neutron Star Matter // Phys. Rev. – 2010. – V. D82:101301. – 4 p.

### References

- 1 L. Amendola and S. Tsujikawa, Dark energy: theory and observations, (England: Cambridge University Press, Cambridge, 2010, 491 p.)
- 2 M. Visser, Lorentzian wormholes: From Einstein to Hawking, (Woodbury, New York, 1996, 412 p.
- 3 Zhi-jian Tao and Xan Xue, Phys. Rev. D45, 1878-1883, (1992).
- 4 P. Fiziev, S. Yazadjiev, T. Boyadjiev, M. Todorov, Phys. Rev. D61, 124018(9 p), (2000).
- 5 A. Aringazin, V. Dzhunushaliev, V. Folomeev, B. Kleihaus and J. Kunz, JCAP, 1504, 005(22 p.), (2015).
- 6 K. Konno, T. Obata, Y. Kojima, Astron. Astrophys, 352, 211-216, (1999).
- 7 H. Sotani, K.D. Kokkotas, N. Stergioulas, Mon. Not. R. Astron. Soc., 375, 261-277, (2007).
- 8 M. Bocquet, S. Bonazzola, E. Gourgoulhon, J.Novak Astron. Astrophys., 301, 757-775, (1995).
- 9 A. Y. Potekhin, Phys. Usp., 53, 1235-1256, (2010).
- 10 P. Haensel and A.Y. Potekhin, Astron. Astrophys., 428, 191-197, (2004).
- 11 F. Ozel, G. Baym, T. Guver, Phys. Rev. D82, 101301(4 p.), (2010).